00:23:11:16

수능완성

수학영역 수학Ⅰ·수학Ⅱ·기하

이 책의 **구성과 특징**

STRUCTURE

이 책의 구성

❶ 유형편

유형에 따른 대표기출문제와 유제들로 유형별 학습을 할 수 있도록 하였다.

❷ 실전편

실전 모의고사 5회 구성으로 수능에 대비할 수 있도록 하였다.

2024학년도 대학수학능력시험 수학영역

❶ 출제원칙

수학 교과의 특성을 고려하여 개념과 원리를 바탕으로 한 사고력 중심의 문항을 출제한다.

❷ 출제방향

- 단순 암기에 의해 해결할 수 있는 문항이나 지나치게 복잡한 계산 위주의 문항 출제를 지양하고 계산, 이해, 추론, 문제해결 능력을 평가할 수 있는 문항을 출제한다.
- 2015 개정 수학과 교육과정에 따라 이수한 수학 과목의 개념과 원리 등은 출제범위에 속하는 내용과 통합하여 출제할 수 있다.
- 수학영역은 교육과정에 제시된 수학 교과의 수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 확률과 통계, 미적분, 기하 과목을 바탕으로 출제한다.

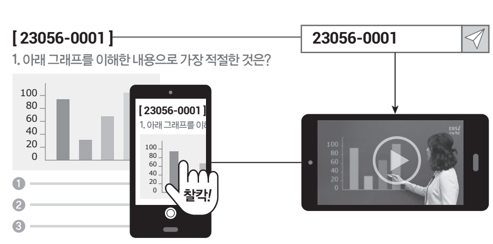
❸ 출제범위

- '공통과목+선택과목' 구조에 따라 공통과목(수학Ⅰ, 수학Ⅱ)은 공통 응시하고 선택과목(확률과 통계, 미적분, 기하) 중 1개 과목을 선택한다.

구분 / 영역	문항수	문항유형	배점 문항	배점 전체	시험 시간	출제범위(선택과목)
수학	30	5지 선다형, 단답형	2점 3점 4점	100점	100분	• 공통과목: 수학Ⅰ, 수학Ⅱ • 선택과목(택1): 확률과 통계, 미적분, 기하 • 공통 75%, 선택 25% 내외 • 단답형 30% 포함

학생 EBS 교재 문제 검색

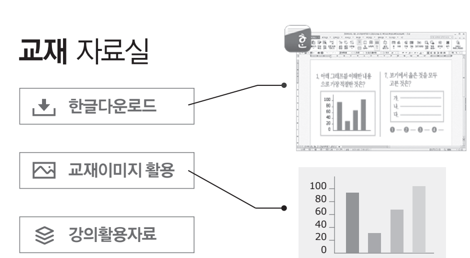
EBS 단추에서 문항코드나 사진으로
문제를 검색하면 푸리봇이 해설 영상을 제공합니다.



※ EBSi 사이트 및 모바일에서 이용이 가능합니다.
※ 사진 검색은 EBSi 고교강의 앱에서만 이용하실 수 있습니다.

교사 교사지원센터 교재 자료실

교재 문항 한글 문서(HWP)와
교재의 이미지 파일을 무료로 제공합니다.



※ 교사지원센터(http://teacher.ebsi.co.kr) 접속 후 '교사인증'을 통해 이용 가능

이 책의 **차례**

CONTENTS

유형편

과목	단원	단원명	페이지
수학 I	01	지수함수와 로그함수	4
	02	삼각함수	16
	03	수열	26
수학 II	04	함수의 극한과 연속	40
	05	다항함수의 미분법	50
	06	다항함수의 적분법	64
기하	07	이차곡선	76
	08	평면벡터	88
	09	공간도형과 공간좌표	100

01 지수함수와 로그함수

1 거듭제곱근의 성질

(1) 실수 a와 2 이상의 자연수 n에 대하여 a의 n제곱근 중 실수인 것은 다음과 같다.

	$a>0$	$a=0$	$a<0$
n이 짝수	$\sqrt[n]{a}$, $-\sqrt[n]{a}$	0	없다.
n이 홀수	$\sqrt[n]{a}$	0	$\sqrt[n]{a}$

(2) $a>0$, $b>0$이고 m, n이 2 이상의 자연수일 때

① $(\sqrt[n]{a})^n=a$

② $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$

③ $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

④ $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$

⑤ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}=\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$

⑥ $\sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}$ (단, p는 자연수)

2 지수의 확장(1) – 정수

(1) $a\neq0$이고 n이 양의 정수일 때

① $a^0=1$

② $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$

(2) $a\neq0$, $b\neq0$이고 m, n이 정수일 때

① $a^m a^n=a^{m+n}$

② $a^m\div a^n=a^{m-n}$

③ $(a^m)^n=a^{mn}$

④ $(ab)^n=a^n b^n$

3 지수의 확장(2) – 유리수와 실수

(1) $a>0$이고 m이 정수, n이 2 이상의 정수일 때

① $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$

② $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$

(2) $a>0$, $b>0$이고 r, s가 유리수일 때

① $a^r a^s=a^{r+s}$

② $a^r\div a^s=a^{r-s}$

③ $(a^r)^s=a^{rs}$

④ $(ab)^r=a^r b^r$

(3) $a>0$, $b>0$이고 x, y가 실수일 때

① $a^x a^y=a^{x+y}$

② $a^x\div a^y=a^{x-y}$

③ $(a^x)^y=a^{xy}$

④ $(ab)^x=a^x b^x$

4 로그의 뜻과 조건

(1) 로그의 뜻 : $a>0$, $a\neq1$, $N>0$일 때, $a^x=N \Longleftrightarrow x=\log_a N$

(2) 로그의 밑과 진수의 조건 : $\log_a N$이 정의되려면 밑 a는 $a>0$, $a\neq1$이고 진수 N은 $N>0$이어야 한다.

5 로그의 성질

$a>0$, $a\neq1$이고 $M>0$, $N>0$일 때

(1) $\log_a 1=0$, $\log_a a=1$

(2) $\log_a MN=\log_a M+\log_a N$

(3) $\log_a \dfrac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$

(4) $\log_a M^k=k\log_a M$ (단, k는 실수)

6 로그의 밑의 변환

(1) $a>0$, $a\neq1$, $b>0$, $c>0$, $c\neq1$일 때, $\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

(2) 로그의 밑의 변환의 활용 : $a>0$, $a\neq1$, $b>0$, $c>0$일 때

① $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$ (단, $b\neq1$)

② $\log_a b\times\log_b c=\log_a c$ (단, $b\neq1$)

③ $\log_{a^m} b^n=\dfrac{n}{m}\log_a b$ (단, m, n은 실수이고 $m\neq0$)

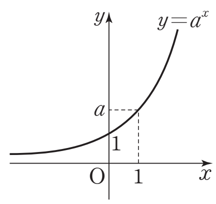
④ $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$ (단, $b\neq1$)

7 지수함수의 뜻과 그래프

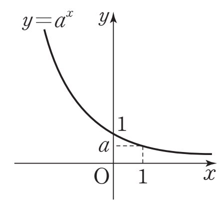
(1) $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$을 a를 밑으로 하는 지수함수라고 한다.

(2) 지수함수 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 그래프는 다음 그림과 같다.

① $a>1$일 때



② $0<a<1$일 때



8 지수함수 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 성질

(1) $a>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
$0<a<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

(2) a의 값에 관계없이 그래프는 점 $(0,\ 1)$을 지나고, 점근선은 x축(직선 $y=0$)이다.

(3) 함수 $y=a^x$의 그래프와 함수 $y=\left(\dfrac{1}{a}\right)^x$의 그래프는 y축에 대하여 서로 대칭이다.

(4) 함수 $y=a^{x-m}+n$의 그래프는 함수 $y=a^x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 것이다.

9 지수함수의 활용

(1) $a>0,\ a\neq1$일 때, $a^{f(x)}=a^{g(x)} \iff f(x)=g(x)$

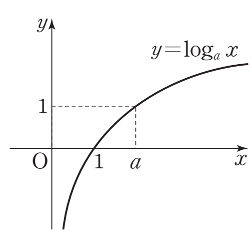
(2) $a>1$일 때, $a^{f(x)}<a^{g(x)} \iff f(x)<g(x)$
$0<a<1$일 때, $a^{f(x)}<a^{g(x)} \iff f(x)>g(x)$

10 로그함수의 뜻과 그래프

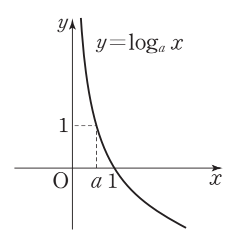
(1) $y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq1)$을 a를 밑으로 하는 로그함수라고 한다.

(2) 로그함수 $y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 그래프는 다음 그림과 같다.

① $a>1$일 때



② $0<a<1$일 때



11 로그함수 $y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 성질

(1) $a>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
$0<a<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

(2) a의 값에 관계없이 그래프는 점 $(1,\ 0)$을 지나고, 점근선은 y축(직선 $x=0$)이다.

(3) 함수 $y=\log_a x$의 그래프와 함수 $y=\log_{\frac{1}{a}} x$의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.

(4) 함수 $y=\log_a (x-m)+n$의 그래프는 함수 $y=\log_a x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 것이다.

(5) 지수함수 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 역함수는 $y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq1)$이다.

12 로그함수의 활용

(1) $a>0,\ a\neq1$일 때, $\log_a f(x)=\log_a g(x) \iff f(x)=g(x),\ f(x)>0,\ g(x)>0$

(2) $a>1$일 때, $\log_a f(x)<\log_a g(x) \iff 0<f(x)<g(x)$
$0<a<1$일 때, $\log_a f(x)<\log_a g(x) \iff f(x)>g(x)>0$

유형 1 거듭제곱근의 뜻과 성질

출제경향 | 거듭제곱근의 뜻과 성질을 이용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 거듭제곱근의 뜻과 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) 실수 a와 2 이상의 자연수 n에 대하여 a의 n제곱근 중 실수인 것은 다음과 같다.

	$a>0$	$a=0$	$a<0$
n이 짝수	$\sqrt[n]{a}$, $-\sqrt[n]{a}$	0	없다.
n이 홀수	$\sqrt[n]{a}$	0	$\sqrt[n]{a}$

(2) $a>0$, $b>0$이고 m, n이 2 이상의 자연수일 때

① $(\sqrt[n]{a})^n=a$

② $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$

③ $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

④ $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$

⑤ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}=\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$

⑥ $\sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}$ (단, p는 자연수)

필수 유형 ① | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

자연수 n이 $2\le n\le 11$일 때, $-n^2+9n-18$의 n제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n의 값의 합은? [3점]

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

01

▸ 23054-0001

$(\sqrt[3]{5})^3+\sqrt[3]{27}\times\sqrt[4]{16}-\sqrt[3]{\sqrt{64}}$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

02

▸ 23054-0002

$\sqrt[4]{5}$의 세제곱근 중 실수인 것을 a, $\sqrt[3]{3}$의 네제곱근 중 양수인 것을 b라 할 때, $(ab)^{12}$의 값은?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

03

▸ 23054-0003

자연수 m에 대하여 m^2-4m-5의 네제곱근 중 실수인 것이 존재하지 않을 때, m의 최댓값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

04

▸ 23054-0004

세 집합 A, B, C를

$A=\{x\,|\,x^2-65x+64=0,\ x\text{는 실수}\}$

$B=\{x\,|\,x^2-7x+10<0,\ x\text{는 자연수}\}$

$C=\{x\,|\,x\text{는 } a\text{의 } n\text{제곱근},\ a\in A,\ n\in B\}$

라 하자. 집합 C의 원소 중 실수인 것의 개수를 구하시오.

유형 2 지수의 확장과 지수법칙

출제경향 | 거듭제곱근을 지수가 유리수인 꼴로 나타내는 문제, 지수법칙을 이용하여 식의 값을 계산하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 지수법칙을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) 0 또는 음의 정수인 지수

$a\neq0$이고 n은 양의 정수일 때

① $a^0=1$ ② $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

(2) 유리수인 지수

$a>0$이고 m이 정수, n이 2 이상의 정수일 때

① $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$ ② $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$

(3) 지수법칙

$a>0$, $b>0$이고 x, y가 실수일 때

① $a^xa^y=a^{x+y}$ ② $a^x\div a^y=a^{x-y}$

③ $(a^x)^y=a^{xy}$ ④ $(ab)^x=a^xb^x$

필수 유형 ❷ | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

$\frac{1}{\sqrt[4]{3}}\times3^{-\frac{7}{4}}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1
④ 3 ⑤ 9

05

▸ 23054-0005

$(2-\sqrt{2})^{1+\sqrt{3}}\times(2-\sqrt{2})^{1-\sqrt{3}}+2^{\frac{5}{2}}$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

06

▸ 23054-0006

$2^{\frac{4}{3}}\times6^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{2^p\times3^q}$일 때, $p+q$의 값은?

(단, p, q는 자연수이다.)

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

07

▸ 23054-0007

$x>0$에서 정의된 함수 $f(x)=x\sqrt{x}$에 대하여 $f(f(n))$의 값이 1보다 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 최솟값을 구하시오.

08

▸ 23054-0008

자연수 n에 대하여 한 내각의 크기가 60°이고 한 변의 길이가 $2^{\frac{n}{3}}$인 직각삼각형의 넓이의 최댓값을 $f(n)$이라 할 때, $f(3)\times f(6)$의 값을 구하시오.

정답과 풀이 3쪽

유형 3 로그의 뜻과 기본 성질

출제경향 | 로그의 뜻과 로그의 성질을 이용하여 주어진 식의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 로그의 뜻과 로그의 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) $a>0$, $a\neq1$, $N>0$일 때, $a^x=N \Longleftrightarrow x=\log_a N$

(2) $\log_a N$이 정의되려면 밑 a는 $a>0$, $a\neq1$이고 진수 N은 $N>0$이어야 한다.

(3) 로그의 성질

$a>0$, $a\neq1$이고 $M>0$, $N>0$일 때

① $\log_a 1=0$, $\log_a a=1$

② $\log_a MN=\log_a M+\log_a N$

③ $\log_a \dfrac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$

④ $\log_a M^k=k\log_a M$ (단, k는 실수)

필수 유형 ❸ | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

$\log_4 \dfrac{2}{3}+\log_4 24$의 값을 구하시오. [3점]

09

▸ 23054-0009

$\log_2(\sqrt{17}+1)+\log_2(\sqrt{17}-1)-\log_2 8$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10

▸ 23054-0010

자연수 a에 대하여 $\log_{(x-2)}\{-x^2+(2a+3)x-a(a+3)\}$이 정의되도록 하는 자연수 x가 4뿐일 때, a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11

▸ 23054-0011

두 자연수 m, n에 대하여 $a=2^m$, $b=3^{3n+1}$일 때, $\log_2(\log_2 a)+\log_2(\log_3 b)=4$가 성립한다. $m+n$의 최솟값을 구하시오.

12

▸ 23054-0012

온도의 차이가 T인 두 공간 사이에 어느 물체를 두면 이 물체를 통해 열이 전달되고 이 물체가 단위 시간당 열을 전달하는 정도를 열전도율이라 한다. 어느 물체의 단면의 넓이가 S이고 두께가 L일 때, 이 물체의 열전도율을 P라 하면 다음이 성립한다.

$$\log_a P=k+\log_a \frac{ST}{L}$$

(단, a, k는 상수이고, $a>0$, $a\neq1$)

어느 물체 A의 열전도율을 P_{A}라 하고 물체 A에 비하여 단면의 넓이를 25 % 확장시키고 두께를 50 % 증가시킨 물체 B의 열전도율을 P_{B}라 할 때, $\dfrac{P_{\mathrm{B}}}{P_{\mathrm{A}}}$의 값은?

(단, 두 물체 A, B는 같은 재질이다.)

① $\dfrac{3}{4}$ ② $\dfrac{4}{5}$ ③ $\dfrac{5}{6}$ ④ 1 ⑤ $\dfrac{6}{5}$

유형 4 로그의 여러 가지 성질

출제경향 | 로그의 여러 가지 성질을 이용하여 주어진 식의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 로그의 여러 가지 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) 로그의 밑의 변환

$a>0$, $a\neq1$, $b>0$, $c>0$, $c\neq1$일 때

$$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$$

(2) 로그의 밑의 변환의 활용

$a>0$, $a\neq1$, $b>0$, $c>0$일 때

① $\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$ (단, $b\neq1$)

② $\log_a b\times\log_b c=\log_a c$ (단, $b\neq1$)

③ $\log_{a^m} b^n=\frac{n}{m}\log_a b$ (단, m, n은 실수이고, $m\neq0$)

④ $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$ (단, $b\neq1$)

필수 유형 4 | 2021학년도 대수능 9월 모의평가 |

1보다 큰 세 실수 a, b, c가

$$\log_a b=\frac{\log_b c}{2}=\frac{\log_c a}{4}$$

를 만족시킬 때, $\log_a b+\log_b c+\log_c a$의 값은? [3점]

① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$
④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

13

▸ 23054-0013

$\log_3 6\times\log_4 81-\frac{1}{\log_3 2}=k$일 때, 2^k의 값은?

(단, k는 상수이다.)

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

14

▸ 23054-0014

두 점 $(\log_3 2,\ \log_9 a)$, $(\log_3 54,\ \log_9 a^2)$을 지나는 직선이 직선 $y=-2x+1$과 수직일 때, 양수 a의 값은?

① 18 ② 21 ③ 24
④ 27 ⑤ 30

15

▸ 23054-0015

1이 아닌 두 양수 a, b에 대하여 두 집합 A, B를

$$A=\left\{\log_a b,\ \frac{1}{\log_9 27},\ \frac{1}{3}\log_b b^5\right\}$$

$$B=\{2,\ \log_a a^{\frac{2}{3}},\ \log_2 a+\log_2 b\}$$

라 하자. $A=B$일 때, $\log_a 2+\log_b 2=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

수학 I

유형 5 지수함수와 그 그래프

출제경향 | 지수함수의 성질과 그 그래프의 특징을 이해하고 있는지를 묻는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 지수함수의 밑의 범위에 따른 지수함수의 증가와 감소, 지수함수의 그래프의 점근선, 평행이동과 대칭이동을 이해하여 문제를 해결한다.

필수 유형 ⑤

곡선 $y=2^{x+2}-1$을 x축에 대하여 대칭이동한 곡선을 $y=f(x)$라 하자. 곡선 $y=f(x)$와 y축이 만나는 점의 좌표를 $(0, a)$, 점근선을 직선 $y=b$라 할 때, $a+b$의 값은? (단, b는 상수이다.)

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

16

▸ 23054-0016

곡선 $y=2^{x+2}-3$을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 곡선을 $y=f(x)$라 하자. 곡선 $y=f(x)$의 점근선을 직선 $y=a$라 할 때, $a+f(a)$의 값은?

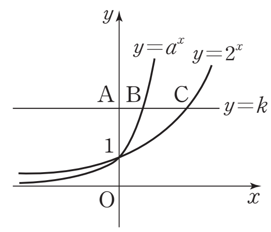
(단, a는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

17

▸ 23054-0017

직선 $y=k$ $(k>1)$이 y축 및 두 곡선 $y=a^x$ $(a>2)$, $y=2^x$과 만나는 점을 각각 A, B, C라 하자. $\overline{AB}:\overline{BC}=1:2$일 때, 실수 a의 값을 구하시오.



18

▸ 23054-0018

두 함수 $f(x)=2^{x+2}$, $g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}+1$에 대하여 **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수 $y=f(|x|)$의 치역은 $\{y|y\geq 4\}$이다.
ㄴ. 모든 실수 x에 대하여 $g(|x|)\leq 2$이다.
ㄷ. 두 함수 $y=f(|x|)$, $y=g(|x|)+k$의 그래프가 y축 위의 점에서 만날 때, 함수 $y=g(|x|)+k$의 그래프의 점근선은 직선 $y=3$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 6 지수함수의 활용

출제경향 | 지수에 미지수가 포함된 방정식, 지수에 미지수가 포함된 부등식의 해를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 지수에 미지수가 포함된 방정식, 지수에 미지수가 포함된 부등식의 해를 구할 때는 다음 성질을 이용하여 문제를 해결한다.
① $a>0$, $a\neq1$일 때, $a^{f(x)}=a^{g(x)} \Longleftrightarrow f(x)=g(x)$
② $a>1$일 때, $a^{f(x)}<a^{g(x)} \Longleftrightarrow f(x)<g(x)$
③ $0<a<1$일 때, $a^{f(x)}<a^{g(x)} \Longleftrightarrow f(x)>g(x)$
(2) 같은 모양의 식이 반복되는 경우에는 치환을 이용하여 방정식과 부등식을 간단히 한 후 문제를 해결한다.

필수 유형 6 | 2021학년도 대수능 |

부등식 $\left(\frac{1}{9}\right)^{x}<3^{21-4x}$을 만족시키는 자연수 x의 개수는? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

19

▸ 23054-0019

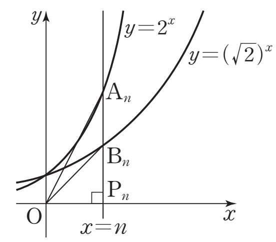
방정식 $2\times9^{x}+63=(3^{x}+6)^{2}$을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

20

▸ 23054-0020

자연수 n에 대하여 그림과 같이 직선 $x=n$이 두 곡선 $y=2^{x}$, $y=(\sqrt{2})^{x}$과 만나는 점을 각각 A_n, B_n이라 하고 x축과 만나는 점을 P_n이라 하자. 원점 O에 대하여 두 직각삼각형 $\mathrm{OP}_n\mathrm{A}_n$, $\mathrm{OP}_n\mathrm{B}_n$의 넓이를 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, 부등식 $f(n)-4\times g(n)\geq16n$을 만족시키는 n의 최솟값은?



① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

21

▸ 23054-0021

두 집합

$$A=\left\{x \,\middle|\, \left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+4x+1}\leq4^{x-3},\ x\text{는 정수}\right\},$$

$$B=\left\{x \,\middle|\, x=3^{a^2}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{6a-k},\ a\in A\right\}$$

에 대하여 집합 B의 모든 원소의 곱이 9일 때, 상수 k의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

유형 7 로그함수와 그 그래프

출제경향 | 로그함수의 성질과 그 그래프의 특징을 이해하고 있는지를 묻는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 로그함수의 그래프의 점근선, 평행이동과 대칭이동, 밑의 범위에 따른 함수의 증가와 감소를 이해하여 문제를 해결한다.

필수 유형 7 | 2021학년도 대수능 |

$\frac{1}{4}<a<1$인 실수 a에 대하여 직선 $y=1$이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=-1$이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

보기

ㄱ. 선분 AB를 $1:4$로 외분하는 점의 좌표는 $(0,\ 1)$이다.

ㄴ. 사각형 ABCD가 직사각형이면 $a=\frac{1}{2}$이다.

ㄷ. $\overline{\mathrm{AB}}<\overline{\mathrm{CD}}$이면 $\frac{1}{2}<a<1$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22

▸ 23054-0022

점근선이 $x=-3$인 곡선 $y=\log_3(ax+b)$가 두 점 $(0,\ 2)$, $(2,\ k)$를 지날 때, k의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① $-1+\log_3 5$ ② $\log_3 5$ ③ $1+\log_3 5$
④ $2+\log_3 5$ ⑤ $3+\log_3 5$

23

▸ 23054-0023

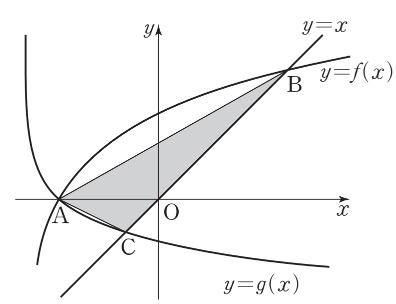
$a>1$인 상수 a와 2 이상의 자연수 n에 대하여 곡선 $y=\log_a x$와 직선 $x=n$이 만나는 점을 P_n이라 하자. 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$을 대각선으로 하고 모든 변이 x축 또는 y축과 평행한 직사각형의 넓이를 $f(n)$이라 할 때, $f(2)+f(3)+f(4)+f(5)=3$이다. a의 값은?

① $\sqrt[3]{2}$ ② $\sqrt[3]{3}$ ③ $\sqrt[3]{4}$
④ $\sqrt[3]{5}$ ⑤ $\sqrt[3]{6}$

24

▸ 23054-0024

$a>1$인 실수 a와 상수 m에 대하여 그림과 같이 함수 $f(x)=\log_a(x-m)$의 그래프와 함수 $g(x)=\log_{\frac{1}{3}}(x+4)$의 그래프가 x축 위의 점 A에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$가 직선 $y=x$와 제1사분면에서 만나는 점을 B, 곡선 $y=g(x)$가 직선 $y=x$와 만나는 점을 C라 하자. 점 C의 좌표가 $(-1,\ -1)$이고 삼각형 ABC의 넓이가 $\frac{15}{2}$일 때, $a=2^{\frac{q}{p}}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



유형 8 로그함수의 활용

출제경향 | 진수에 미지수가 포함된 방정식, 진수에 미지수가 포함된 부등식의 해를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 진수에 미지수가 포함된 방정식, 진수에 미지수가 포함된 부등식의 해를 구할 때는 다음 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

① $a>0$, $a\neq1$일 때
$\log_a f(x)=\log_a g(x) \iff f(x)=g(x),\ f(x)>0,\ g(x)>0$

② $a>1$일 때
$\log_a f(x)<\log_a g(x) \iff 0<f(x)<g(x)$

③ $0<a<1$일 때
$\log_a f(x)<\log_a g(x) \iff f(x)>g(x)>0$

(2) 같은 모양의 식이 반복되는 경우에는 치환을 이용하여 방정식과 부등식을 간단히 한 후 문제를 해결한다.

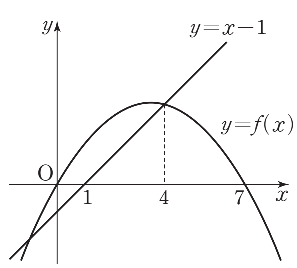
필수 유형 8 | 2020학년도 대수능 6월 모의평가 |

이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x-1$이 그림과 같을 때, 부등식

$$\log_3 f(x)+\log_{\frac{1}{3}}(x-1)\leq0$$

을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합을 구하시오.

(단, $f(0)=f(7)=0$, $f(4)=3$) [3점]



25

▸ 23054-0025

방정식 $\log_4(3x-1)+\log_4(x-3)=\log_4 11$을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오.

26

▸ 23054-0026

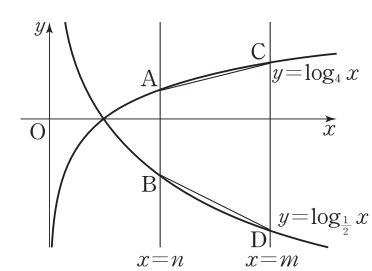
부등식 $\log_3 \frac{x}{3}\times\log_3 \frac{x}{9}<6$을 만족시키는 자연수 x의 최댓값은?

① 80 ② 81 ③ 82 ④ 83 ⑤ 84

27

▸ 23054-0027

그림과 같이 2 이상의 두 자연수 m, n $(m>n)$에 대하여 두 곡선 $y=\log_4 x$, $y=\log_{\frac{1}{2}} x$가 직선 $x=n$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고 두 곡선 $y=\log_4 x$, $y=\log_{\frac{1}{2}} x$가 직선 $x=m$과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사각형 ABDC의 넓이가 $\frac{9}{2}$일 때, $m+n$의 값을 구하시오.



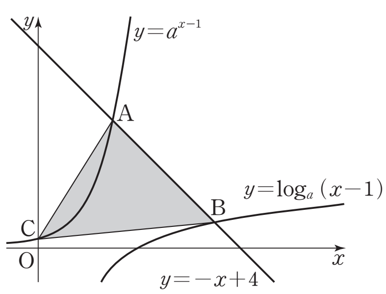
유형 9 지수함수와 로그함수의 관계

출제경향 | 지수함수의 그래프와 로그함수의 그래프를 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 지수함수의 그래프와 로그함수의 그래프, 지수의 성질과 로그의 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 9 | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

$a>1$인 실수 a에 대하여 직선 $y=-x+4$가 두 곡선 $y=a^{x-1}$, $y=\log_a(x-1)$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=a^{x-1}$이 y축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S이다. $50\times S$의 값을 구하시오. [4점]



28

▸ 23054-0028

함수 $f(x)=2^{x-1}+a$의 역함수가 $g(x)=\log_2(x-2)+1$이고, 함수 $y=g(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼 평행이동한 함수의 그래프의 점근선은 직선 $x=5$이다. 두 상수 a, m에 대하여 $a+m$의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

29

▸ 23054-0029

곡선 $y=\log_2(x-1)-1$과 기울기가 -1인 직선 l이 점 $(5, 1)$에서 만난다. 직선 l과 곡선 $y=2^x$이 점 (a, b)에서 만날 때, $\frac{b}{a}$의 값은?

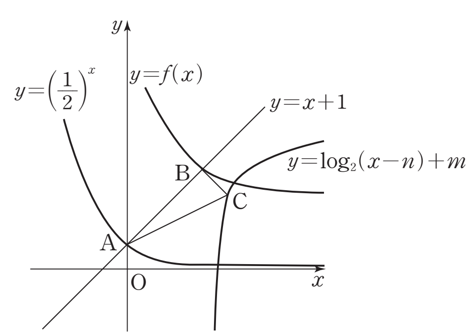
① 2　② $\frac{8}{3}$　③ $\frac{10}{3}$　④ 4　⑤ $\frac{14}{3}$

30

▸ 23054-0030

함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면 함수 $y=f(x)$의 그래프와 일치한다. 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프가 y축과 만나는 점 A는 이 평행이동에 의하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=x+1$이 만나는 점 B로 이동된다. 또 점 B를 지나고 기울기가 -1인 직선이 함수 $y=\log_2(x-n)+m$의 그래프와 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 6일 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

(단, m, n은 양의 실수이다.)



유형 10 지수함수와 로그함수의 최댓값과 최솟값

출제경향 | 주어진 범위에서 지수함수와 로그함수의 증가와 감소를 이용하여 최댓값과 최솟값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 밑의 범위에 따른 지수함수와 로그함수의 증가와 감소를 이해하여 주어진 구간에서 지수함수 또는 로그함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제를 해결한다.
같은 식이 반복되는 경우에는 치환을 이용하여 주어진 식을 간단히 변형한 후 문제를 해결한다.

필수 유형 ⑩ | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수

$$f(x)=2\log_{\frac{1}{2}}(x+k)$$

가 닫힌구간 $[0, 12]$에서 최댓값 -4, 최솟값 m을 갖는다. $k+m$의 값은? (단, k는 상수이다.) [3점]

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

31

▸ 23054-0031

두 함수

$$f(x)=x^2-2x+3,\ g(x)=2^x$$

에 대하여 함수 $y=(g\circ f)(x)$의 최솟값은?

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

32

▸ 23054-0032

$a>1$인 상수 a에 대하여 $-1\le x\le 2$에서 함수 $f(x)=2^{x+2}+\log_a(x+2)$의 최댓값과 최솟값의 합이 19일 때, a의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

33

▸ 23054-0033

함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases}\log_3(9x-9) & (1<x<4)\\ (\sqrt{3})^{6-x} & (x\ge 4)\end{cases}$$

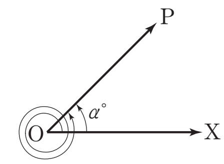
라 하자. $t\le x\le t+2$에서 함수 $f(x)$의 최댓값이 3이 되도록 하는 모든 자연수 t의 개수를 a, $s\le x\le s+1$에서 함수 $f(x)$의 최솟값이 1이 되도록 하는 모든 실수 s의 값의 곱을 b라 할 때, $a+3b$의 값을 구하시오. (단, $t>1$, $s>1$)

수학 I

02 삼각함수

1 일반각과 호도법

(1) 일반각 : 시초선 OX와 동경 OP에 의하여 $\angle$XOP가 주어질 때, 동경 OP가 나타내는 한 각의 크기를 $\alpha°$라 하면 $\angle$XOP의 크기를 $360° \times n + \alpha°$ (n은 정수)로 나타내고, 이것을 동경 OP가 나타내는 일반각이라고 한다.



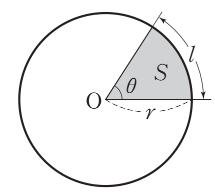
(2) 육십분법과 호도법의 관계

① $1(\text{라디안}) = \dfrac{180°}{\pi}$ ② $1° = \dfrac{\pi}{180}(\text{라디안})$

(3) 부채꼴의 호의 길이와 넓이

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 θ(라디안)인 부채꼴에서 호의 길이를 l, 넓이를 S라 하면

① $l = r\theta$ ② $S = \dfrac{1}{2}r^2\theta = \dfrac{1}{2}rl$

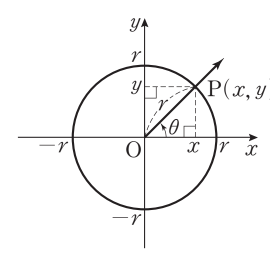


2 삼각함수의 정의와 삼각함수 사이의 관계

(1) 삼각함수의 정의

좌표평면에서 중심이 원점 O이고 반지름의 길이가 r인 원 위의 한 점을 P(x, y)라 하고, x축의 양의 방향을 시초선으로 하는 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ라 할 때, θ에 대한 삼각함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\sin\theta = \frac{y}{r},\ \cos\theta = \frac{x}{r},\ \tan\theta = \frac{y}{x}\ (x \neq 0)$$



(2) 삼각함수 사이의 관계

① $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ ② $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

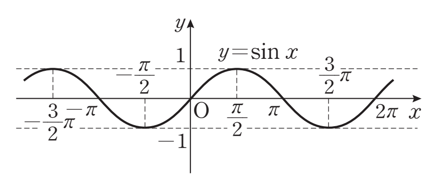
3 삼각함수의 그래프

(1) 함수 $y=\sin x$의 그래프와 그 성질

① 정의역은 실수 전체의 집합이고, 치역은 $\{y \mid -1 \le y \le 1\}$이다.

② 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

③ 주기가 2π인 주기함수이다. 즉, 모든 실수 x에 대하여
$\sin(2n\pi + x) = \sin x$ (n은 정수)이다.

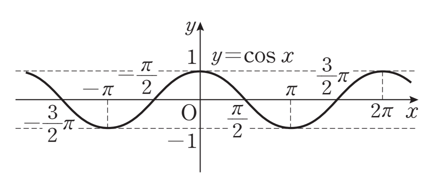


(2) 함수 $y=\cos x$의 그래프와 그 성질

① 정의역은 실수 전체의 집합이고, 치역은 $\{y \mid -1 \le y \le 1\}$이다.

② 그래프는 y축에 대하여 대칭이다.

③ 주기가 2π인 주기함수이다. 즉, 모든 실수 x에 대하여
$\cos(2n\pi + x) = \cos x$ (n은 정수)이다.



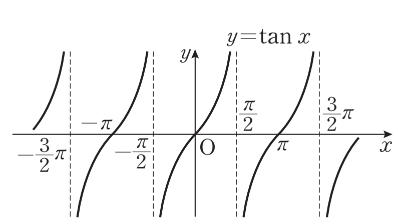
(3) 함수 $y=\tan x$의 그래프와 그 성질

① 정의역은 $x \neq n\pi + \dfrac{\pi}{2}$ (n은 정수)인 실수 전체의 집합이고, 치역은 실수 전체의 집합이다.

② 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

③ 주기가 π인 주기함수이다. 즉, 모든 실수 x에 대하여
$\tan(n\pi + x) = \tan x$ (n은 정수)이다.

④ 그래프의 점근선은 직선 $x = n\pi + \dfrac{\pi}{2}$ (n은 정수)이다.



4 삼각함수의 성질

(1) $2n\pi+\theta$의 삼각함수 (단, n은 정수)

① $\sin(2n\pi+\theta)=\sin\theta$ ② $\cos(2n\pi+\theta)=\cos\theta$ ③ $\tan(2n\pi+\theta)=\tan\theta$

(2) $-\theta$의 삼각함수

① $\sin(-\theta)=-\sin\theta$ ② $\cos(-\theta)=\cos\theta$ ③ $\tan(-\theta)=-\tan\theta$

(3) $\pi+\theta$의 삼각함수

① $\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$ ② $\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$ ③ $\tan(\pi+\theta)=\tan\theta$

(4) $\frac{\pi}{2}+\theta$의 삼각함수

① $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos\theta$ ② $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta$ ③ $\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\frac{1}{\tan\theta}$

5 삼각함수의 활용

(1) **방정식에의 활용** : 방정식 $2\sin x-1=0$, $\sqrt{2}\cos x+1=0$, $\tan x-\sqrt{3}=0$과 같이 각의 크기가 미지수인 삼각함수를 포함한 방정식은 삼각함수의 그래프를 이용하여 다음과 같이 풀 수 있다.

① 주어진 방정식을 $\sin x=k$ ($\cos x=k$, $\tan x=k$)의 꼴로 변형한다.

② 주어진 범위에서 함수 $y=\sin x$ ($y=\cos x$, $y=\tan x$)의 그래프와 직선 $y=k$를 그린 후 두 그래프의 교점의 x좌표를 찾아서 해를 구한다.

(2) **부등식에의 활용** : 부등식 $2\sin x+1>0$, $2\cos x-\sqrt{3}<0$, $\tan x-1<0$과 같이 각의 크기가 미지수인 삼각함수를 포함한 부등식은 삼각함수의 그래프를 이용하여 다음과 같이 풀 수 있다.

① 주어진 부등식을 $\sin x>k$ ($\cos x<k$, $\tan x<k$)의 꼴로 변형한다.

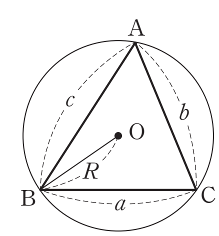
② 주어진 범위에서 함수 $y=\sin x$ ($y=\cos x$, $y=\tan x$)의 그래프와 직선 $y=k$를 그린 후 두 그래프의 교점의 x좌표를 찾는다.

③ 함수 $y=\sin x$ ($y=\cos x$, $y=\tan x$)의 그래프가 직선 $y=k$보다 위쪽(또는 아래쪽)에 있는 x의 값의 범위를 찾아서 해를 구한다.

6 사인법칙

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$



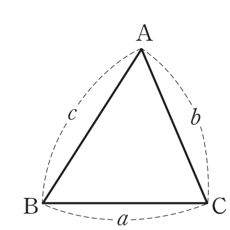
7 코사인법칙

삼각형 ABC에서

(1) $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ (2) $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$ (3) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

참고 코사인법칙을 변형하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

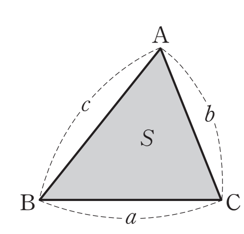
(1) $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ (2) $\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$ (3) $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$



8 삼각형의 넓이

삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면

$$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B$$



유형 1 부채꼴의 호의 길이와 넓이

출제경향 | 호도법을 이용하여 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 부채꼴의 반지름의 길이 r와 중심각의 크기 θ가 주어질 때, 부채꼴의 호의 길이 l과 넓이 S는 다음을 이용하여 구한다.

(1) $l=r\theta$

(2) $S=\frac{1}{2}r^2\theta=\frac{1}{2}rl$

필수 유형 ❶

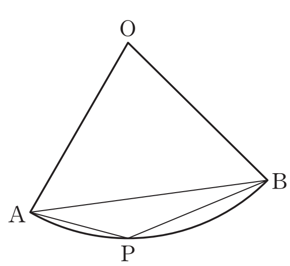
중심각의 크기가 $\frac{5}{9}\pi$이고 호의 길이가 $\frac{10}{3}\pi$인 부채꼴의 넓이는?

① 6π ② 8π ③ 10π ④ 12π ⑤ 14π

01

▸ 23054-0034

그림과 같이 부채꼴 OAB의 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\angle\text{ABP}=\frac{\pi}{12}$, $\angle\text{BAP}=\frac{\pi}{8}$이다. 부채꼴 OAB의 넓이가 30π일 때, 호 AB의 길이는?

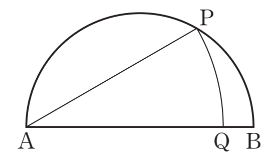


① 4π ② 5π ③ 6π ④ 7π ⑤ 8π

02

▸ 23054-0035

그림과 같이 길이가 6인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위에 점 P가 있다. 선분 AB 위에 점 Q를 $\overline{\text{AP}}=\overline{\text{AQ}}$가 되도록 잡고 부채꼴 APQ의 호 PQ를 그린다. 호 BP의 길이가 π일 때, 부채꼴 APQ의 호 PQ의 길이는?



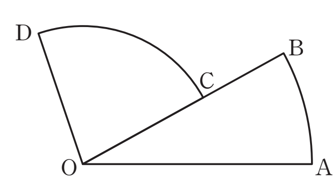
① $\frac{3\sqrt{3}}{8}\pi$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{12}\pi$ ③ $\frac{11\sqrt{3}}{24}\pi$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$ ⑤ $\frac{13\sqrt{3}}{24}\pi$

03

▸ 23054-0036

그림과 같이 중심각의 크기가 $\frac{4}{25}\pi$이고 호의 길이가 $\frac{8}{5}\pi$인 부채꼴 OAB가 있다. 선분 OB를 $3:2$로 내분하는 점을 C라 할 때, 부채꼴 OAB의 넓이와 부채꼴 OCD의 넓이가 같게 되도록 부채꼴 OCD를 그린다. 부채꼴 OCD의 호 CD의 길이가 $\frac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



유형 2 삼각함수의 정의와 삼각함수 사이의 관계

출제경향 | 삼각함수의 정의와 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 식의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수의 정의와 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 문제를 해결한다.

(1) 각 θ를 나타내는 동경과 중심이 원점이고 반지름의 길이가 r인 원이 만나는 점의 좌표를 (x, y)라 하면

$$\sin\theta=\frac{y}{r},\ \cos\theta=\frac{x}{r},\ \tan\theta=\frac{y}{x}\ (x\neq0)$$

(2) 삼각함수 사이의 관계

① $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

② $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

필수 유형 ❷ | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

$\dfrac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\cos^2\theta=\dfrac{4}{9}$일 때, $\sin^2\theta+\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\dfrac{4}{9}$ ② $-\dfrac{1}{3}$ ③ $-\dfrac{2}{9}$
④ $-\dfrac{1}{9}$ ⑤ 0

04

▸ 23054-0037

$\dfrac{3}{2}\pi<\theta<2\pi$인 θ에 대하여 $\sin\theta=-\dfrac{\sqrt{7}}{4}$일 때, $\dfrac{2\cos\theta}{1+\cos\theta}$의 값은?

① $\dfrac{4}{7}$ ② $\dfrac{9}{14}$ ③ $\dfrac{5}{7}$
④ $\dfrac{11}{14}$ ⑤ $\dfrac{6}{7}$

05

▸ 23054-0038

$\dfrac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}=-4$일 때, $\sin\theta-\cos\theta$의 값은?

① $-\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ ② $-\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ ③ 0
④ $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

06

▸ 23054-0039

좌표평면에서 직선 $y=\dfrac{1}{2}x+5$ 위의 점 P에 대하여 직선 $y=\dfrac{1}{2}x+5$와 직선 OP가 서로 수직이다. 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ라 할 때, $\sin\theta\times\cos\theta$의 값은? (단, O는 원점이다.)

① $-\dfrac{2}{5}$ ② $-\dfrac{1}{2}$ ③ $-\dfrac{3}{5}$
④ $-\dfrac{7}{10}$ ⑤ $-\dfrac{4}{5}$

07

▸ 23054-0040

좌표평면에 점 $\mathrm{A}(6, 0)$과 원 $x^2+y^2=36$ 위의 점 P가 있다. 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ라 할 때, 점 P와 θ가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 선분 AP를 포함하는 부채꼴 AOP의 호 AP의 길이는 4π이다.
(나) $\dfrac{\tan\theta}{\cos\theta}<0$

$\cos\theta+\tan^2\theta$의 값은? (단, O는 원점이다.)

① $\dfrac{1}{2}$ ② 1 ③ $\dfrac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\dfrac{5}{2}$

유형 3 삼각함수의 그래프

출제경향 | 삼각함수의 그래프의 성질을 이용하여 주기를 구하거나 미지수의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수의 그래프에서 주기, 최댓값, 최솟값 등을 이용하여 조건을 만족시키는 미지수의 값을 구하는 문제를 해결한다.
0이 아닌 두 상수 a, b에 대하여 세 함수

$y=a\sin bx$, $y=a\cos bx$, $y=a\tan bx$

의 주기는 각각

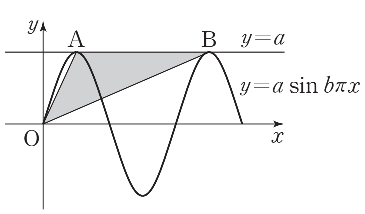
$\frac{2\pi}{|b|}$, $\frac{2\pi}{|b|}$, $\frac{\pi}{|b|}$

이다.

필수 유형 3 | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

두 양수 a, b에 대하여 곡선 $y=a\sin b\pi x\left(0\leq x\leq\frac{3}{b}\right)$이 직선 $y=a$와 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자.
삼각형 OAB의 넓이가 5이고 직선 OA의 기울기와 직선 OB의 기울기의 곱이 $\frac{5}{4}$일 때, $a+b$의 값은? (단, O는 원점이다.)
[4점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5



08

▸ 23054-0041

두 양수 a, b에 대하여 정의역이 $\{x\,|\,0\leq x\leq 2b\}$인 함수 $f(x)=-a\cos\frac{\pi x}{b}$는 $x=c$에서 최댓값을 갖는다. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 x축과 만나는 두 점을 x좌표가 작은 것부터 차례로 A, B라 할 때, 네 점 A, B, C$(c,\ f(c))$, D$(0,\ f(0))$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 AC의 기울기와 직선 BC의 기울기의 곱은 -16이다.
(나) 삼각형 BCD의 넓이는 72이다.

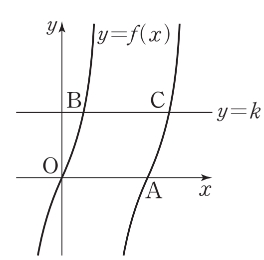
$a+b+c$의 값을 구하시오.

09

▸ 23054-0042

두 양수 a, b에 대하여 주기가 2인 함수 $f(x)=a\tan bx$가 있다. $0<x<3$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프가 x축과 만나는 점을 A, $0<x<3$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프가 직선 $y=k\ (k>0)$과 만나는 두 점을 각각 B, C, 동경 OB가 나타내는 각의 크기를 θ라 하자. $\tan\theta=3$, $\angle\text{BAO}=\frac{\pi}{4}$일 때, $f\left(\frac{k}{3}\right)+\overline{\text{OC}}^2$의 값은? (단, O는 원점이고, $\overline{\text{OB}}<\overline{\text{OC}}$이다.)

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10



유형 4 삼각함수의 성질

출제경향 | 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수의 값을 구하는 문제를 해결한다.

(1) $\pi+\theta$의 삼각함수

① $\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$ ② $\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$

③ $\tan(\pi+\theta)=\tan\theta$

(2) $\pi-\theta$의 삼각함수

① $\sin(\pi-\theta)=\sin\theta$ ② $\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$

③ $\tan(\pi-\theta)=-\tan\theta$

(3) $\frac{\pi}{2}+\theta$의 삼각함수

① $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos\theta$ ② $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta$

③ $\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\frac{1}{\tan\theta}$

(4) $\frac{\pi}{2}-\theta$의 삼각함수

① $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$ ② $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$

③ $\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\frac{1}{\tan\theta}$

필수 유형 4 | 2023학년도 대수능 |

$\tan\theta<0$이고 $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\frac{\sqrt{5}}{5}$일 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0

④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

10

▸ 23054-0043

$\sin\left(-\frac{5}{6}\pi\right)+\cos\frac{8}{3}\pi$의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0

④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

11

▸ 23054-0044

$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\cos\theta=-\frac{1}{3}$일 때,

$\sin(\pi+\theta)\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)+\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\cos(\pi-\theta)$의 값은?

① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{7}{9}$

④ $\frac{8}{9}$ ⑤ 1

12

▸ 23054-0045

$\frac{3}{2}\pi<\theta<2\pi$인 θ에 대하여

$$\sin(2\pi-\theta)+\cos(\pi+\theta)+2\cos\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)=3\sin\theta$$

일 때, $\sin\theta+\cos\theta$의 값은?

① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0

④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

수학 I

유형 5 삼각함수의 최댓값과 최솟값

출제경향 | 삼각함수 또는 삼각함수가 포함된 함수의 최댓값 또는 최솟값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수 사이의 관계, 삼각함수의 성질 및 삼각함수의 그래프의 성질을 이용하여 삼각함수 또는 삼각함수가 포함된 함수의 최댓값 또는 최솟값을 구하는 문제를 해결한다.

세 상수 a $(a\neq0)$, b $(b\neq0)$, c에 대하여

(1) 함수 $y=a\sin bx+c$의 최댓값은 $|a|+c$, 최솟값은 $-|a|+c$이다.

(2) 함수 $y=a\cos bx+c$의 최댓값은 $|a|+c$, 최솟값은 $-|a|+c$이다.

필수 유형 5 | 2023학년도 대수능 |

함수

$$f(x)=a-\sqrt{3}\tan 2x$$

가 닫힌구간 $\left[-\frac{\pi}{6}, b\right]$에서 최댓값 7, 최솟값 3을 가질 때, $a\times b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{5\pi}{12}$ ③ $\frac{\pi}{3}$
④ $\frac{\pi}{4}$ ⑤ $\frac{\pi}{6}$

13

▸ 23054-0046

두 상수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=a\sin\frac{x}{2}+b$의 최솟값이 -1이고 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=5$일 때, $a+b$의 값은? (단, $a>0$)

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

14

▸ 23054-0047

함수 $f(x)=2\sin(\pi+x)\sin(\pi-x)+\sin\left(\frac{3}{2}\pi+x\right)+3$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은?

① $\frac{37}{8}$ ② $\frac{19}{4}$ ③ $\frac{39}{8}$
④ 5 ⑤ $\frac{41}{8}$

15

▸ 23054-0048

자연수 a에 대하여 두 함수

$$f(x)=\frac{1}{3}\log_4(x-3),\ g(x)=\tan\frac{\pi x}{a}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $y=f(x)$의 그래프의 점근선과 함수 $y=g(x)$의 그래프는 만나지 않는다.

(나) $g\left(\frac{2}{3}\right)>1$

정의역이 $\left\{x\,\middle|\,\frac{13}{4}\leq x\leq 19\right\}$인 합성함수 $(g\circ f)(x)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $12(M-m)^2$의 값을 구하시오.

유형 6 삼각함수를 포함한 방정식과 부등식

출제경향 | 삼각함수의 그래프와 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수를 포함한 방정식과 부등식을 푸는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수의 그래프와 직선의 교점 또는 위치 관계를 이용하거나 삼각함수의 성질을 이용하여 각의 크기가 미지수인 삼각함수를 포함한 방정식 또는 부등식의 해를 구하는 문제를 해결한다.

필수 유형 6 | 2021학년도 대수능 |

$0\le x<4\pi$일 때, 방정식

$$4\sin^2 x-4\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-3=0$$

의 모든 해의 합은? [4점]

① 5π ② 6π ③ 7π ④ 8π ⑤ 9π

16

▸ 23054-0049

$0\le x<2\pi$에서 부등식

$$(2\sin x-1)(\sqrt{2}\cos x-1)>0$$

의 해가

$$\alpha<x<\beta \text{ 또는 } \gamma<x<\delta$$

일 때, $\sin(\delta-\beta)+\cos(\gamma-\alpha)$의 값은? (단, $\alpha<\beta<\gamma<\delta$)

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

17

▸ 23054-0050

$0\le x<2\pi$에서 x에 대한 방정식 $|8\cos x+2|=k$가 서로 다른 세 실근 α, β, γ $(\alpha<\beta<\gamma)$를 가질 때, $\frac{k(\gamma-\alpha)}{\beta}$의 값은?

(단, k는 상수이다.)

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

18

▸ 23054-0051

$0\le\theta<2\pi$일 때, x에 대한 이차방정식

$$x^2+(4\sin\theta)x-2+10\cos\theta=0$$

이 실근을 갖도록 하는 모든 θ의 값의 범위는 $\alpha\le\theta\le\beta$이다. $\beta-\alpha$의 값은?

① $\frac{7}{6}\pi$ ② $\frac{4}{3}\pi$ ③ $\frac{3}{2}\pi$ ④ $\frac{5}{3}\pi$ ⑤ $\frac{11}{6}\pi$

19

▸ 23054-0052

정의역이 $\{x\,|\,x\ge0\}$인 함수 $f(x)$가 모든 자연수 n에 대하여 다음을 만족시킨다.

> $2n-2\le x<2n$일 때, $f(x)=\sin(n\pi x)$이다.

$0\le x<8$에서 방정식 $2f(x)-1=0$의 서로 다른 실근 중 가장 작은 값을 α, 가장 큰 값을 β라 할 때, $\frac{4\beta}{\alpha}$의 값을 구하시오.

유형 7 사인법칙과 활용

출제경향 | 삼각함수의 성질과 사인법칙을 이용하여 삼각형의 변의 길이, 각의 크기, 외접원의 반지름의 길이 등을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=c$, $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$일 때, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

가 성립함을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 7 | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

반지름의 길이가 15인 원에 내접하는 삼각형 ABC에서 $\sin B=\frac{7}{10}$일 때, 선분 AC의 길이를 구하시오. [3점]

20

▸ 23054-0053

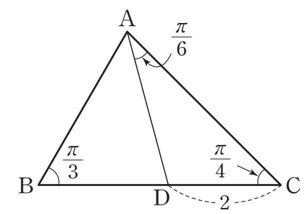
반지름의 길이가 16인 원에 내접하는 삼각형 ABC에서 $\cos A=\frac{\sqrt{7}}{4}$일 때, 선분 BC의 길이는?

① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

21

▸ 23054-0054

그림과 같이 $\angle ABC=\frac{\pi}{3}$, $\angle ACB=\frac{\pi}{4}$이고 $\overline{BC}>2$인 삼각형 ABC가 있다. 변 BC 위의 점 D에 대하여 $\overline{CD}=2$이고 $\angle CAD=\frac{\pi}{6}$일 때, 삼각형 ABD의 외접원의 반지름의 길이는?

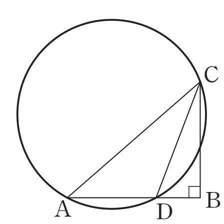


① $\frac{\sqrt{22}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{26}}{3}$
④ $\frac{2\sqrt{7}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{30}}{3}$

22

▸ 23054-0055

그림과 같이 $\angle ABC=90°$이고 $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=4$인 직각삼각형 ABC가 있다. 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점을 D라 할 때, 삼각형 ADC의 외접원의 넓이는 $\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



유형 8 코사인법칙과 활용

출제경향 | 삼각함수의 성질과 코사인법칙을 이용하여 삼각형의 변의 길이, 각의 크기 등을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=c$, $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$일 때, 다음과 같은 코사인법칙을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

(2) $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

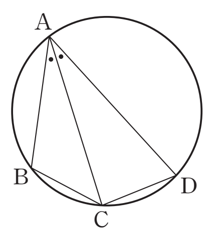
(3) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

필수 유형 8 | 2023학년도 대수능 |

그림과 같이 사각형 ABCD가 한 원에 내접하고

$\overline{AB}=5$, $\overline{AC}=3\sqrt{5}$, $\overline{AD}=7$, $\angle BAC=\angle CAD$

일 때, 이 원의 반지름의 길이는? [4점]

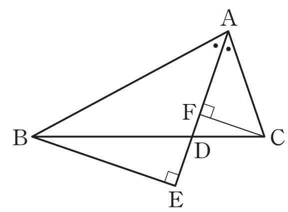


① $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$
④ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

23

▶ 23054-0056

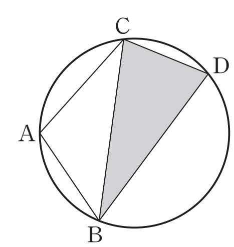
그림과 같이 $\overline{AB}=4\sqrt{2}$, $\overline{AC}=2\sqrt{2}$인 예각삼각형 ABC가 있다. $\angle A$의 이등분선과 변 BC가 만나는 점을 D, 점 B에서 직선 AD에 내린 수선의 발을 E, 점 C에서 직선 AD에 내린 수선의 발을 F라 하자. $\cos(\angle ABC)=\frac{5\sqrt{2}}{8}$일 때, $\overline{AF}\times\overline{AE}$의 값을 구하시오. (단, $\overline{AB}<\overline{BC}$)



24

▶ 23054-0057

그림과 같이 반지름의 길이가 $\frac{4\sqrt{10}}{5}$인 원에 내접하고 $\overline{BC}=2\sqrt{6}$인 삼각형 ABC가 있다. 점 A를 포함하지 않은 호 BC 위의 점 D에 대하여 $\overline{BD}=2\overline{CD}$이다. 삼각형 BDC의 넓이를 S라 할 때, $4S^2$의 값을 구하시오. $\left(\text{단, } \frac{\pi}{2}<\angle CAB<\pi\right)$



03 수열

1 등차수열

(1) 첫째항이 a, 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 일반항 a_n은

$a_n=a+(n-1)d$ (단, $n=1, 2, 3, \cdots$)

(2) 세 수 a, b, c가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, b를 a와 c의 등차중항이라고 한다.

이때 $b-a=c-b$이므로 $b=\dfrac{a+c}{2}$이다.

참고 일반항 a_n이 n에 대한 일차식 $a_n=An+B$ (A, B는 상수, $n=1, 2, 3, \cdots$)인 수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 $A+B$, 공차가 A인 등차수열이다.

2 등차수열의 합

등차수열의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n은 다음과 같다.

(1) 첫째항이 a, 제n항이 l일 때, $S_n=\dfrac{n(a+l)}{2}$

(2) 첫째항이 a, 공차가 d일 때, $S_n=\dfrac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$

참고 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 n에 대한 이차식 $S_n=An^2+Bn$ (A, B는 상수, $n=1, 2, 3, \cdots$)인 수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 $A+B$이고 공차가 $2A$인 등차수열이다.

3 등비수열

(1) 첫째항이 a, 공비가 r $(r\neq 0)$인 등비수열 $\{a_n\}$의 일반항 a_n은

$a_n=ar^{n-1}$ (단, $n=1, 2, 3, \cdots$)

(2) 0이 아닌 세 수 a, b, c가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, b를 a와 c의 등비중항이라고 한다.

이때 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{c}{b}$이므로 $b^2=ac$이다.

4 등비수열의 합

첫째항이 a, 공비가 r $(r\neq 0)$인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n은 다음과 같다.

(1) $r=1$일 때, $S_n=na$

(2) $r\neq 1$일 때, $S_n=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$

5 수열의 합과 일반항 사이의 관계

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하면

$a_1=S_1$, $a_n=S_n-S_{n-1}$ (단, $n=2, 3, 4, \cdots$)

6 합의 기호 $\sum$의 뜻

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$을 기호 $\sum$를 사용하여 다음과 같이 나타낸다.

$$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$$

제n항까지

일반항

첫째항부터

7 합의 기호 $\sum$의 성질

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

(1) $\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k+\sum_{k=1}^{n}b_k$

(2) $\sum_{k=1}^{n}(a_k-b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=1}^{n}b_k$

(3) $\sum_{k=1}^{n}ca_k=c\sum_{k=1}^{n}a_k$ (단, c는 상수)

(4) $\sum_{k=1}^{n}c=cn$ (단, c는 상수)

8 자연수의 거듭제곱의 합

(1) $\sum_{k=1}^{n}k=1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$

(2) $\sum_{k=1}^{n}k^2=1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(3) $\sum_{k=1}^{n}k^3=1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2=\left(\sum_{k=1}^{n}k\right)^2$

9 여러 가지 수열의 합

(1) 일반항이 분수 꼴이고 분모가 서로 다른 두 일차식의 곱으로 나타내어져 있을 때, 두 개의 분수로 분해하는 방법, 즉

$\frac{1}{AB}=\frac{1}{B-A}\left(\frac{1}{A}-\frac{1}{B}\right)$ $(A\neq B)$를 이용하여 계산한다.

① $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+a)}=\frac{1}{a}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+a}\right)$ (단, $a\neq 0$)

② $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(k+a)(k+b)}=\frac{1}{b-a}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k+a}-\frac{1}{k+b}\right)$ (단, $a\neq b$)

(2) 일반항의 분모가 근호가 있는 두 식의 합으로 나타내어져 있을 때, 분모를 유리화하는 방법을 이용하여 계산한다.

① $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k+a}+\sqrt{k}}=\frac{1}{a}\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+a}-\sqrt{k})$ (단, $a\neq 0$)

② $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k+a}+\sqrt{k+b}}=\frac{1}{a-b}\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+a}-\sqrt{k+b})$ (단, $a\neq b$)

10 수열의 귀납적 정의

처음 몇 개의 항의 값과 이웃하는 항들 사이의 관계식으로 수열 $\{a_n\}$을 정의하는 것을 수열의 귀납적 정의라고 한다. 귀납적으로 정의된 수열 $\{a_n\}$의 항의 값을 구할 때에는 n에 1, 2, 3, $\cdots$을 차례로 대입한다.

예를 들면 $a_1=1$, $a_{n+1}=a_n+2$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$과 같이 귀납적으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에서

$a_2=a_1+2=1+2=3$, $a_3=a_2+2=3+2=5$, $a_4=a_3+2=5+2=7$, $\cdots$

이므로 수열 $\{a_n\}$은 1, 3, 5, 7, $\cdots$이다.

11 수학적 귀납법

자연수 n에 대한 명제 $p(n)$이 모든 자연수 n에 대하여 성립함을 증명하려면 다음 두 가지를 보이면 된다.

(i) $n=1$일 때, 명제 $p(n)$이 성립한다. 즉, $p(1)$이 성립한다.

(ii) $n=k$일 때, 명제 $p(n)$이 성립한다고 가정하면 $n=k+1$일 때도 명제 $p(n)$이 성립한다.

이와 같은 방법으로 모든 자연수 n에 대하여 명제 $p(n)$이 참임을 증명하는 것을 수학적 귀납법이라고 한다.

유형 1 등차수열의 뜻과 일반항

출제경향 | 등차수열의 일반항을 이용하여 공차 또는 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건을 만족시키는 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항 a와 공차 d를 구한 후 등차수열의 일반항

$a_n=a+(n-1)d\ (n=1, 2, 3, \cdots)$

을 이용하여 문제를 해결한다.

특히 서로 다른 두 항 a_m과 a_n 사이에

$a_m-a_n=(m-n)d$

가 성립함을 이용하면 편리할 수 있다.

필수 유형 ❶ | 2019학년도 대수능 |

첫째항이 4인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_{10}-a_7=6$

일 때, a_4의 값은? [3점]

① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

01

▸ 23054-0058

공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_2=3,\ a_7-a_5=3-d$

일 때, a_4의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

02

▸ 23054-0059

첫째항이 45이고 공차가 -7인 등차수열 $\{a_n\}$과 첫째항과 공차가 같고 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{b_n\}$에 대하여 수열 $\{c_n\}$을 $c_n=a_n+b_n$이라 하자. $c_n>100$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값이 10일 때, b_1의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

03

▸ 23054-0060

3으로 나눈 나머지가 1인 모든 자연수를 작은 것부터 크기순으로 나열한 수열을 $\{a_n\}$, 4로 나눈 나머지가 2인 모든 자연수를 작은 것부터 크기순으로 나열한 수열을 $\{b_n\}$이라 하자. $a_k=b_m$을 만족시키는 20 이하의 두 자연수 k, m에 대하여 $k+m$의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오.

유형 2 등차수열의 합

출제경향 | 주어진 조건으로부터 등차수열의 합을 구하거나 등차수열의 합을 이용하여 첫째항, 공차, 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건에서 첫째항과 공차를 구하고 등차수열의 합의 공식을 이용하여 문제를 해결한다.
등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 다음을 이용하여 S_n을 구한다.
(1) 첫째항이 a, 제n항(끝항)이 l일 때

$$S_n=\frac{n(a+l)}{2}$$

(2) 첫째항이 a, 공차가 d일 때

$$S_n=\frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$$

필수 유형 ❷ | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_k=-16$, $S_{k+2}=-12$를 만족시키는 자연수 k에 대하여 a_{2k}의 값을 구하시오. [4점]

04
▸ 23054-0061

첫째항이 3이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $b_n=a_{2n-1}+a_{2n}$이라 하자. 수열 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, S_5의 값은?

① 118 ② 119 ③ 120 ④ 121 ⑤ 122

05
▸ 23054-0062

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여 $S_{n+1}+S_n=3n^2-28n-14$를 만족시킬 때, a_6의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

06
▸ 23054-0063

모든 항이 양수이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$이 있다. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하고 수열 $\{b_n\}$을 $b_n=\frac{(a_{n+1})^2-(a_n)^2}{3}$이라 하자. $b_1=4$, $b_3=\frac{1}{3}S_6$일 때, a_4의 값은?

① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$

07
▸ 23054-0064

두 함수 $f(x)=\sin \pi x$, $g(x)=-x-1$이 있다. 자연수 n에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=g(x-2n)$의 그래프가 만나는 점 중 y좌표가 0이 아닌 두 점을 각각 A_n, B_n이라 하고 두 점 A_n, B_n의 x좌표를 각각 a_n, b_n $(a_n<b_n)$이라 하자. 수열 $\{c_n\}$을 $c_n=a_n+b_n$이라 하고 수열 $\{c_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $S_n>100$을 만족시키는 n의 최솟값을 구하시오.

유형 3 등비수열의 뜻과 일반항

출제경향 | 등비수열의 일반항을 이용하여 공비 또는 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건을 만족시키는 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항 a와 공비 r를 구한 후 등비수열의 일반항

$a_n=ar^{n-1}$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$

을 이용하여 문제를 해결한다.

특히 서로 다른 두 항 a_m과 a_n 사이에

$\dfrac{a_m}{a_n}=r^{m-n}$ $(a_1\neq0, r\neq0)$

이 성립함을 이용하면 편리할 수 있다.

필수 유형 ❸ | 2020학년도 대수능 |

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{a_{16}}{a_{14}}+\frac{a_8}{a_7}=12$$

일 때, $\dfrac{a_3}{a_1}+\dfrac{a_6}{a_3}$의 값을 구하시오. [3점]

08

▸ 23054-0065

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1=\frac{1}{9}, \frac{a_4}{a_3}=\sqrt{6}$$

일 때, a_5의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

09

▸ 23054-0066

모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_3-a_1=4, a_7-a_5=36$$

일 때, a_9의 값은?

① 162 ② 163 ③ 164 ④ 165 ⑤ 166

10

▸ 23054-0067

첫째항이 자연수이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{a_1+a_2}{a_4+a_5}=\frac{1}{2}, a_{10}\leq40$$

을 만족시키는 모든 a_1의 값의 합은?

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

유형 4 등비수열의 합

출제경향 | 주어진 조건으로부터 등비수열의 합을 구하거나 등비수열의 합을 이용하여 공비 또는 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건에서 첫째항과 공비를 구하고 등비수열의 합의 공식을 이용하여 문제를 해결한다.
첫째항이 a, 공비가 r $(r\neq0)$인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 다음을 이용하여 S_n을 구한다.
(1) $r=1$일 때, $S_n=na$
(2) $r\neq1$일 때, $S_n=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$

필수 유형 ④ | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$a_1=1,\ \frac{S_6}{S_3}=2a_4-7$$

일 때, a_7의 값을 구하시오. [3점]

11
▸ 23054-0068

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$a_1=3,\ S_8=10S_4$$

일 때, a_3의 값은?

① 9 ② $9\sqrt{3}$ ③ 27
④ $27\sqrt{3}$ ⑤ 81

12
▸ 23054-0069

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$이

$$\frac{a_1a_4}{a_3}=2,\ a_2+a_6=10$$

을 만족시킨다. 모든 자연수 n에 대하여 $b_n=\dfrac{a_{2n}}{2a_{n+1}}$이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제8항까지의 합은?

① $\dfrac{7}{2}(\sqrt{2}+1)$ ② $\dfrac{11}{2}(\sqrt{2}+1)$ ③ $\dfrac{15}{2}(\sqrt{2}+1)$
④ $\dfrac{19}{2}(\sqrt{2}+1)$ ⑤ $\dfrac{23}{2}(\sqrt{2}+1)$

13
▸ 23054-0070

등비수열 $\{a_n\}$의 공비는 $\sqrt[5]{3}$이다. 모든 자연수 n에 대하여

$$\begin{cases} b_n=a_n+a_{n+1} \\ c_n=a_{2n-1}+a_{2n} \end{cases}$$

이라 하자. 두 수열 $\{b_n\}$, $\{c_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 각각 S_n, T_n이라 할 때, $T_5-S_5=8$을 만족시킨다.
$a_2+a_3+a_4+a_5$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

유형 5 등차중항과 등비중항

출제경향 | 3개 이상의 수가 등차수열 또는 등비수열을 이루는 조건이 주어지는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 3개 이상의 수가 등차수열 또는 등비수열을 이루는 조건이 주어진 문제에서는 다음의 등차중항 또는 등비중항의 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) 세 수 a, b, c가 이 순서대로 등차수열을 이루면 $2b=a+c$가 성립한다.

(2) 0이 아닌 세 수 a, b, c가 이 순서대로 등비수열을 이루면 $b^2=ac$가 성립한다.

필수 유형 5 | 2020학년도 대수능 6월 모의평가 |

자연수 n에 대하여 x에 대한 이차방정식

$$x^2-nx+4(n-4)=0$$

이 서로 다른 두 실근 α, β $(\alpha<\beta)$를 갖고, 세 수 1, α, β가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, n의 값은? [3점]

① 5 ② 8 ③ 11
④ 14 ⑤ 17

14

▸ 23054-0071

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1+a_3=24,\ a_2a_4=256$$

일 때, a_5의 값은?

① 16 ② 24 ③ 32
④ 40 ⑤ 48

15

▸ 23054-0072

0이 아닌 두 실수 a, b가 다음 조건을 만족시킬 때, ab의 값은?

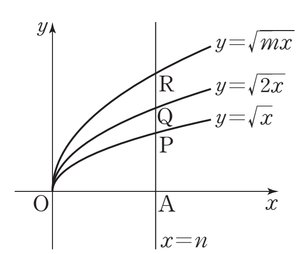
(가) 세 수 a, $a+b$, ab는 이 순서대로 등차수열을 이룬다.
(나) 세 수 a^2, ab, $2b$는 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

16

▸ 23054-0073

$m>2$, $n>0$인 두 상수 m, n에 대하여 그림과 같이 세 함수 $y=\sqrt{x}$, $y=\sqrt{2x}$, $y=\sqrt{mx}$의 그래프와 직선 $x=n$이 만나는 점을 각각 P, Q, R라 하자. 점 A$(n,\ 0)$에 대하여 $\overline{\mathrm{PA}}$, $\overline{\mathrm{QA}}$, $\overline{\mathrm{RA}}$가 이 순서대로 등비수열을 이루고, $\overline{\mathrm{OP}}^2$, $\overline{\mathrm{OQ}}^2+4$, $\overline{\mathrm{OR}}^2+5$가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $m+n$의 값은?
(단, O는 원점이다.)



① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

유형 6 수열의 합과 일반항 사이의 관계

출제경향 | 수열의 합과 일반항 사이의 관계를 이용하여 일반항을 구하거나 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 다음과 같은 수열의 합과 일반항 사이의 관계를 이용하여 문제를 해결한다.

$a_1=S_1$

$a_n=S_n-S_{n-1}$ (단, $n=2, 3, 4, \cdots$)

필수 유형 6 | 2021학년도 대수능 9월 모의평가 |

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여

$$S_{n+3}-S_n=13\times 3^{n-1}$$

일 때, a_4의 값을 구하시오. [4점]

17

▸ 23054-0074

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여

$$S_n=2n^2+kn$$

이고 $a_4=20$일 때, a_1의 값은? (단, k는 상수이다.)

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

18

▸ 23054-0075

첫째항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\frac{S_{10}-S_8}{S_7-S_5}=4,\ (S_2-S_1)^3=108$$

일 때, $a_2\times a_6$의 값은?

① 100 ② 121 ③ 144 ④ 169 ⑤ 196

19

▸ 23054-0076

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, S_n이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 수열 $\{S_{2n-1}\}$은 공차가 3인 등차수열이다.
(나) 수열 $\{S_{2n}\}$은 공차가 4인 등차수열이다.

$a_{11}=a_{12}$일 때, a_7의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

수학 I

유형 7 합의 기호 $\sum$의 뜻과 성질

출제경향 | 합의 기호 $\sum$의 뜻과 성질을 이용하여 수열의 합을 구하거나 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수열 $\{a_n\}$에서 합의 기호 $\sum$가 포함된 문제는 다음을 이용하여 해결한다.

(1) $\sum$의 뜻

① $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$

② $\sum_{k=m}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=1}^{m-1}a_k$ (단, $2\le m\le n$)

(2) $\sum$의 성질

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

① $\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k+\sum_{k=1}^{n}b_k$

② $\sum_{k=1}^{n}(a_k-b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=1}^{n}b_k$

③ $\sum_{k=1}^{n}ca_k=c\sum_{k=1}^{n}a_k$ (단, c는 상수)

④ $\sum_{k=1}^{n}c=cn$ (단, c는 상수)

필수 유형 7 | 2023학년도 대수능 |

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{5}(3a_k+5)=55,\ \sum_{k=1}^{5}(a_k+b_k)=32$$

일 때, $\sum_{k=1}^{5}b_k$의 값을 구하시오. [3점]

20 ▸ 23054-0077

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{15}a_k=12,\ \sum_{k=1}^{15}(2a_k-b_k)=17$$

일 때, $\sum_{k=1}^{15}(b_k+1)$의 값은?

① 18 ② 19 ③ 20
④ 21 ⑤ 22

21 ▸ 23054-0078

수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}\{ka_{k+1}-(k+1)a_k\}=70$$

이고 $a_{11}=15$일 때, $\sum_{k=1}^{10}a_k(a_k+6)-\sum_{k=1}^{10}(a_k+2)^2$의 값은?

① 40 ② 45 ③ 50
④ 55 ⑤ 60

22 ▸ 23054-0079

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n+b_n=2$$

를 만족시키고,

$$\sum_{k=1}^{10}\{(a_k)^2-(b_k)^2\}=310$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}(2a_k-4b_k)$의 값은?

① 415 ② 425 ③ 435
④ 445 ⑤ 455

유형 8 자연수의 거듭제곱의 합

출제경향 | 자연수의 거듭제곱의 합을 나타내는 $\sum$의 공식을 이용하여 식의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 자연수의 거듭제곱의 합을 나타내는 $\sum$의 공식을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) $\sum_{k=1}^{n} k=\frac{n(n+1)}{2}$

(2) $\sum_{k=1}^{n} k^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(3) $\sum_{k=1}^{n} k^3=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

필수 유형 8 | 2020학년도 대수능 |

자연수 n에 대하여 다항식 $2x^2-3x+1$을 $x-n$으로 나누었을 때의 나머지를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{7}(a_n-n^2+n)$의 값을 구하시오.

[3점]

23

▸ 23054-0080

$\sum_{k=1}^{10} k(k^2+16)-\sum_{k=1}^{10} k^2(k+2)$의 값은?

① 102 ② 106 ③ 110
④ 114 ⑤ 118

24

▸ 23054-0081

$\sum_{k=1}^{20}\left(\frac{1}{3}k+a\right)=\sum_{k=1}^{12} k^2$일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

25

▸ 23054-0082

자연수 n에 대하여 x에 대한 이차방정식

$$nx^2-(n^2-12n)x-8=0$$

의 두 근의 합을 a_n, 두 근의 곱을 b_n이라 할 때, $\sum_{k=1}^{15}\frac{a_k}{b_k}$의 값은?

① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

26

▸ 23054-0083

자연수 n에 대하여 x에 대한 부등식

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2n}\ge\left(\frac{1}{2}\right)^{-x-8}$$

을 만족시키는 자연수 x의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$의 값은?

① 128 ② 136 ③ 144
④ 152 ⑤ 160

유형 9 여러 가지 수열의 합

출제경향 | 수열의 일반항을 소거되는 꼴로 변형하여 수열의 합을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수열의 일반항을 소거되는 꼴로 변형할 때에는 다음을 이용하여 해결한다.

(1) 일반항이 분수 꼴이고 분모가 서로 다른 두 일차식의 곱이면 다음과 같이 변형하여 문제를 해결한다.

① $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+a)} = \frac{1}{a}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+a}\right)$ (단, $a \neq 0$)

② $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(k+a)(k+b)} = \frac{1}{b-a}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k+a} - \frac{1}{k+b}\right)$ (단, $a \neq b$)

(2) 일반항의 분모가 근호가 있는 두 식의 합이면 다음과 같이 변형하여 문제를 해결한다.

① $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k+a}+\sqrt{k}} = \frac{1}{a}\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+a}-\sqrt{k})$ (단, $a \neq 0$)

② $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k+a}+\sqrt{k+b}} = \frac{1}{a-b}\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+a}-\sqrt{k+b})$ (단, $a \neq b$)

필수 유형 9 | 2023학년도 대수능 |

모든 항이 양수이고 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$이

$$\sum_{k=1}^{15} \frac{1}{\sqrt{a_k}+\sqrt{a_{k+1}}} = 2$$

를 만족시킬 때, a_4의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

27

▸ 23054-0084

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1=1,\ a_4=a_2+8$$

일 때, $\sum_{k=1}^{15} \frac{1}{a_k a_{k+1}}$의 값은?

① $\frac{12}{61}$ ② $\frac{15}{61}$ ③ $\frac{18}{61}$ ④ $\frac{21}{61}$ ⑤ $\frac{24}{61}$

28

▸ 23054-0085

공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\sum_{k=1}^{10} \frac{a_k}{S_{k+1}S_k} = p$$

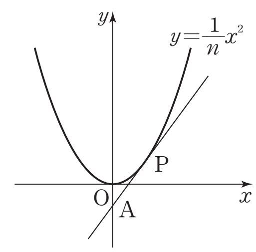
일 때, $\log_2(2^{11}-1)+\log_2(1-pa_1)$의 값은? (단, $a_1 \neq 0$)

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

29

▸ 23054-0086

그림과 같이 자연수 n에 대하여 점 $\mathrm{A}(0, -1)$에서 함수 $y=\frac{1}{n}x^2$의 그래프에 그은 기울기가 양수인 접선의 접점을 $\mathrm{P}(x_n, y_n)$이라 할 때, $\sum_{n=1}^{15} \frac{y_n}{x_n+x_{n+1}}$의 값은?



① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

유형 10 수열의 귀납적 정의

출제경향 | 처음 몇 개의 항의 값과 이웃하는 항들 사이의 관계식으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에서 특정한 항의 값을 구하는 문제, 귀납적으로 정의된 등차수열 또는 등비수열에 대한 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 첫째항 a_1의 값과 이웃하는 항들 사이의 관계식에서 n 대신 1, 2, 3, …을 차례로 대입하거나 귀납적으로 정의된 등차수열 또는 등비수열에 대한 문제를 해결한다.

(1) 등차수열과 수열의 귀납적 정의
모든 자연수 n에 대하여
① $a_{n+1}-a_n=d$ (d는 상수)를 만족시키는 수열 $\{a_n\}$은 공차가 d인 등차수열이다.
② $2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$를 만족시키는 수열 $\{a_n\}$은 등차수열이다.

(2) 등비수열과 수열의 귀납적 정의
모든 자연수 n에 대하여
① $a_{n+1}=ra_n$ (r는 상수)를 만족시키는 수열 $\{a_n\}$은 공비가 r인 등비수열이다. (단, $a_n \neq 0$)
② $(a_{n+1})^2=a_na_{n+2}$를 만족시키는 수열 $\{a_n\}$은 등비수열이다.

필수 유형 ⑩ | 2021학년도 대수능 9월 모의평가 |

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=12$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}+a_n=(-1)^{n+1}\times n$$

을 만족시킨다. $a_k>a_1$인 자연수 k의 최솟값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

30

▸ 23054-0087

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_7의 값을 구하시오.

(가) $2a_2+4a_3=3$
(나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_n=-\frac{1}{2}a_{n+1}$이다.

31

▸ 23054-0088

모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=2$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\log_2 a_n \times \log_2 a_{n+1}=2n-1$$

을 만족시킬 때, $\log_2 \frac{a_5}{a_2}$의 값은?

① 2 ② $\frac{12}{5}$ ③ $\frac{14}{5}$ ④ $\frac{16}{5}$ ⑤ $\frac{18}{5}$

32

▸ 23054-0089

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $\frac{a_1\times a_2}{4}$의 값을 구하시오.

(가) 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}=a_n+4$이다.
(나) $\sum_{k=1}^{10} a_k=a_1+a_2$

수학 I

유형 11 다양한 수열의 규칙성 찾기

출제경향 | 주어진 조건을 만족시키는 몇 개의 항을 나열하여 수열의 규칙을 찾는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건을 만족시키는 몇 개의 항을 구하여 규칙을 찾아 문제를 해결한다.

필수 유형 11 | 2023학년도 대수능 |

모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_9의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값은? [4점]

(가) $a_7=40$

(나) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases} a_{n+1}+a_n & (a_{n+1}\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3}a_{n+1} & (a_{n+1}\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

① 216 ② 218 ③ 220
④ 222 ⑤ 224

33

▸ 23054-0090

첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} 2a_n & (a_n<10) \\ a_n-10 & (a_n\geq 10) \end{cases}$$

일 때, $\sum_{k=1}^{20}a_k$의 값은?

① 103 ② 114 ③ 125
④ 136 ⑤ 147

34

▸ 23054-0091

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n+a_{n+1}=\frac{1}{2}n+2$$

를 만족시킨다. $a_{25}=20$일 때, a_1의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

35

▸ 23054-0092

모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} 6a_n & (a_n\text{이 홀수}) \\ \frac{1}{2}a_n+1 & (a_n\text{이 짝수}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_3=4$이고 $a_2>a_1$일 때, $a_k<a_2$를 만족시키는 20 이하의 자연수 k의 개수는?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

유형 12 수학적 귀납법

출제경향 | 수학적 귀납법을 이용하여 명제를 증명하는 과정에서 빈칸에 알맞은 식이나 수를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 명제를 수학적 귀납법으로 증명하는 과정의 앞뒤 관계를 파악하여 빈칸에 알맞은 식이나 수를 구한다.

필수 유형 12 | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n=(2^{2n}-1)\times 2^{n(n-1)}+(n-1)\times 2^{-n}$$

이다. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k=2^{n(n+1)}-(n+1)\times 2^{-n} \quad \cdots\cdots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$일 때, (좌변)$=3$, (우변)$=3$이므로 $(*)$이 성립한다.

(ii) $n=m$일 때, $(*)$이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{m} a_k=2^{m(m+1)}-(m+1)\times 2^{-m}$$

이다. $n=m+1$일 때,

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{m+1} a_k&=2^{m(m+1)}-(m+1)\times 2^{-m}\\&\quad+(2^{2m+2}-1)\times \boxed{\text{(가)}}+m\times 2^{-m-1}\\&=\boxed{\text{(가)}}\times\boxed{\text{(나)}}-\frac{m+2}{2}\times 2^{-m}\\&=2^{(m+1)(m+2)}-(m+2)\times 2^{-(m+1)}\end{aligned}$$

이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k=2^{n(n+1)}-(n+1)\times 2^{-n}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $\dfrac{g(7)}{f(3)}$의 값은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 8
④ 16 ⑤ 32

36

▶ 23054-0093

다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\frac{1\times 2^2}{2n^2-1}+\frac{5\times 4^2}{2n^2-1}+\frac{9\times 6^2}{2n^2-1}+\cdots+\frac{(4n-3)\times(2n)^2}{2n^2-1}$$
$$=2n(n+1) \quad \cdots\cdots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$일 때,

(좌변)$=4$, (우변)$=4$이므로 $(*)$이 성립한다.

(ii) $n=k$일 때, $(*)$이 성립한다고 가정하면

$$\frac{1\times 2^2}{2k^2-1}+\frac{5\times 4^2}{2k^2-1}+\frac{9\times 6^2}{2k^2-1}+\cdots+\frac{(4k-3)\times(2k)^2}{2k^2-1}$$
$$=2k(k+1)$$

이다. 이때

$$\begin{aligned}&1\times 2^2+5\times 4^2+9\times 6^2+\cdots+(4k-3)\times(2k)^2\\&\qquad+(4k+1)\times(2k+2)^2\\&=\boxed{\text{(가)}}+(4k+1)\times(2k+2)^2\\&=2(k+1)\times(k+2)\times\{2\times(\boxed{\text{(나)}})+1\}\end{aligned}$$

이므로

$$\frac{1\times 2^2}{2(k+1)^2-1}+\frac{5\times 4^2}{2(k+1)^2-1}+\frac{9\times 6^2}{2(k+1)^2-1}+$$
$$\cdots+\frac{(4k+1)\times\{2(k+1)\}^2}{2(k+1)^2-1}$$
$$=2(k+1)(k+2)$$

이다. 따라서 $n=k+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여

$$\frac{1\times 2^2}{2n^2-1}+\frac{5\times 4^2}{2n^2-1}+\frac{9\times 6^2}{2n^2-1}+\cdots+\frac{(4n-3)\times(2n)^2}{2n^2-1}$$
$$=2n(n+1)$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$라 할 때, $\dfrac{f(5)}{g(3)}$의 값은?

① 194 ② 196 ③ 198
④ 200 ⑤ 202

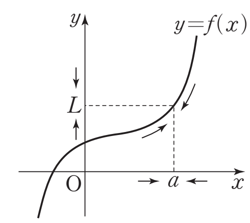
수학 I

04 함수의 극한과 연속

1 함수의 수렴과 발산

(1) 함수의 수렴

① 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a가 아니면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$는 L에 수렴한다고 한다. 이때 L을 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 극한값 또는 극한이라고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.



$\lim\limits_{x \to a} f(x)=L$ 또는 $x \to a$일 때 $f(x) \to L$

② 함수 $f(x)$에서 x의 값이 한없이 커질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$는 L에 수렴한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim\limits_{x \to \infty} f(x)=L$ 또는 $x \to \infty$일 때 $f(x) \to L$

③ 함수 $f(x)$에서 x의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$는 L에 수렴한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)=L$ 또는 $x \to -\infty$일 때 $f(x) \to L$

(2) 함수의 발산

① 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a가 아니면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 한없이 커지면 함수 $f(x)$는 양의 무한대로 발산한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim\limits_{x \to a} f(x)=\infty$ 또는 $x \to a$일 때 $f(x) \to \infty$

또 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a가 아니면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지면 함수 $f(x)$는 음의 무한대로 발산한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim\limits_{x \to a} f(x)=-\infty$ 또는 $x \to a$일 때 $f(x) \to -\infty$

② 함수 $f(x)$에서 x의 값이 한없이 커지거나 x의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, 함수 $f(x)$가 양의 무한대나 음의 무한대로 발산하면 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim\limits_{x \to \infty} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)=-\infty$

2 함수의 좌극한과 우극한

(1) 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a보다 작으면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 L을 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 좌극한이라고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim\limits_{x \to a-} f(x)=L$ 또는 $x \to a-$일 때 $f(x) \to L$

또 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a보다 크면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 L을 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 우극한이라고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim\limits_{x \to a+} f(x)=L$ 또는 $x \to a+$일 때 $f(x) \to L$

(2) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서의 좌극한 $\lim\limits_{x \to a-} f(x)$와 우극한 $\lim\limits_{x \to a+} f(x)$가 모두 존재하고 그 값이 서로 같으면 극한값 $\lim\limits_{x \to a} f(x)$가 존재한다. 또한 그 역도 성립한다. 즉, $\lim\limits_{x \to a-} f(x)=\lim\limits_{x \to a+} f(x)=L \Longleftrightarrow \lim\limits_{x \to a} f(x)=L$ (단, L은 실수)

3 함수의 극한에 대한 성질

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim\limits_{x \to a} f(x)=\alpha$, $\lim\limits_{x \to a} g(x)=\beta$ (α, β는 실수)일 때

(1) $\lim\limits_{x \to a} \{cf(x)\}=c\lim\limits_{x \to a} f(x)=c\alpha$ (단, c는 상수)

(2) $\lim\limits_{x \to a} \{f(x)+g(x)\}=\lim\limits_{x \to a} f(x)+\lim\limits_{x \to a} g(x)=\alpha+\beta$

(3) $\lim\limits_{x \to a} \{f(x)-g(x)\}=\lim\limits_{x \to a} f(x)-\lim\limits_{x \to a} g(x)=\alpha-\beta$

(4) $\lim\limits_{x \to a} \{f(x)g(x)\}=\lim\limits_{x \to a} f(x)\times\lim\limits_{x \to a} g(x)=\alpha\beta$

(5) $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim\limits_{x \to a} f(x)}{\lim\limits_{x \to a} g(x)}=\dfrac{\alpha}{\beta}$ (단, $\beta \neq 0$)

4 미정계수의 결정

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 다음 성질을 이용하여 미정계수를 결정할 수 있다.

(1) $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \alpha$ (α는 실수)이고 $\lim\limits_{x \to a} g(x) = 0$이면 $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0$이다.

(2) $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \alpha$ ($\alpha \neq 0$인 실수)이고 $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0$이면 $\lim\limits_{x \to a} g(x) = 0$이다.

5 함수의 극한의 대소 관계

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \alpha$, $\lim\limits_{x \to a} g(x) = \beta$ (α, β는 실수)일 때, a에 가까운 모든 실수 x에 대하여

(1) $f(x) \le g(x)$이면 $\alpha \le \beta$이다.

(2) 함수 $h(x)$에 대하여 $f(x) \le h(x) \le g(x)$이고 $\alpha = \beta$이면 $\lim\limits_{x \to a} h(x) = \alpha$이다.

6 함수의 연속

(1) 함수 $f(x)$가

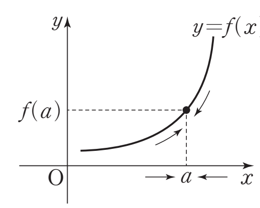
　(i) $x = a$에서 정의되어 있고

　(ii) $\lim\limits_{x \to a} f(x)$가 존재하며

　(iii) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$

　일 때, 함수 $f(x)$는 $x = a$에서 연속이라고 한다.

　또 함수 $f(x)$가 $x = a$에서 연속이 아닐 때, 함수 $f(x)$는 $x = a$에서 불연속이라고 한다.



(2) 함수 $f(x)$가 열린구간 (a, b)의 모든 실수에 대하여 연속일 때, 함수 $f(x)$는 열린구간 (a, b)에서 연속 또는 연속함수라고 한다.

　한편, 함수 $f(x)$가 다음 두 조건을 모두 만족시킬 때, 함수 $f(x)$는 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이라고 한다.

　(i) 함수 $f(x)$가 열린구간 (a, b)에서 연속이다.

　(ii) $\lim\limits_{x \to a+} f(x) = f(a)$, $\lim\limits_{x \to b-} f(x) = f(b)$

7 연속함수의 성질

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $x = a$에서 연속이면 다음 함수도 $x = a$에서 연속이다.

(1) $cf(x)$ (단, c는 상수)

(2) $f(x) + g(x)$, $f(x) - g(x)$

(3) $f(x)g(x)$

(4) $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ (단, $g(a) \neq 0$)

8 최대 · 최소 정리

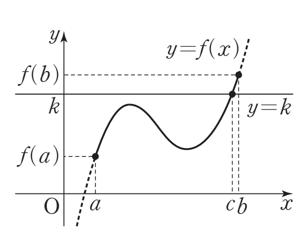
함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이면 함수 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.

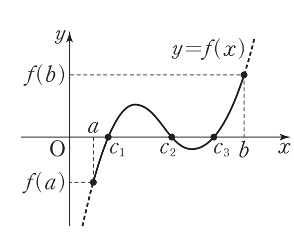
9 사잇값의 정리

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$이면 $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k에 대하여 $f(c) = k$인 c가 열린구간 (a, b)에 적어도 하나 존재한다.

참고 사잇값의 정리에 의하여 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a)$와 $f(b)$의 부호가 서로 다르면 $f(c) = 0$인 c가 열린구간 (a, b)에 적어도 하나 존재한다.

즉, 방정식 $f(x) = 0$은 열린구간 (a, b)에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.





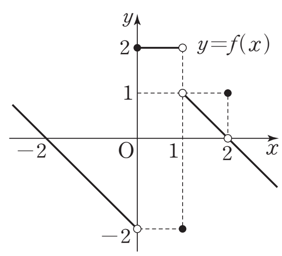
유형 1 함수의 좌극한과 우극한

출제경향 | 함수의 식과 그래프에서 좌극한과 우극한, 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 정의역의 범위에 따라 다르게 정의된 함수 또는 그래프에서 좌극한과 우극한, 극한값을 구하는 과정을 이해하여 해결한다.

필수 유형 ❶ | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x \to 0-} f(x)+\lim\limits_{x \to 1+} f(x)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

01

▸ 23054-0094

함수 $f(x)=\begin{cases} x+2 & (x\le 1) \\ \frac{1}{2}(x-1)^2-2 & (x>1) \end{cases}$에 대하여

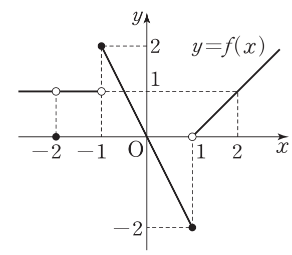
$\lim\limits_{x \to 1-} f(x)+\lim\limits_{x \to 1+} f(x)$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

02

▸ 23054-0095

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x \to -1+} \{f(x)-2\}+\lim\limits_{x \to 2-} f(x-1)$의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1
④ 0 ⑤ 1

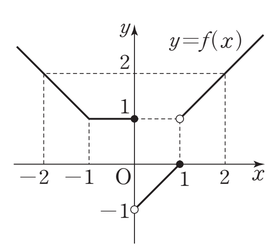
03

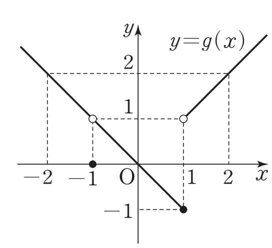
▸ 23054-0096

두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같다.

$$\lim_{x \to 1-} f(x)+\lim_{x \to 1+} g(x)=f(k)+\lim_{x \to -1} g(x)$$

를 만족시키는 상수 k의 값은? (단, $-2\le k\le 2$)





① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

유형 2 함수의 극한값의 계산

출제경향 | $\frac{0}{0}$ 꼴, $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴, $\infty-\infty$ 꼴의 함수의 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) $\frac{0}{0}$ 꼴의 유리식은 분모, 분자를 각각 인수분해하고 약분한 다음 극한값을 구한다.

(2) $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 유리식은 분모의 최고차항으로 분모, 분자를 나눈 다음 극한값을 구한다.

(3) $\infty-\infty$ 꼴의 무리식은 분모 또는 분자의 무리식을 유리화한 다음 극한값을 구한다.

필수 유형 ❷ | 2021학년도 대수능 9월 모의평가 |

$\lim_{x \to -1} \frac{x^2+9x+8}{x+1}$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

04

▸ 23054-0097

$\lim_{x \to 0} \frac{10x-x^2}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

05

▸ 23054-0098

$\lim_{x \to \infty} \frac{x(2x+3)}{3x^2+2x+1}$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

06

▸ 23054-0099

$\lim_{x \to \infty} \{\sqrt{x(x+k)}-x\}=2$일 때, 상수 k의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

07

▸ 23054-0100

모든 양의 실수 x에 대하여 함수 $f(x)$가

$$\frac{x^2-2}{6x} \le f(x) \le \frac{x^2+2}{6x}$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \to \infty} \frac{2f(x)}{x}$의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

유형 3 함수의 극한에 대한 성질

출제경향 | 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 문제를 해결한다.
즉, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여
$\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$, $\lim_{x\to a} g(x)=\beta$ (α, β는 실수)일 때

(1) $\lim_{x\to a}\{cf(x)\}=c\alpha$ (단, c는 상수)

(2) $\lim_{x\to a}\{f(x)+g(x)\}=\alpha+\beta$

$\lim_{x\to a}\{f(x)-g(x)\}=\alpha-\beta$

(3) $\lim_{x\to a}\{f(x)g(x)\}=\alpha\beta$

(4) $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\alpha}{\beta}$ (단, $\beta\neq 0$)

필수 유형 ❸ | 2018학년도 대수능 |

함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to 1}(x+1)f(x)=1$을 만족시킬 때,
$\lim_{x\to 1}(2x^2+1)f(x)=a$이다. $20a$의 값을 구하시오. [3점]

08

▸ 23054-0101

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x\to 0} f(x)=2,\ \lim_{x\to 0}\{f(x)g(x)-2f(x)\}=6$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x\to 0} g(x)$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

09

▸ 23054-0102

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x^2-1}=\frac{3}{2}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{xf(x)}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

10

▸ 23054-0103

일차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 0} f(x)=2,\ \lim_{x\to 1}\frac{3(x^2-1)}{(x-1)f(x)}=2$$

를 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

11

▸ 23054-0104

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to 1-} f(x)+\lim_{x\to 1+} 2f(x)=6$
(나) $\lim_{x\to 1}\{f(x)g(x)+2xf(x)\}=10$

$\lim_{x\to 1}\{3f(x)+2g(x)\}$의 값을 구하시오.

유형 4 극한을 이용한 미정계수 또는 함수의 결정

출제경향 | 함수의 극한에 대한 조건이 주어질 때, 미정계수를 구하거나 다항함수 또는 함숫값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$ (α는 실수)일 때

(1) $\lim_{x \to a} g(x) = 0$이면 $\lim_{x \to a} f(x) = 0$

(2) $\alpha \neq 0$이고 $\lim_{x \to a} f(x) = 0$이면 $\lim_{x \to a} g(x) = 0$

필수 유형 4 | 2018학년도 대수능 9월 모의평가 |

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2$

(나) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = 3$

$f(2)$의 값은? [3점]

① 11 ② 14 ③ 17
④ 20 ⑤ 23

12

▸ 23054-0105

두 상수 a, b에 대하여

$\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x+a}-b}{x^2-4} = \frac{1}{16}$일 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

13

▸ 23054-0106

다항함수 $y=f(x)$의 그래프가 점 $(1, 4)$를 지나고

$\lim_{x \to 1} \frac{(x-1)f(x)}{(x+a)(x+b)} = \frac{1}{4}$이 성립한다. $a+b$의 값을 구하시오.

(단, a, b는 상수이다.)

14

▸ 23054-0107

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)-ax^2}{x+1} = 4$

(나) $\lim_{x \to -2} \frac{f(x)}{x+2} = 4$

$f(1)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

유형 5 함수의 극한의 활용

출제경향 | 주어진 조건을 활용하여 좌표평면에서 교점의 개수, 선분의 길이, 도형의 넓이 등을 함수로 나타내고 그 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

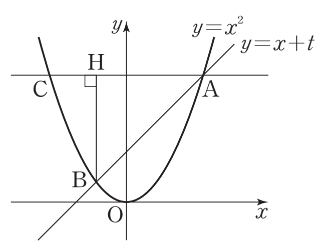
출제유형잡기 | 함수의 그래프의 개형, 도형의 성질 등을 활용하여 교점의 개수, 선분의 길이, 도형의 넓이 등을 한 문자에 대한 함수로 나타내고, 함수의 극한의 뜻, 좌극한과 우극한의 뜻, 함수의 극한에 대한 기본 성질을 이용하여 극한값을 구한다.

필수 유형 ⑤ | 2023학년도 대수능 9월 모의평가 |

실수 t $(t>0)$에 대하여 직선 $y=x+t$와 곡선 $y=x^2$이 만나는 두 점을 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=x^2$과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C, 점 B에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\lim_{t\to0+}\frac{\overline{\mathrm{AH}}-\overline{\mathrm{CH}}}{t}$의 값은?

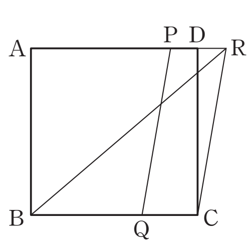
(단, 점 A의 x좌표는 양수이다.) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5



15 ▸ 23054-0108

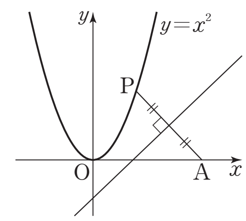
그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD의 변 AD 위에 $\overline{\mathrm{PD}}=t$ $(0<t<1)$인 점 P가 있다. 선분 BC를 2 : 1로 내분하는 점을 Q라 하고 점 C를 지나고 직선 PQ와 평행한 직선이 직선 AD와 만나는 점을 R라 하자. $\lim_{t\to0+}\frac{\overline{\mathrm{PD}}}{5-\overline{\mathrm{BR}}}$의 값은?



① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

16 ▸ 23054-0109

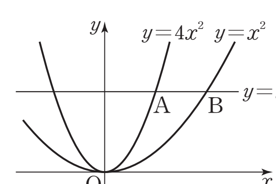
그림과 같이 $t\neq4$인 양의 실수 t에 대하여 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ t^2)$과 x축 위의 점 $\mathrm{A}(4,\ 0)$이 있다. 선분 PA의 수직이등분선의 x절편을 $f(t)$라 할 때, $\lim_{t\to\infty}\frac{f(t)}{t^3}$의 값은?



① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

17 ▸ 23054-0110

그림과 같이 양의 실수 t에 대하여 두 함수 $y=4x^2$, $y=x^2$의 그래프가 직선 $y=t$와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 원점 O에 대하여 선분 OA의 길이를 $f(t)$, 선분 OB의 길이를 $g(t)$라 할 때, $\lim_{t\to\infty}\{g(t)-f(t)\}$의 값은?



① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

18

▸ 23054-0111

3보다 큰 실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 두 함수 $y=\frac{3x+4}{x-2}$, $y=\frac{3x-8}{x-2}$의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 원점 O에 대하여 삼각형 OAB의 넓이를 $f(t)$라 할 때, $\lim_{t \to 3+}(t^2-4t+3)f(t)$의 값은?

① 24 ② 28 ③ 32
④ 36 ⑤ 40

19

▸ 23054-0112

정의역이 $\{x \mid x \geq 0\}$인 함수 $y=f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $0 \leq x < 2$일 때, $f(x)=|x-1|$이다.
> (나) $x \geq 0$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2)=f(x)$이다.

양의 실수 t에 대하여 직선 $y=\frac{x}{t}$가 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하자. $\lim_{t \to 4-} g(t)+g(6)+\lim_{t \to 8+} g(t)$의 값을 구하시오.

유형 6 함수의 연속

출제경향 | 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이기 위한 조건을 이용하여 함수의 미정계수를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수 $f(x)$가 실수 a에 대하여 다음 세 조건을 만족시키면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이다.
(i) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 정의되어 있다.
(ii) $\lim_{x \to a} f(x)$가 존재한다.
(iii) $\lim_{x \to a} f(x)=f(a)$
그러므로 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 연속성은
$$\lim_{x \to a-} f(x),\ \lim_{x \to a+} f(x),\ f(a)$$
의 세 값을 비교하여 결정한다.

필수 유형 6 | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)$가
$$f(x)=\begin{cases} x+a & (x<-1) \\ x & (-1 \leq x < 3) \\ bx-2 & (x \geq 3) \end{cases}$$
이다. 함수 $|f(x)|$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3
④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

20

▸ 23054-0113

상수 a에 대하여 함수
$$f(x)=\begin{cases} x-a & (x<2) \\ ax+3 & (x \geq 2) \end{cases}$$
가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(1)+f(3)$의 값은?

① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3
④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

21

▸ 23054-0114

함수

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} & (x\neq 1) \\ a & (x=1) \end{cases}$$

이 $x=1$에서 연속일 때, 상수 a의 값은?

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{3}{4}$

④ 1　⑤ $\frac{5}{4}$

22

▸ 23054-0115

이차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 두 상수 a, b에 대하여 함수 $g(x)$가 다음과 같다.

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+x+a}{x^2-x} & (x<0) \\ x+b & (0\leq x<2) \\ f(x) & (x\geq 2) \end{cases}$$

함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이고 $x\geq 2$에서 함수 $f(x)$의 최솟값이 0일 때, 닫힌구간 $[-5, 5]$에서 함수 $g(x)$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 1　② 2　③ 3

④ 4　⑤ 5

23

▸ 23054-0116

이차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{2} & (x<1) \\ \dfrac{1}{f(x)} & (1\leq x\leq 3) \\ \dfrac{1}{6} & (x>3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이다. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표를 $(0, k)$라 할 때, 자연수 k의 최댓값을 구하시오.

24

▸ 23054-0117

정의역이 $\{x|x\geq 0\}$인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0\leq x<3$일 때, $f(x)=(x-1)^2$이다.
(나) 3 이상의 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x-3)+3$이다.

$t\neq 1$인 실수 t에 대하여 직선 $y=tx+1$이 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $g(0)=2$
ㄴ. $\lim_{t\to 1+} g(t)=\infty$
ㄷ. 함수 $g(t)$가 $t=a$에서 불연속인 실수 a의 값을 작은 것부터 순서대로 나열한 것이 a_1, a_2, a_3, $\cdots$일 때, $a_3=-14+6\sqrt{6}$이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 7 연속함수의 성질과 사잇값의 정리

출제경향 | 연속 또는 불연속인 함수들의 합, 차, 곱 또는 몫으로 만들어진 함수의 연속성을 묻는 문제와 연속함수에서 사잇값의 정리를 이용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $x=a$에서 연속이면 함수 $cf(x)$, $f(x)+g(x)$, $f(x)-g(x)$, $f(x)g(x)$, $\dfrac{f(x)}{g(x)}$도 $x=a$에서 연속임을 이용한다. (단, c는 상수, $g(a)\neq 0$)

(2) 사잇값의 정리를 이용하면 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a)f(b)<0$이면 방정식 $f(x)=0$은 열린구간 (a, b)에서 적어도 하나의 실근을 갖는다는 것을 알 수 있다.

필수 유형 7 | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수

$$f(x)=\begin{cases} -2x+6 & (x<a) \\ 2x-a & (x\geq a) \end{cases}$$

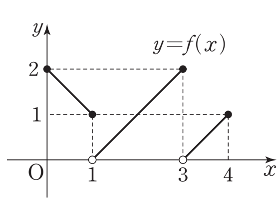
에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a의 값의 합은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

25

▸ 23054-0118

닫힌구간 $[0, 4]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



이차함수 $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)=f(x)g(x)$가 닫힌구간 $[0, 4]$에서 연속이고 $h(0)-h(4)=-6$일 때, 함수 $g(x)$는 $x=k$에서 최댓값 M을 갖는다. $k+M$의 값은?

(단, k는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26

▸ 23054-0119

두 함수 $f(x)=x^2-x-2$, $g(x)=x-|3x|+4$에 대하여 함수

$$h(x)=\begin{cases} \dfrac{f(x)}{g(x)} & (x\neq -1,\ x\neq 2) \\ a & (x=-1) \\ b & (x=2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a\times b$의 값은?

① $\dfrac{3}{4}$ ② $\dfrac{7}{8}$ ③ 1 ④ $\dfrac{9}{8}$ ⑤ $\dfrac{5}{4}$

27

▸ 23054-0120

두 함수 $f(x)=x^5+x^4+3x^3-1$, $g(x)=x^4+2x^3-x+k$에 대하여 방정식 $f(x)-g(x)=0$은 실수 k의 값에 관계없이 오직 하나의 실근을 갖는다. 이 실근이 열린구간 $(1, 2)$에 속하도록 하는 정수 k의 개수를 구하시오.

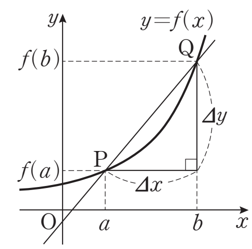
05 다항함수의 미분법

1 평균변화율

(1) 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 b까지 변할 때, 함수 $y=f(x)$의 평균변화율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x} \text{ (단, } \Delta x=b-a\text{)}$$

(2) 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 b까지 변할 때의 함수 $y=f(x)$의 평균변화율은 곡선 $y=f(x)$ 위의 두 점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$, $\mathrm{Q}(b,\ f(b))$를 지나는 직선 PQ의 기울기를 나타낸다.

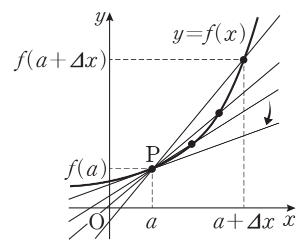


2 미분계수

(1) 함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$는

$$f'(a)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

(2) 함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$는 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$에서의 접선의 기울기를 나타낸다.

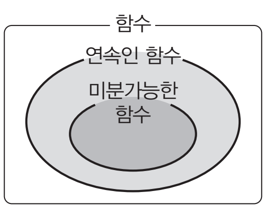


3 미분가능과 연속

(1) 함수 $f(x)$에 대하여 $x=a$에서 미분계수 $f'(a)$가 존재할 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하다고 한다.

(2) 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에서 미분가능할 때, 함수 $f(x)$는 그 구간에서 미분가능하다고 한다. 또한 함수 $f(x)$를 그 구간에서 미분가능한 함수라고 한다.

(3) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이다. 그러나 일반적으로 그 역은 성립하지 않는다.



4 도함수

(1) 미분가능한 함수 $y=f(x)$의 정의역에 속하는 모든 x에 대하여 각각의 미분계수 $f'(x)$를 대응시키는 함수를 함수 $y=f(x)$의 도함수라 하고, 이것을 기호로 $f'(x)$, y', $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d}{dx}f(x)$와 같이 나타낸다.

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

(2) 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$를 구하는 것을 함수 $f(x)$를 x에 대하여 미분한다고 하고, 그 계산법을 미분법이라고 한다.

5 미분법의 공식

(1) 함수 $y=x^n$ (n은 양의 정수)와 상수함수의 도함수

① $y=x^n$ (n은 양의 정수)이면 $y'=nx^{n-1}$ ② $y=c$ (c는 상수)이면 $y'=0$

(2) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때

① $\{cf(x)\}'=cf'(x)$ (단, c는 상수) ② $\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)$

③ $\{f(x)-g(x)\}'=f'(x)-g'(x)$ ④ $\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

6 접선의 방정식

함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

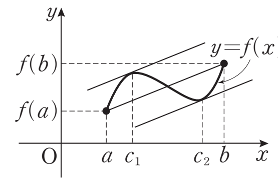
7 평균값 정리

(1) 롤의 정리

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 열린구간 (a, b)에서 미분가능할 때, $f(a)=f(b)$이면 $f'(c)=0$인 c가 a와 b 사이에 적어도 하나 존재한다.

(2) 평균값 정리

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 열린구간 (a, b)에서 미분가능하면 $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$인 c가 a와 b 사이에 적어도 하나 존재한다.



8 함수의 증가와 감소

(1) 함수 $f(x)$가 어떤 구간에 속하는 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여

① $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)<f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다고 한다.

② $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)>f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다고 한다.

(2) 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에서 미분가능할 때, 그 구간에 속하는 모든 x에 대하여

① $f'(x)>0$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다.

② $f'(x)<0$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다.

9 함수의 극대와 극소

(1) 함수의 극대와 극소

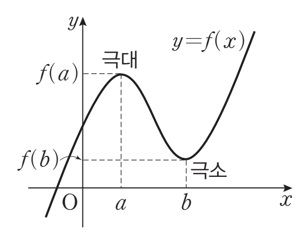
① 함수 $f(x)$가 $x=a$를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x)\le f(a)$를 만족시키면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대라고 하며, 함숫값 $f(a)$를 극댓값이라고 한다.

② 함수 $f(x)$가 $x=b$를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x)\ge f(b)$를 만족시키면 함수 $f(x)$는 $x=b$에서 극소라고 하며, 함숫값 $f(b)$를 극솟값이라고 한다.

(2) 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$일 때, $x=a$의 좌우에서 $f'(x)$의 부호가

① 양에서 음으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이다.

② 음에서 양으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.



10 함수의 최대와 최소

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 이 구간에서 극값을 가지면 함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값, $f(a)$, $f(b)$ 중에서 가장 큰 값이 함수 $f(x)$의 최댓값이고, 가장 작은 값이 함수 $f(x)$의 최솟값이다.

11 방정식에의 활용

방정식 $f(x)=0$의 실근은 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축이 만나는 점의 x좌표와 같다. 따라서 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축이 만나는 점의 개수와 같다.

12 부등식에의 활용

어떤 구간에서 부등식 $f(x)\ge 0$이 성립함을 보이려면 주어진 구간에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 구하여 $(f(x)$의 최솟값$)\ge 0$임을 보인다.

13 속도와 가속도

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치가 $x=f(t)$일 때, 점 P의 시각 t에서의 속도 v와 가속도 a는

(1) $v=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\dfrac{dx}{dt}=f'(t)$

(2) $a=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=\dfrac{dv}{dt}$

유형 1 평균변화율과 미분계수

출제경향 | 평균변화율과 미분계수의 정의를 이해하고 있는지를 묻는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 b까지 변할 때, 함수 $y=f(x)$의 평균변화율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

(2) 함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수는

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

필수 유형 ❶ | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

함수 $f(x)=x^3-6x^2+5x$에서 x의 값이 0에서 4까지 변할 때의 평균변화율과 $f'(a)$의 값이 같게 되도록 하는 $0<a<4$인 모든 실수 a의 값의 곱은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

01

▸ 23054-0121

다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-1}{x-2}=5$를 만족시킨다. 함수 $f(x)$에서 x의 값이 2에서 4까지 변할 때의 평균변화율이 $\frac{1}{2}f'(2)$의 값과 같을 때, $f(4)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

02

▸ 23054-0122

다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(3)=2$이고

$$\lim_{h\to 0}\frac{\{f(3+h)\}^2-\{f(3)\}^2}{2h}=16$$

일 때, $f'(3)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

03

▸ 23054-0123

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)+3}{x-1}=4,\ \lim_{x\to 1}\frac{f(x)+g(x)}{x-1}=10$$

을 만족시킨다. $g(1)+g'(1)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

유형 2 미분가능과 연속

출제경향 | 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 미분가능성과 연속성의 관계를 이용하여 해결하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때,

$$\lim_{x\to a-} f(x)=\lim_{x\to a+} f(x)=f(a)$$

$$\lim_{h\to 0-}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{h\to 0+}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

가 성립함을 이용한다.

필수 유형 2 | 2018학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2+ax+b & (x\le -2) \\ 2x & (x>-2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$의 값은?

(단, a와 b는 상수이다.) [4점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

04

▸ 23054-0124

함수

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+x-3 & (x<-1) \\ bx+1 & (x\ge -1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $f(2)-f(-2)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 32 ② 34 ③ 36
④ 38 ⑤ 40

05

▸ 23054-0125

함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & (x<0) \\ 1-x^3 & (0\le x<1) \\ 3-3x & (x\ge 1) \end{cases}$$

일 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $\lim_{x\to 0-}\frac{f(x)+1}{x}=0$

ㄴ. 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 미분가능하다.

ㄷ. 함수 $|f(x)|$는 $x=1$에서 미분가능하다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

06

▸ 23054-0126

함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0\le x\le k$일 때, $f(x)=x^3-6x^2+10x$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+k)=f(x)+f(k)$이다.

함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 양수 k의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

유형 3 미분법의 공식

출제경향 | 미분법을 이용하여 미분계수를 구하거나 함수의 미정계수를 구하는 문제가 출제된다. 특히 곱의 미분법을 이용하는 문제가 자주 출제된다.

출제유형잡기 | 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때

(1) $y=x^n$ (n은 양의 정수)이면 $y'=nx^{n-1}$

(2) $y=c$ (c는 상수)이면 $y'=0$

(3) $\{cf(x)\}'=cf'(x)$ (단, c는 상수)

(4) $\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)$

(5) $\{f(x)-g(x)\}'=f'(x)-g'(x)$

(6) $\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

필수 유형 ③ | 2023학년도 대수능 |

다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=x^2f(x)$$

라 하자. $f(2)=1$, $f'(2)=3$일 때, $g'(2)$의 값은? [3점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

07

▸ 23054-0127

함수 $f(x)=(x^2+1)(x^2+ax-3)$에 대하여

$$f'(2)=f'(1)+60$$

일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

08

▸ 23054-0128

다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-2}{x-1}=3$을 만족시킨다. 함수 $g(x)$가

$$g(x)=(3x^2+2)f(x)$$

일 때, $g(1)+g'(1)$의 값은?

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

09

▸ 23054-0129

함수 $f(x)=2x^3+ax^2-5x+b$가

$$\lim_{x\to\infty} x\left\{f\left(2+\frac{3}{x}\right)-21\right\}=f(2)$$

를 만족시킬 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

유형 4 접선의 방정식

출제경향 | 곡선 위의 점에서의 접선의 방정식, 기울기가 주어진 접선의 방정식, 곡선 밖의 점에서 곡선에 그은 접선의 방정식을 구하는 문제가 출제된다. 또는 평균값 정리를 이용하여 해결하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

임을 이용한다.

(2) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 열린구간 (a, b)에서 미분가능하면 평균값 정리에 의하여

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$$

인 c가 a와 b 사이에 적어도 하나 존재함을 이용한다.

필수 유형 4 | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $f(5)$의 최솟값은? [3점]

(가) $f(1)=3$
(나) $1<x<5$인 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)\geq 5$이다.

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

10

▸ 23054-0130

다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은?

(가) $f(4)=10$
(나) $2<x<4$인 모든 실수 x에 대하여 $|f'(x)|\leq 6$이다.

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

11

▸ 23054-0131

곡선 $y=x^3-2x-5$에 접하고 기울기가 1인 두 직선을 각각 l_1, l_2라 하자. 두 직선 l_1, l_2와 x축, y축으로 둘러싸인 사각형의 넓이는?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

12

▸ 23054-0132

좌표평면 위에 네 점 $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(2, 2)$, $(0, 2)$를 꼭짓점으로 하는 정사각형이 있다. 실수 t에 대하여 직선 $y=t-x$의 아랫부분과 정사각형의 내부가 겹치는 부분의 넓이를 $f(t)$라 하자. 함수 $|f(x)-mx|$가 $x=0$에서만 미분가능하지 않도록 하는 양의 실수 m의 최솟값이 $a+b\sqrt{2}$일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.)

유형 5 함수의 증가와 감소

출제경향 | 함수가 증가 또는 감소하는 구간을 찾거나, 증가 또는 감소할 조건을 이용하여 미정계수를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 함수 $f(x)$가 어떤 구간에 속하는 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여

① $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)<f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다고 한다.

② $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)>f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다고 한다.

(2) 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에서 미분가능할 때, 그 구간에 속하는 모든 x에 대하여

① $f'(x)>0$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다.

② $f'(x)<0$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다.

필수 유형 ⑤ | 2022학년도 대수능 |

함수 $f(x)=x^3+ax^2-(a^2-8a)x+3$이 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 실수 a의 최댓값을 구하시오. [3점]

13

▸ 23054-0133

함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+1$이 구간 $(-3, 0)$에서 감소하고 구간 $(0, \infty)$에서 증가할 때, $f(1)$의 최솟값은?

(단, a, b는 상수이다.)

① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$

④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

14

▸ 23054-0134

자연수 n에 대하여 닫힌구간 $[n, n+2]$에서 정의된 함수 $f(x)=x^3-9x^2+24x+5$가 있다. 함수 $f(x)$가 일대일함수가 되도록 하는 10 이하의 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.

15

▸ 23054-0135

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=x^3+x^2+|x-a|+2$$

의 역함수가 존재하도록 하는 실수 a의 최댓값은?

① -2 ② -1 ③ 0

④ 1 ⑤ 2

유형 6 함수의 극대와 극소

출제경향 | 함수의 극값을 구하거나 극값을 가질 조건을 이용하는 등 극대, 극소와 관련된 다양한 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$일 때, $x=a$의 좌우에서 $f'(x)$의 부호가
① 양에서 음으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이다.
② 음에서 양으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

필수 유형 6 | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수 $f(x)=x^4+ax^2+b$는 $x=1$에서 극소이다. 함수 $f(x)$의 극댓값이 4일 때, $a+b$의 값을 구하시오.
(단, a와 b는 상수이다.) [3점]

16

▸ 23054-0136

함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$가 닫힌구간 $[p, q]$에서 감소하도록 하는 실수 p의 최솟값이 1이고 실수 q의 최댓값이 5일 때, $a+b$의 값은? (단 a, b는 상수이다.)

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

17

▸ 23054-0137

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=3$에서 극댓값 0을 갖는다.
(나) 방정식 $f(x)=0$의 세 실근을 작은 것부터 차례로 나열하면 등차수열을 이룬다.

함수 $f(x)$의 극솟값이 -16일 때, $f(0)$의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

18

▸ 23054-0138

두 함수 $f(x)=2x^3+ax^2+bx+18$, $g(x)=2x+3$에 대하여 함수

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x)\geq g(x)) \\ g(x) & (f(x)<g(x)) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $h(x)$가 미분가능하지 않은 x의 개수는 3이다.
(나) 함수 $h(x)$는 $x=1$에서 극대, $x=3$에서 극소이다.

함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 합은? (단, a, b는 상수이다.)

① 31 ② 32 ③ 33
④ 34 ⑤ 35

유형 7 함수의 그래프

출제경향 | 함수 $y=f'(x)$의 그래프 또는 도함수 $f'(x)$의 여러 가지 성질을 이용하여 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형을 추론하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$의 부호를 조사하여 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 파악하고, 극대와 극소를 찾아 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형을 그려서 문제를 해결한다.

필수 유형 7 | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

두 양수 p, q와 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-12$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$의 값은? [4점]

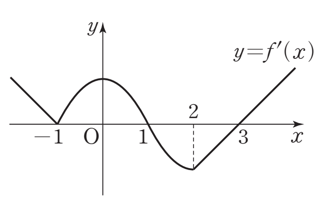
(가) 모든 실수 x에 대하여 $xg(x)=|xf(x-p)+qx|$이다.
(나) 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 1이다.

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

19

▸ 23054-0139

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같다. (단, $x\le-1$일 때 $f'(x)=-x-1$이고, $x\ge2$일 때 $f'(x)=x-3$이다.)



함수 $f(x)$에 대하여 **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
ㄴ. 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극대이다.
ㄷ. $f(3)>0$이면 함수 $y=f(x)$의 그래프는 x축과 오직 한 점에서만 만난다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20

▸ 23054-0140

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)=x+3$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프는 서로 다른 두 점에서 만난다.
(나) 함수 $|f(x)-g(x)|$는 $x=1$에서만 미분가능하지 않다.
(다) 함수 $|f(x)-g(x)|$는 $x=0$에서 극댓값을 갖는다.

$f(2)$의 값은?

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

21

▸ 23054-0141

함수 $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+k$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=f(x)$가 x축에 접한다.
(나) 함수 $|f(x)|$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 2이다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, k는 상수이다.)

보기

ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 서로 다른 세 실근을 갖는다.
ㄴ. 함수 $f(x)$의 극댓값은 0이다.
ㄷ. 조건을 만족시키는 모든 k의 값의 합은 5이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 8 함수의 최대와 최소

출제경향 | 연속함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제, 최댓값과 최솟값이 존재할 조건을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 $f(x)$의 극댓값, 극솟값, $f(a)$, $f(b)$ 중 가장 큰 값이 최댓값, 가장 작은 값이 최솟값임을 이용한다.

필수 유형 8　　| 2020학년도 대수능 6월 모의평가 |

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\begin{cases} \frac{1}{2} & (x<0) \\ f(x) & (x\geq 0) \end{cases}$$

이다. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g(x)$의 최솟값이 $\frac{1}{2}$보다 작을 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. $g(0)+g'(0)=\frac{1}{2}$

ㄴ. $g(1)<\frac{3}{2}$

ㄷ. 함수 $g(x)$의 최솟값이 0일 때, $g(2)=\frac{5}{2}$이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22

▸ 23054-0142

닫힌구간 $[0,\ 4]$에서 함수 $f(x)=2x^3-3x^2-12x+a$의 최솟값이 -18이고 최댓값이 M일 때, $a+M$의 값은?

(단, a는 상수이다.)

① 32　② 34　③ 36
④ 38　⑤ 40

23

▸ 23054-0143

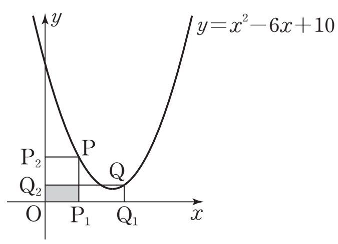
곡선 $C : y=2x^4-3x^2-2x+4$ 위의 x좌표가 양수인 점에서 접하는 직선 중 기울기가 최소인 직선의 y절편이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값은? (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

① 39　② 41　③ 43
④ 45　⑤ 47

24

▸ 23054-0144

그림과 같이 양수 t에 대하여 곡선 $y=x^2-6x+10$ 위의 x좌표가 t인 점을 P, x좌표가 $t+2$인 점을 Q라 하자. 점 P에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 P_1, P_2라 하고, 점 Q에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 Q_1, Q_2라 하자. 원점 O에 대하여 두 사각형 PP_2OP_1, QQ_2OQ_1의 내부의 공통부분의 넓이를 $f(t)$라 하자. 구간 $(0, a]$에서 함수 $f(t)$의 최댓값이 4가 되도록 하는 양수 a의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은?



① $2+2\sqrt{2}$ ② $4+\sqrt{2}$ ③ $3+2\sqrt{2}$
④ $5+\sqrt{2}$ ⑤ $4+2\sqrt{2}$

25

▸ 23054-0145

실수 t에 대하여 닫힌구간 $[t-1, t+1]$에서 함수

$f(x)=x^3-5x^2+2x+13$

의 최댓값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=a$에서 미분가능하지 않을 때 $g'(a-1)+g'(a+1)$의 값은?

① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

유형 9 방정식의 실근의 개수

출제경향 | 함수의 그래프의 개형을 이용하여 방정식의 실근의 개수를 구하거나 실근의 개수가 주어졌을 때 미정계수의 값이나 범위를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 방정식 $f(x)=g(x)$의 서로 다른 실근의 개수는 함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=g(x)$의 그래프의 교점의 개수와 같음을 이용한다. 또는 함수 $y=f(x)-g(x)$의 그래프와 x축의 교점의 개수를 이용할 수도 있다.

필수 유형 ⑨ | 2022학년도 대수능 |

방정식 $2x^3-3x^2-12x+k=0$이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 k의 개수는? [3점]

① 20 ② 23 ③ 26
④ 29 ⑤ 32

26

▸ 23054-0146

방정식 $3x^4-8x^3-6x^2+24x-k=0$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든 상수 k의 값의 합은?

① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

27

▸ 23054-0147

자연수 n에 대하여 x에 대한 방정식

$$x^3-3x+n-2=0$$

의 서로 다른 실근의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

28

▸ 23054-0148

두 함수

$$f(x)=2x^3+5x^2-7x,\ g(x)=2x^2+5x+a$$

에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=g(x)$가 서로 다른 세 실근을 갖고 세 실근의 곱이 양수가 되도록 하는 모든 정수 a의 개수는?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

29

▸ 23054-0149

최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $|f(x)|$가 극소인 서로 다른 x의 값이 3개이고, 극솟값은 모두 0이다. **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수 $|f(x)|$가 극대인 서로 다른 x의 값이 2개이다.
ㄴ. 함수 $f(x)$의 극댓값은 0보다 크거나 같다.
ㄷ. 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

30

▸ 23054-0150

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$의 모든 실근은 0, 3이다.
(나) x에 대한 방정식 $|f(x)|-mx=0$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 실수 m의 값은 $\frac{9}{2}$뿐이다.

함수 $|f(x)|$의 극댓값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

유형 10 부등식에의 활용

출제경향 | 주어진 범위에서 부등식이 항상 성립할 조건을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 어떤 구간에서 부등식 $f(x)\geq 0$이 성립함을 보이려면 주어진 구간에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 구하여 $(f(x)$의 최솟값$)\geq 0$임을 보이면 된다.

필수 유형 ⑩ | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

두 함수

$$f(x)=x^3-x+6,\ g(x)=x^2+a$$

가 있다. $x\geq 0$인 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$f(x)\geq g(x)$$

가 성립할 때, 실수 a의 최댓값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

31

▸ 23054-0151

모든 실수 x에 대하여 부등식

$$x^4+2x^3+x^2-12x+a\geq 0$$

이 성립하도록 하는 실수 a의 최솟값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

32

▸ 23054-0152

두 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2x^3-9x^2+12x+1 & (x\geq 0) \\ 1-x & (x<0) \end{cases},$$

$$g(x)=mx+1$$

이 있다. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x)\geq g(x)$가 성립하도록 하는 실수 m의 최댓값과 최솟값의 합은?

① $\frac{11}{16}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{13}{16}$ ④ $\frac{7}{8}$ ⑤ $\frac{15}{16}$

33

▸ 23054-0153

최고차항의 계수가 1이고 모든 항의 계수가 정수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)-f'(x)$$

라 하자. $f(0)=g(0)=0$이고, $x\leq k$인 모든 실수 x에 대하여 $g(x)\leq 0$을 만족시키는 실수 k의 최댓값이 0일 때, $f(3)$의 최댓값은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

유형 11 속도와 가속도

출제경향 | 수직선 위를 움직이는 점의 시각 t에서의 위치가 주어졌을 때, 속도나 가속도를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치가 $x=f(t)$일 때

(1) 점 P의 시각 t에서의 속도 v는 $v=\dfrac{dx}{dt}=f'(t)$

(2) 점 P의 시각 t에서의 가속도 a는 $a=\dfrac{dv}{dt}$

필수 유형 11 | 2019학년도 대수능 |

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 위치 x가

$$x=-\frac{1}{3}t^3+3t^2+k \ (k\text{는 상수})$$

이다. 점 P의 가속도가 0일 때 점 P의 위치는 40이다. k의 값을 구하시오. [4점]

34
▸ 23054-0154

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 위치 x_1, x_2가

$$x_1=2t^3-3t^2-4t,\ x_2=t^2+4t$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q의 가속도의 합은?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

35
▸ 23054-0155

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 위치 x가

$$x=\frac{1}{4}t^4-6t^2+9t$$

일 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 점 P는 운동 방향을 두 번 바꾼다.

ㄴ. $1\leq t\leq 3$에서 점 P의 속력의 최댓값은 7이다.

ㄷ. 점 P가 마지막으로 운동 방향을 바꾸는 순간 점 P의 가속도는 15이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

36
▸ 23054-0156

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 위치 x가

$$x=t^3-at^2+bt \ (a,\ b\text{는 양의 상수})$$

이고, 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 P는 운동 방향을 바꾸지 않는다.

(나) 점 P의 속력은 $t=\dfrac{2}{3}$일 때 최소이다.

점 P의 시각 $t=3$에서의 위치의 최솟값을 구하시오.

06 다항함수의 적분법

1 부정적분

(1) 함수 $f(x)$에 대하여 $F'(x)=f(x)$를 만족시키는 함수 $F(x)$를 $f(x)$의 부정적분이라 하고, $f(x)$의 부정적분을 구하는 것을 $f(x)$를 적분한다고 한다.

(2) 함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하면

$$\int f(x)dx=F(x)+C\ (C\text{는 상수})$$

로 나타내며, C를 적분상수라고 한다.

설명 두 함수 $F(x)$, $G(x)$가 모두 함수 $f(x)$의 부정적분이면 $F'(x)=G'(x)=f(x)$이므로

$$\{G(x)-F(x)\}'=f(x)-f(x)=0$$

이다. 그런데 평균값 정리에 의하여 도함수가 0인 함수는 상수함수이므로 그 상수를 C라 하면

$$G(x)-F(x)=C,\ \text{즉}\ G(x)=F(x)+C$$

따라서 함수 $f(x)$의 임의의 부정적분은 $F(x)+C$의 꼴로 나타낼 수 있다.

참고 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여

① $\dfrac{d}{dx}\left\{\int f(x)\,dx\right\}=f(x)$ ② $\int\left\{\dfrac{d}{dx}f(x)\right\}dx=f(x)+C$ (단, C는 적분상수)

2 함수 $y=x^n$ (n은 양의 정수)와 함수 $y=1$의 부정적분

(1) n이 양의 정수일 때,

$$\int x^n\,dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C\ (C\text{는 적분상수})$$

(2) $\int 1\,dx=x+C$ (C는 적분상수)

3 함수의 실수배, 합, 차의 부정적분

두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 부정적분이 각각 존재할 때

(1) $\int kf(x)dx=k\int f(x)dx$ (단, k는 0이 아닌 상수)

(2) $\int\{f(x)+g(x)\}dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$

(3) $\int\{f(x)-g(x)\}dx=\int f(x)dx-\int g(x)dx$

4 정적분의 정의

함수 $f(x)$가 두 실수 a, b를 포함하는 구간에서 연속일 때, $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하면 $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분은

$$\int_a^b f(x)dx=\Big[F(x)\Big]_a^b=F(b)-F(a)$$

이때 정적분 $\int_a^b f(x)dx$의 값을 구하는 것을 함수 $f(x)$를 a에서 b까지 적분한다고 한다.

참고 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속일 때

① $\int_a^a f(x)dx=0$ ② $\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$

5 정적분과 미분의 관계

함수 $f(t)$가 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속일 때,

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=f(x)\ (\text{단, } a<x<b)$$

6 정적분의 성질

(1) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때

① $\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$ (단, k는 상수)

② $\int_a^b \{f(x)+g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$

③ $\int_a^b \{f(x)-g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx-\int_a^b g(x)dx$

(2) 함수 $f(x)$가 임의의 세 실수 a, b, c를 포함하는 닫힌구간에서 연속일 때,

$$\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx=\int_a^b f(x)dx$$

설명 $\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx=\Big[F(x)\Big]_a^c+\Big[F(x)\Big]_c^b$

$$=\{F(c)-F(a)\}+\{F(b)-F(c)\}=F(b)-F(a)$$

$$=\int_a^b f(x)dx$$

참고 함수의 성질을 이용한 정적분

① 연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$를 만족시킬 때,

$$\int_{-a}^a f(x)dx=2\int_0^a f(x)dx$$

② 연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$를 만족시킬 때,

$$\int_{-a}^a f(x)dx=0$$

7 정적분으로 나타내어진 함수의 극한

함수 $f(x)$가 실수 a를 포함하는 구간에서 연속일 때

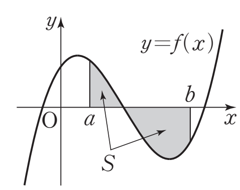
(1) $\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\int_a^{a+h} f(t)dt=f(a)$

(2) $\lim_{x\to a}\frac{1}{x-a}\int_a^x f(t)dt=f(a)$

8 곡선과 x축 사이의 넓이

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

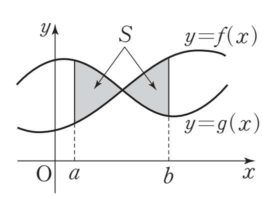
$$S=\int_a^b |f(x)|dx$$



9 두 곡선 사이의 넓이

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx$$



10 수직선 위를 움직이는 점의 위치와 거리

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도를 $v(t)$, 시각 $t=a$에서의 위치를 $x(a)$라 하자.

(1) 시각 t에서의 점 P의 위치를 $x=x(t)$라 하면 $x(t)=x(a)+\int_a^t v(t)dt$

(2) 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P의 위치의 변화량은 $\int_a^b v(t)dt$

(3) 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리 s는 $s=\int_a^b |v(t)|dt$

유형 1 부정적분의 뜻과 성질

출제경향 | 부정적분의 뜻과 부정적분의 성질을 이용하여 함숫값을 구하거나 부정적분을 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 양의 정수 n에 대하여

$$\int x^n dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C \text{ (단, } C\text{는 적분상수)}$$

(2) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 부정적분이 각각 존재할 때

① $\int kf(x)dx=k\int f(x)dx$ (단, k는 0이 아닌 상수)

② $\int \{f(x)+g(x)\}dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$

③ $\int \{f(x)-g(x)\}dx=\int f(x)dx-\int g(x)dx$

[참고]

(1) $\frac{d}{dx}\left\{\int f(x)dx\right\}=f(x)$

(2) $\int \left\{\frac{d}{dx}f(x)\right\}dx=f(x)+C$ (단, C는 적분상수)

필수 유형 ❶ | 2022학년도 대수능 |

함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^2+2x$이고 $f(0)=2$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

01

▶ 23054-0157

함수 $f(x)=\int (4x+3)\,dx$에 대하여 $f(1)=0$일 때, $f(2)$의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

02

▶ 23054-0158

함수 $f(x)$가

$$f(x)=\int (5x-k)\,dx-\int (x+k)\,dx$$

이고 $f(1)=0$, $f'(1)=2$일 때, $f(2)$의 값은? (단, k는 상수이다.)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

03

▶ 23054-0159

다항함수 $f(x)$에 대하여 $2xf(x)$의 한 부정적분을 $G(x)$라 할 때, 함수 $G(x)$는 모든 실수 x에 대하여

$$G(x)=x^2f(x)-2x^6+3x^5$$

을 만족시킨다. $G(1)=4$일 때, $f(2)$의 값은?

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

04

▸ 23054-0160

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점 $(x,\ f(x))$에서의 접선의 기울기가 $kx(x-2)$이다.
(나) 함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 합은 0이다.

$f(0)=2$일 때, $f(-1)$의 값은? (단, k는 상수이다.)

① -3　② -2　③ -1　④ 0　⑤ 1

05

▸ 23054-0161

다항함수 $f(x)$에 대하여

$$f(x)=\int(3x^2+ax)\,dx$$

이고, $\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x^2-1}=\frac{1}{2}$일 때, $f(2)$의 값은?

(단, a는 상수이다.)

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

유형 2 정적분의 뜻과 성질

출제경향 | 정적분의 뜻과 성질을 이용하여 정적분의 값을 구하거나 정적분을 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때

① $\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$ (단, k는 상수)

② $\int_a^b \{f(x)+g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$

③ $\int_a^b \{f(x)-g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx-\int_a^b g(x)dx$

(2) 함수 $f(x)$가 임의의 세 실수 a, b, c를 포함하는 닫힌구간에서 연속일 때,

$$\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx=\int_a^b f(x)dx$$

필수 유형 ❷　| 2020학년도 대수능 9월 모의평가 |

$\int_0^2 (3x^2+6x)\,dx$의 값은? [3점]

① 20　② 22　③ 24　④ 26　⑤ 28

06

▸ 23054-0162

$\int_0^3 (x^2+x|1-x|)\,dx$의 값은?

① $\frac{83}{6}$　② 14　③ $\frac{85}{6}$　④ $\frac{43}{3}$　⑤ $\frac{29}{2}$

07
▸ 23054-0163

$\int_0^1 \left(\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{9}x+\frac{k}{6}\right)dx=-\frac{1}{18}$을 만족시키는 상수 k의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

08
▸ 23054-0164

함수 $f(x)=2x^2+6ax+10$에 대하여

$$\int_0^1 \{f(x)+x^2\}\,dx=f(1)$$

이 성립할 때, 상수 a의 값은?

① -1 ② $-\frac{5}{6}$ ③ $-\frac{2}{3}$
④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

09
▸ 23054-0165

$\int_0^a (3x^2+x+5)\,dx=\int_0^a (x+9)\,dx$를 만족시키는 양수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

10
▸ 23054-0166

양의 상수 k와 $f(x)=(x^2-4)(x+a)$에 대하여 함수 $y=|f(x)|$가 $x=k$에서만 미분가능하지 않을 때, $\int_0^{2a} f'(x)\,dx$의 값을 구하시오. (단, a는 실수이다.)

11
▸ 23054-0167

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=-3$

(나) 실수 a에 대하여 $\int_0^a f'(x)\,dx=\int_1^a f'(x)\,dx=0$이다.

$\int_0^1 f(x)\,dx$의 값은?

① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

유형 3 함수의 성질을 이용한 정적분

출제경향 | 함수의 그래프가 y축 또는 원점에 대하여 대칭임을 이용하거나 함수의 그래프를 평행이동하여 정적분의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 연속함수 $y=f(x)$의 그래프가 y축에 대하여 대칭일 때, 즉 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이면

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx=2\int_{0}^{a} f(x)dx$$

(2) 연속함수 $y=f(x)$의 그래프가 원점에 대하여 대칭일 때, 즉 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이면

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx=0$$

필수 유형 ❸

$\int_{-a}^{a} 3x(x+1)^2 dx=56$을 만족시키는 상수 a에 대하여 a^3의 값을 구하시오.

12

▸ 23054-0168

$\int_{-1}^{1} (4x^3+ax^2+ax)\, dx=2$일 때, 상수 a의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

13

▸ 23054-0169

삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $4\int_{-1}^{1} f(x)\, dx+5\int_{-1}^{1} xf(x)\, dx=0$

(나) 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극솟값을 갖는다.

$f(3)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 12　② 14　③ 16　④ 18　⑤ 20

14

▸ 23054-0170

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a에 대하여

$$\int_{-a}^{a} f'(x)\, dx=0$$

(나) 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극값 0을 갖는다.

$30\times\int_{-1}^{1} f(x)\, dx$의 값을 구하시오.

수학 Ⅱ

유형 4 정적분으로 나타내어진 함수

출제경향 | 정적분으로 나타내어진 함수에서 미분을 통해 함수를 구하거나 함숫값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 함수 $f(x)$가

$$f(x)=g(x)+\int_a^b f(t)\,dt \ (a,\ b\text{는 상수})$$

로 주어지면 다음을 이용하여 문제를 해결한다.

① $\int_a^b f(t)\,dt=k$ (k는 상수)라 하면 $f(x)=g(x)+k$

② $\int_a^b \{g(t)+k\}\,dt=k$로부터 구한 k의 값에서 $f(x)$를 구한다.

(2) 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\int_a^x f(t)\,dt \ (a\text{는 상수})$$

로 주어지면 다음을 이용하여 문제를 해결한다.

① 양변에 $x=a$를 대입하면 $g(a)=0$

② 양변을 x에 대하여 미분하면 $g'(x)=f(x)$

필수 유형 4 | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=4x^3+x\int_0^1 f(t)\,dt$$

를 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

15

▸ 23054-0171

함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$f(x)=4x^2-6x+\int_0^1 tf(t)dt$를 만족시킬 때, $f(-1)$의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

16

▸ 23054-0172

함수 $f(x)=ax^2+\int_1^x (t-1)(t-5)\,dt$에 대하여 $f(1)=3$일 때, $f'(3)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

17

▸ 23054-0173

함수

$$f(x)=\int_0^x x(2t+a)\,dt$$

에 대하여 $f'(1)=5$일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18

▸ 23054-0174

함수 $f(x)=\int_0^x (3t^2+a)\,dt$에 대하여

$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-3}{x^2-1}=b$일 때, $a+10b$의 값을 구하시오.

(단, a, b는 상수이다.)

19

▸ 23054-0175

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x f(t)\,dt=(x+1)f(x)+x^3-3x$$

를 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?

① $-\frac{5}{6}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$
④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

20

▸ 23054-0176

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x \left\{\frac{d}{dt}f(t)\right\}dt=x^3+ax^2+bx+1$$

(나) 함수 $f(x)$는 $x=3$에서 극값을 갖는다.

$\int_1^3 f'(x)\,dx$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① -9 ② -8 ③ -7
④ -6 ⑤ -5

유형 5 정적분으로 나타내어진 함수의 활용

출제경향 | 정적분으로 나타내어진 함수에 대하여 함수의 극댓값과 극솟값, 함수의 그래프의 개형, 방정식의 실근의 개수 등과 관련된 미분법을 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\int_0^x f(t)dt$$

와 같이 주어지면 다음을 이용하여 문제를 해결한다.

① 양변을 x에 대하여 미분하여 방정식 $g'(x)=0$, 즉 $f(x)=0$을 만족시키는 x의 값을 구한다.

② ①에서 구한 x의 값을 이용하여 함수 $y=g(x)$의 그래프의 개형을 그려 본다.

필수 유형 5 | 2021학년도 대수능 9월 모의평가 |

함수 $f(x)=-x^2-4x+a$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$$

가 닫힌구간 $[0,\ 1]$에서 증가하도록 하는 실수 a의 최솟값을 구하시오. [4점]

21

▸ 23054-0177

함수 $f(x)=\int_0^x (3t^2-4)\,dt$에 대하여 함수 $g(x)$가

$g'(x)=f(x)$, $g(2)=0$을 만족시킬 때, 함수 $g(x)$의 극댓값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

수학 Ⅱ

22

▸ 23054-0178

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_{0}^{x} f'(t)\,dt+(x+1)f(x)+1$$

이라 할 때, $g(1)=8$이다. 함수 $g(x)$가 $x=0$에서 극솟값 3을 가질 때, $f(-1)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

23

▸ 23054-0179

삼차함수 $f(x)=x^3-3x^2+a$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_{0}^{x} f(t)\,dt$$

라 하고 실수 k에 대하여 방정식 $g(x)=k$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(k)$라 하자. $h(k)$의 최댓값이 2일 때, 양수 a의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

유형 6 정적분과 넓이

출제경향 | 곡선과 x축 사이의 넓이, 두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 정적분을 이용하여 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

$$S=\int_{a}^{b} |f(x)|\,dx$$

(2) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

$$S=\int_{a}^{b} |f(x)-g(x)|\,dx$$

필수 유형 6 | 2021학년도 대수능 |

곡선 $y=x^2-7x+10$과 직선 $y=-x+10$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

24

▸ 23054-0180

곡선 $y=6x^2-12x$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

25 ▸ 23054-0181

곡선 $y=-x^2+2x+1$과 직선 $y=1$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$
④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

26 ▸ 23054-0182

양수 a에 대하여 함수 $f(x)=x^3-ax$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 18일 때, $f(-1)$의 값은?

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5
④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

27 ▸ 23054-0183

함수 $f(x)=x^3-2x^2+k$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\ f(0))$에서의 접선과 이 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, k는 상수이다.)

① 1 ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{4}{3}$
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

28 ▸ 23054-0184

양수 k에 대하여 곡선 $y=x^2-kx$와 직선 $y=2x$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1이라 하고, 곡선 $y=x^2-kx$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. $S_1=8S_2$일 때, k의 값은?

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$
④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

29 ▸ 23054-0185

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(x)=3x^2-2x+a$
(나) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-1}{x}=-1$

함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 할 때, $30S$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

수학 Ⅱ

유형 7 여러 가지 조건이 포함된 정적분의 활용

출제경향 | 주기를 갖는 함수의 성질, 함수의 그래프의 개형, 정적분의 정의와 성질 등의 여러 가지 조건이 포함된 정적분을 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수의 성질을 이해하고 주기를 구하거나 함수의 그래프의 개형 및 여러 가지 조건을 이해하여 정적분의 정의와 넓이의 관계로부터 정적분의 값을 구한다.

필수 유형 7 | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

닫힌구간 $[0,\ 1]$에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$f(0)=0,\ f(1)=1,\ \int_0^1 f(x)\,dx=\frac{1}{6}$$

을 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-3}^{2} g(x)\,dx$의 값은? [4점]

(가) $g(x)=\begin{cases} -f(x+1)+1 & (-1<x<0) \\ f(x) & (0\le x\le 1) \end{cases}$

(나) 모든 실수 x에 대하여 $g(x+2)=g(x)$이다.

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{17}{6}$ ③ $\frac{19}{6}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{23}{6}$

30

▸ 23054-0186

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 상수 a, b에 대하여

$$f(x)=\begin{cases} x+3 & (-3<x<0) \\ x^2+ax+b & (0\le x\le 3) \end{cases}$$

(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x-3)=f(x+3)$이다.

$\int_{-33}^{-29} f(x)\,dx-\int_{57}^{60} f(x)\,dx$의 값은?

① $\frac{5}{6}$ ② 1 ③ $\frac{7}{6}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

31

▸ 23054-0187

역함수가 존재하는 삼차함수 $f(x)=-x^3+ax^2-3ax+10$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 실수 a가 최솟값을 가질 때, $\int_{2}^{10} g(x)\,dx$의 값을 구하시오.

유형 8 수직선 위를 움직이는 점의 속도와 거리

출제경향 | 수직선 위를 움직이는 점의 시각 t에서의 속도에 대한 식이나 그래프로부터 점의 위치, 위치의 변화량, 움직인 거리를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도가 $v(t)$이고, 시각 $t=a$에서 점 P의 위치가 $x(a)$일 때

(1) 시각 t에서의 점 P의 위치는

$$x(a)+\int_a^t v(t)dt$$

(2) 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P의 위치의 변화량은

$$\int_a^b v(t)dt$$

(3) 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리는

$$\int_a^b |v(t)|dt$$

필수 유형 8 | 2021학년도 대수능 |

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=2t-6$$

이다. 점 P가 시각 $t=3$에서 $t=k$ $(k>3)$까지 움직인 거리가 25일 때, 상수 k의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

32

▸ 23054-0188

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=-2t+10$$

이다. 점 P의 시각 $t=4$에서의 위치가 30일 때, 시각 $t=1$에서의 위치는?

① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

33

▸ 23054-0189

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2-4t+k$$

이다. 시각 $t=0$에서의 점 P의 위치는 0이고 시각 $t=1$에서의 점 P의 위치는 -5이다. 점 P가 시각 $t=0$일 때부터 움직이는 방향이 바뀔 때까지 움직인 거리는? (단, k는 상수이다.)

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

34

▸ 23054-0190

시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t $(t\geq0)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=3t^2+t,\ v_2(t)=2t^2+3t$$

이다. 두 점 P, Q가 동시에 원점을 출발한 후 다시 만나는 위치 x가 $x=k$일 때, $2k$의 값을 구하시오.

07 이차곡선

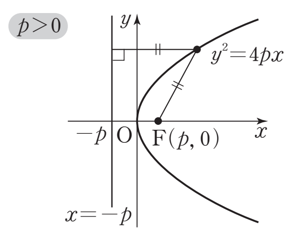
1 포물선

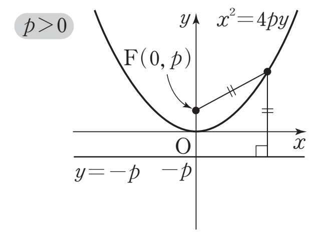
(1) 포물선의 정의 : 평면 위의 한 점 F와 점 F를 지나지 않는 한 직선 l에 대하여 점 F와 직선 l에 이르는 거리가 같은 점들의 집합을 포물선이라고 한다. 이때 점 F를 포물선의 초점, 직선 l을 포물선의 준선, 포물선의 초점 F를 지나고 준선 l에 수직인 직선을 포물선의 축, 포물선과 축이 만나는 점을 포물선의 꼭짓점이라고 한다.

(2) 포물선의 방정식

① 초점의 좌표가 $\mathrm{F}(p,\ 0)$이고 준선의 방정식이 $x=-p$인 포물선의 방정식은 $y^2=4px$ (단, $p\neq0$)

② 초점의 좌표가 $\mathrm{F}(0,\ p)$이고 준선의 방정식이 $y=-p$인 포물선의 방정식은 $x^2=4py$ (단, $p\neq0$)





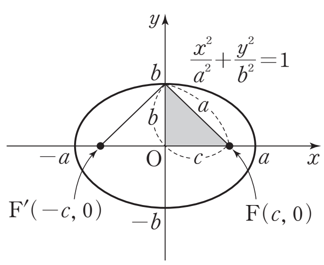
2 타원

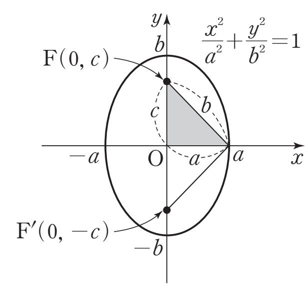
(1) 타원의 정의 : 평면 위의 서로 다른 두 점 F, F′에서의 거리의 합이 일정한 점들의 집합을 타원이라 하고, 두 점 F, F′을 타원의 초점이라고 한다. 두 초점 F, F′을 지나는 직선이 타원과 만나는 점을 각각 A, A′이라 하고, 선분 FF′의 수직이등분선이 타원과 만나는 점을 각각 B, B′이라 할 때, 네 점 A, A′, B, B′을 타원의 꼭짓점, 선분 AA′을 타원의 장축, 선분 BB′을 타원의 단축이라 하고, 장축과 단축이 만나는 점을 타원의 중심이라고 한다.

(2) 타원의 방정식

① 두 초점 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-c,\ 0)$에서의 거리의 합이 $2a$인 타원의 방정식은 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ (단, $a>c>0$, $b>0$, $b^2=a^2-c^2$)

② 두 초점 $\mathrm{F}(0,\ c)$, $\mathrm{F}'(0,\ -c)$에서의 거리의 합이 $2b$인 타원의 방정식은 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ (단, $b>c>0$, $a>0$, $a^2=b^2-c^2$)





3 쌍곡선

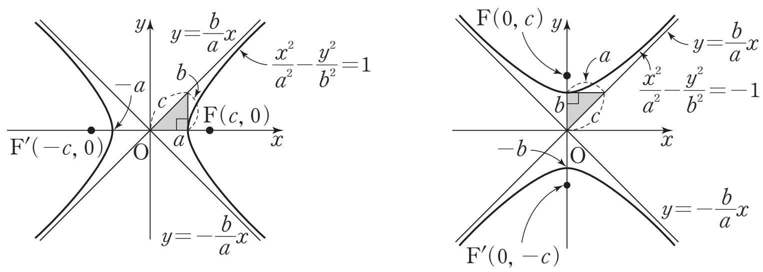
(1) 쌍곡선의 정의 : 평면 위의 서로 다른 두 점 F, F′에서의 거리의 차가 일정한 점들의 집합을 쌍곡선이라 하고, 두 점 F, F′을 쌍곡선의 초점이라고 한다. 쌍곡선이 선분 FF′과 만나는 점을 각각 A, A′이라 할 때, 두 점 A, A′을 쌍곡선의 꼭짓점, 선분 AA′을 쌍곡선의 주축, 선분 AA′의 중점을 쌍곡선의 중심이라고 한다.

(2) 쌍곡선의 방정식

① 두 초점 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-c,\ 0)$에서의 거리의 차가 $2a$인 쌍곡선의 방정식은 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ (단, $c>a>0$, $b^2=c^2-a^2$)

② 두 초점 $\mathrm{F}(0,\ c)$, $\mathrm{F}'(0,\ -c)$에서의 거리의 차가 $2b$인 쌍곡선의 방정식은 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=-1$ (단, $c>b>0$, $a^2=c^2-b^2$)

(3) 쌍곡선의 점근선 : 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$, $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=-1$ $(a>0,\ b>0)$의 두 점근선의 방정식은 $y=\dfrac{b}{a}x$, $y=-\dfrac{b}{a}x$이다.



4 이차곡선의 접선의 방정식

(1) 이차곡선과 직선의 위치 관계 : 이차곡선을 나타내는 방정식과 직선 $y=mx+n$에서 y를 소거하여 얻은 x에 대한 방정식을

$Ax^2+Bx+C=0$ (A, B, C는 상수) …… ㉠

이라 하자. $A\neq0$일 때, 이차곡선과 직선의 교점의 개수는 x에 대한 이차방정식 ㉠의 서로 다른 실근의 개수와 같다. 즉, x에 대한 이차방정식 ㉠의 판별식을 D라 하면 이차곡선과 직선의 위치 관계는 다음과 같다.

① $D>0 \Longleftrightarrow$ 서로 다른 두 점에서 만난다. ② $D=0 \Longleftrightarrow$ 한 점에서 만난다.(접한다.)

③ $D<0 \Longleftrightarrow$ 만나지 않는다.

(2) 포물선의 접선의 방정식

① 기울기가 m인 접선의 방정식

포물선 $y^2=4px$에 접하고 기울기가 m인 접선의 방정식은 $y=mx+\dfrac{p}{m}$ (단, $m\neq0$)

② 포물선 위의 점에서의 접선의 방정식

포물선 $y^2=4px$ 위의 점 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$에서의 접선의 방정식은 $y_1y=2p(x+x_1)$

(3) 타원의 접선의 방정식

① 기울기가 m인 접선의 방정식

타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$에 접하고 기울기가 m인 접선의 방정식은 $y=mx\pm\sqrt{a^2m^2+b^2}$

② 타원 위의 점에서의 접선의 방정식

타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 위의 점 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$에서의 접선의 방정식은 $\dfrac{x_1x}{a^2}+\dfrac{y_1y}{b^2}=1$

(4) 쌍곡선의 접선의 방정식

① 기울기가 m인 접선의 방정식

쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$에 접하고 기울기가 m인 접선의 방정식은 $y=mx\pm\sqrt{a^2m^2-b^2}$ (단, $a^2m^2-b^2>0$)

② 쌍곡선 위의 점에서의 접선의 방정식

쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 위의 점 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$에서의 접선의 방정식은 $\dfrac{x_1x}{a^2}-\dfrac{y_1y}{b^2}=1$

기하

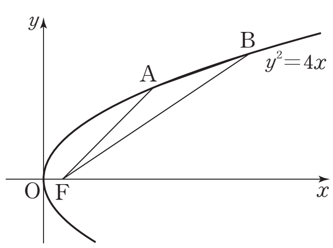
유형 1 포물선의 정의와 활용

출제경향 | 포물선의 초점의 좌표, 준선의 방정식, 꼭짓점의 좌표를 구하는 문제와 포물선의 정의를 이용하여 선분의 길이, 도형의 둘레의 길이와 넓이를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 포물선의 방정식으로부터 초점의 좌표를 구하고, 포물선 위의 점에서 초점과 준선까지의 거리가 서로 같음을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 1 | 2020학년도 대수능 9월 모의평가 |

초점이 F인 포물선 $y^2=4x$ 위에 서로 다른 두 점 A, B가 있다. 두 점 A, B의 x좌표는 1보다 큰 자연수이고 삼각형 AFB의 무게중심의 x좌표가 6일 때, $\overline{\mathrm{AF}}\times\overline{\mathrm{BF}}$의 최댓값을 구하시오. [4점]



01

▸ 23056-0191

초점의 좌표가 $(2,\ -2)$, 준선의 방정식이 $x=-1$인 포물선의 방정식은 세 상수 a, b, c에 대하여 $(y+a)^2=b(x+c)$이다. $a+b+c$의 값은?

① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{13}{2}$ ③ $\frac{15}{2}$ ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{19}{2}$

02

▸ 23056-0192

포물선 $y^2=8x$의 초점을 F라 하자. 자연수 n에 대하여 직선 $y=n$과 포물선 $y^2=8x$의 교점을 P_n, 직선 $y=n$과 y축의 교점을 Q_n, $a_n=\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{F}}+\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n}$이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은?

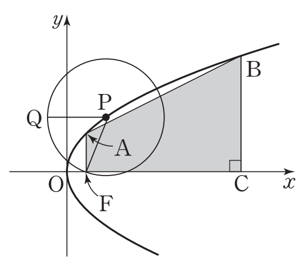
① $\frac{465}{4}$ ② $\frac{233}{2}$ ③ $\frac{467}{4}$ ④ 117 ⑤ $\frac{469}{4}$

03

▸ 23056-0193

초점이 F인 포물선 $y^2=8x$ 위에 서로 다른 두 점 A(2, 4), B가 있다. 포물선 위의 점 P에 대하여 중심이 P이고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{PF}}$인 원과 점 P를 지나고 x축과 평행한 직선이 만나는 점 중에서 x좌표가 음수인 점을 Q라 하자. 점 P가 점 A에서 점 B까지 포물선을 따라 움직일 때, 점 Q가 나타내는 도형의 길이가 8이다. 점 B에서 x축에 내린 수선의 발을 C라 할 때, 사각형 AFCB의 넓이는? (단, 점 B의 x좌표는 점 A의 x좌표보다 크고, 점 B의 y좌표는 양수이다.)

① 120 ② 124 ③ 128
④ 132 ⑤ 136

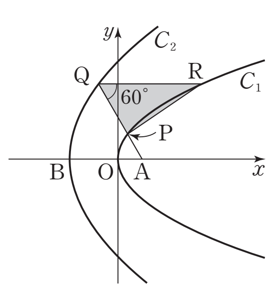


04

▸ 23056-0194

두 점 A(3, 0), B(−6, 0)에 대하여 점 A를 초점으로 하고 원점 O와 점 B를 각각 꼭짓점으로 하는 두 포물선 C_1, C_2가 있다. 포물선 C_1 위의 점 P에 대하여 직선 AP가 포물선 C_2와 만나는 점을 Q, 점 Q를 지나고 x축에 평행한 직선이 포물선 C_1과 만나는 점을 R라 하자. $\angle\mathrm{AQR}=60°$일 때, 삼각형 PQR의 넓이는? (단, 두 점 P, Q의 y좌표는 모두 양수이다.)

① $22\sqrt{3}$ ② $24\sqrt{3}$ ③ $26\sqrt{3}$
④ $28\sqrt{3}$ ⑤ $30\sqrt{3}$



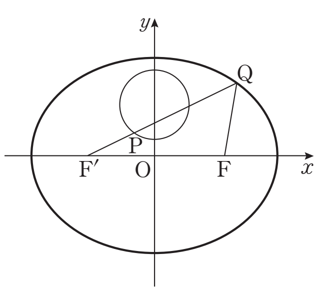
유형 2 타원의 정의와 활용

출제경향 | 타원의 초점의 좌표, 꼭짓점의 좌표, 두 초점 사이의 거리, 장축의 길이, 단축의 길이를 구하는 문제와 타원의 정의를 이용하여 선분의 길이, 도형의 둘레의 길이와 넓이를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 타원의 방정식으로부터 초점의 좌표, 꼭짓점의 좌표, 장축의 길이, 단축의 길이를 구하고, 타원 위의 한 점에서 두 초점까지의 거리의 합이 장축의 길이와 같음을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 ❷ | 2019학년도 대수능 |

두 초점이 F, F′인 타원 $\dfrac{x^2}{49}+\dfrac{y^2}{33}=1$이 있다. 원 $x^2+(y-3)^2=4$ 위의 점 P에 대하여 직선 F′P가 이 타원과 만나는 점 중 y좌표가 양수인 점을 Q라 하자. $\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{FQ}}$의 최댓값을 구하시오. [4점]



05

▸ 23056-0195

두 초점이 F, F′인 타원 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$과 원 $x^2+y^2-6x=0$이 만나는 점 중 하나를 P라 할 때, $\overline{\mathrm{PF}}\times\overline{\mathrm{PF'}}$의 값은?

① 15 ② 18 ③ 21
④ 24 ⑤ 27

기하

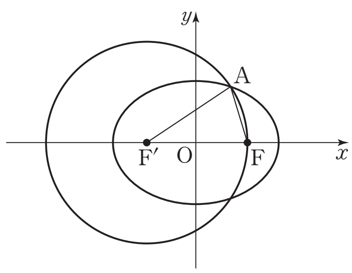
06

▸ 23056-0196

두 초점이 F, F′인 타원 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$이 있다. 점 F′을 중심으로 하고 선분 FF′을 반지름으로 하는 원이 타원과 만나는 두 점 중에서 y좌표가 양수인 점을 A라 하자. $\sin(\angle\mathrm{FAF'})$의 값은?

(단, 점 F의 x좌표는 양수이다.)

① $\frac{\sqrt{11}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{13}}{4}$
④ $\frac{\sqrt{14}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{15}}{4}$



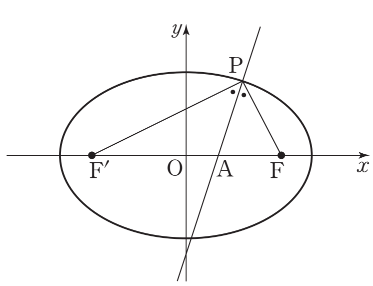
07

▸ 23056-0197

타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$의 두 초점 F, F′과 제1사분면에 있는 타원 위의 점 P에 대하여 ∠FPF′을 이등분하는 직선이 x축과 점 A(1, 0)에서 만날 때, $\overline{\mathrm{PF'}}-\overline{\mathrm{PF}}$의 값은?

(단, 점 F의 x좌표는 양수이다.)

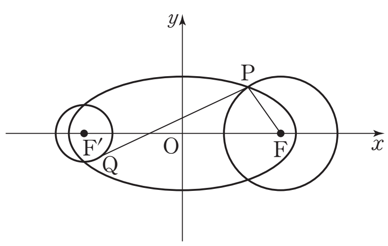
① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3
④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$



08

▸ 23056-0198

두 초점이 F, F′인 타원 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$이 있다. 점 F를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원이 타원과 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하자. 점 F′을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}$인 원 위의 점 Q에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $4Mm$의 값을 구하시오. (단, 점 F의 x좌표는 양수이다.)



유형 3 쌍곡선의 정의와 활용

출제경향 | 쌍곡선의 초점의 좌표, 꼭짓점의 좌표, 두 초점 사이의 거리, 주축의 길이를 구하는 문제와 쌍곡선의 정의를 이용하여 선분의 길이, 도형의 둘레의 길이와 넓이를 구하는 문제가 출제된다. 또한 쌍곡선의 점근선의 방정식을 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 쌍곡선의 방정식으로부터 초점의 좌표, 꼭짓점의 좌표, 주축의 길이, 점근선의 방정식을 구하고, 쌍곡선 위의 한 점에서 두 초점까지의 거리의 차가 주축의 길이와 같음을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 3 | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$의 주축의 길이가 6이고 한 점근선의 방정식이 $y=2x$일 때, 두 초점 사이의 거리는?

(단, a와 b는 양수이다.) [3점]

① $4\sqrt{5}$　② $6\sqrt{5}$　③ $8\sqrt{5}$
④ $10\sqrt{5}$　⑤ $12\sqrt{5}$

09

▸ 23056-0199

두 초점이 F$(2, 0)$, F$'(-2, 0)$인 쌍곡선이 있다. 이 쌍곡선 위의 한 점 A$(2, 3)$과 쌍곡선의 두 꼭짓점 B, C에 대하여 삼각형 ABC의 넓이는?

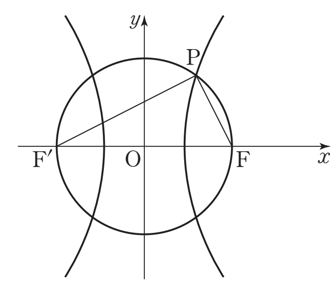
① $\frac{11}{4}$　② 3　③ $\frac{13}{4}$
④ $\frac{7}{2}$　⑤ $\frac{15}{4}$

10

▸ 23056-0200

두 점 F$(\sqrt{5}, 0)$, F$'(-\sqrt{5}, 0)$을 초점으로 하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0, b>0)$과 선분 FF$'$을 지름으로 하는 원이 만나는 점 중에서 제1사분면에 있는 점을 P라 하자. $\cos(\angle \mathrm{PF'F})=\frac{4}{5}$일 때, 이 쌍곡선의 점근선의 방정식은 $y=mx$, $y=-mx$이다. m^2의 값은? (단, m은 상수이다.)

① 21　② 22　③ 23
④ 24　⑤ 25

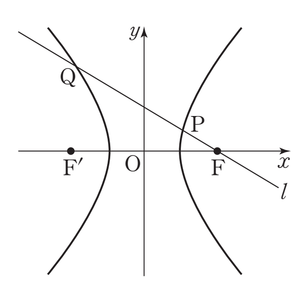


11

▸ 23056-0201

쌍곡선 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{25}=1$의 두 초점을 F, F$'$이라 하자. 초점 F를 지나고 기울기가 음수인 직선 l이 쌍곡선과 서로 다른 두 점 P, Q에서 만나고 $\overline{\mathrm{PQ}}=12$일 때, $\overline{\mathrm{PF'}}-\overline{\mathrm{QF'}}$의 값은?
(단, 점 F의 x좌표는 양수이고, 두 점 P, Q는 각각 제1사분면, 제2사분면에 있는 점이다.)

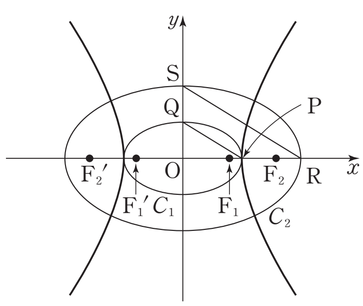
① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5



12

▸ 23056-0202

두 초점이 F_1, F_1'인 타원 C_1: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{9}=1$과 두 초점이 F_2, F_2'으로 일치하는 타원 C_2: $\frac{x^2}{4a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$과 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$이 있다. 타원 C_1이 x축과 만나는 점 중 x좌표가 양수인 것을 P, y축과 만나는 점 중 y좌표가 양수인 것을 Q라 하고, 타원 C_2가 x축과 만나는 점 중 x좌표가 양수인 것을 R, y축과 만나는 점 중 y좌표가 양수인 것을 S라 할 때 선분 PQ와 선분 RS는 서로 평행하다. $\overline{\mathrm{F}_1\mathrm{F}_2}=k$일 때, k^2의 값을 구하시오.
(단, a, b는 양수이고, 두 점 F_1, F_2의 x좌표는 모두 양수이다.)

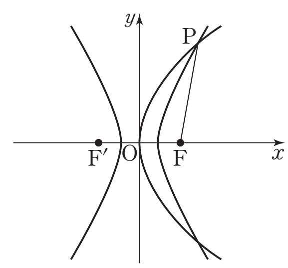


13

▸ 23056-0203

두 초점이 F(2, 0), F′(−2, 0)인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$과 초점이 F인 포물선 $y^2=4px$가 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하자. $\overline{\mathrm{PF}}=5$일 때, 세 양수 a, b, p에 대하여 $a^2-b^2+p^2$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5



14

▸ 23056-0204

두 초점이 F, F′인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$과 제1사분면에 있는 이 쌍곡선 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 삼각형 PF′F는 둘레의 길이가 12인 이등변삼각형이다.
(나) 직선 $y=mx$와 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$이 만나지 않도록 하는 양수 m의 최솟값은 $\frac{4}{3}$이다.

모든 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$의 주축의 길이의 합은?
(단, a, b는 양수이다.)

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5
④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

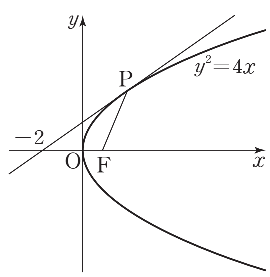
유형 4 포물선의 접선

출제경향 | 접점이나 기울기가 주어졌을 때 포물선의 접선의 방정식을 구하거나 포물선 밖의 한 점에서 포물선에 그은 접선의 방정식을 구하는 문제 또는 이를 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건에 따라 포물선의 접선의 방정식을 구하여 문제를 해결한다.

필수 유형 4 | 2016학년도 대수능 9월 모의평가 |

그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2=4x$ 위의 한 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점의 x좌표가 -2이다. $\cos(\angle\text{PFO})$의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]



① $-\frac{5}{12}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$
④ $-\frac{1}{6}$ ⑤ $-\frac{1}{12}$

15
▸ 23056-0205

좌표평면에서 포물선 $y^2=16x$에 접하는 기울기가 2인 직선과 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

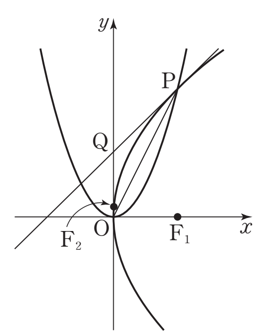
16
▸ 23056-0206

초점이 F인 포물선 $y^2=4px\ (p>0)$ 위의 점 $\text{A}(2,\ a)$에서의 접선이 x축과 만나는 점을 B라 하자. $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{BF}}$일 때, a^2+p의 값을 구하시오.

17
▸ 23056-0207

포물선 $y^2=8px$와 포물선 $x^2=py$가 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 P, 포물선 $y^2=8px$ 위의 점 P에서의 접선이 y축과 만나는 점을 Q라 할 때, 삼각형 OPQ의 넓이는 24이다. 두 포물선 $y^2=8px$, $x^2=py$의 초점을 각각 F_1, F_2라 할 때, 삼각형 OF_1F_2의 넓이는? (단, $p>0$이고, O는 원점이다.)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5



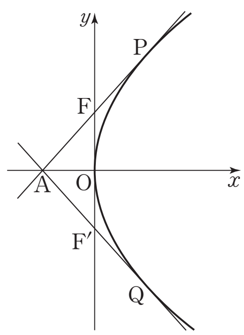
18

▸ 23056-0208

세 양수 k, p, a에 대하여 점 $A(-k,\ 0)$에서 포물선 $y^2=4px$에 그은 두 접선이 y축과 만나는 두 점을 각각 F, F′, 포물선과 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하자. $\cos(\angle FAO)=\frac{2}{3}$이고, 두 점 F, F′을 초점으로 하고 두 점 P, Q를 지나는 쌍곡선의 방정식은 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{16}=-1$이다. $k+p+a$의 값은?

(단, O는 원점이고, 두 점 P, F의 y좌표는 양수이다.)

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15



유형 5 타원의 접선

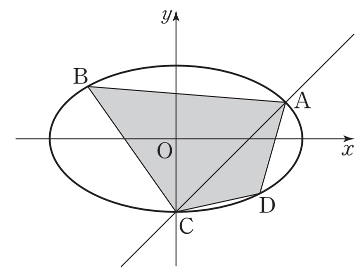
출제경향 | 접점이나 기울기가 주어졌을 때 타원의 접선의 방정식을 구하거나 타원 밖의 한 점에서 타원에 그은 접선의 방정식을 구하는 문제 또는 이를 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건에 따라 타원의 접선의 방정식을 구하여 문제를 해결한다.

필수 유형 5 | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

좌표평면에서 타원 $\frac{x^2}{3}+y^2=1$과 직선 $y=x-1$이 만나는 두 점을 A, C라 하자. 선분 AC가 사각형 ABCD의 대각선이 되도록 타원 위에 두 점 B, D를 잡을 때, 사각형 ABCD의 넓이의 최댓값은? [3점]

① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3



19

▸ 23056-0209

타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 위의 점 $\mathrm{P}(4,\ 2)$에서의 접선의 기울기가 $-\frac{1}{2}$일 때, a^2+b^2의 값은? (단, a, b는 양수이다.)

① 32 ② 34 ③ 36
④ 38 ⑤ 40

20

▸ 23056-0210

타원 $\frac{x^2}{10}+y^2=1$에 대하여 x좌표가 양수인 초점을 F라 하고, y좌표가 양수인 꼭짓점을 A라 하자. 타원 $\frac{x^2}{10}+y^2=1$ 위의 점 $\mathrm{P}(s,\ t)$ $(s>0)$에서의 접선이 직선 FA와 서로 수직일 때, $s^2+t^2=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

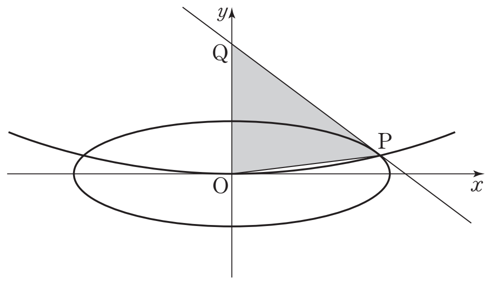
21

▸ 23056-0211

타원 $\frac{x^2}{9}+y^2=1$과 포물선 $x^2=24y$에 대하여 타원과 포물선이 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 P, 타원 위의 점 P에서의 접선이 y축과 만나는 점을 Q라 하자. 삼각형 OPQ의 넓이는?

(단, O는 원점이다.)

① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{2}$
④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{2}$



22

▸ 23056-0212

타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{(y-2)^2}{4}=1$과 함수 $y=|3x-p|$의 그래프가 서로 다른 네 점에서 만나도록 하는 모든 정수 p의 개수는?

① 24 ② 25 ③ 26
④ 27 ⑤ 28

기하

유형 6 쌍곡선의 접선

출제경향 | 접점이나 기울기가 주어졌을 때 쌍곡선의 접선의 방정식을 구하거나 쌍곡선 밖의 한 점에서 쌍곡선에 그은 접선의 방정식을 구하는 문제 또는 이를 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건에 따라 쌍곡선의 접선의 방정식을 구하여 문제를 해결한다.

필수 유형 ❻ | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

좌표평면에서 직선 $y=2x-3$ 위를 움직이는 점 P가 있다. 두 점 $\mathrm{A}(c,\ 0)$, $\mathrm{B}(-c,\ 0)$ $(c>0)$에 대하여 $\overline{\mathrm{PB}}-\overline{\mathrm{PA}}$의 값이 최대가 되도록 하는 점 P의 좌표가 $(3,\ 3)$일 때, 상수 c의 값은?

[4점]

① $\frac{3\sqrt{6}}{2}$　② $\frac{3\sqrt{7}}{2}$　③ $3\sqrt{2}$　④ $\frac{9}{2}$　⑤ $\frac{3\sqrt{10}}{2}$

23

▸ 23056-0213

좌표평면 위의 점 $(0,\ -2)$에서 쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}=1$에 그은 접선의 방정식을 $y=mx-2$라 할 때, 상수 m에 대하여 m^2의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

24

▸ 23056-0214

쌍곡선 $x^2-\frac{y^2}{2}=1$ 위의 점 $\mathrm{P}(\sqrt{2},\ \sqrt{2})$에서의 접선이 쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}=-1$과 만나는 두 점을 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이는?

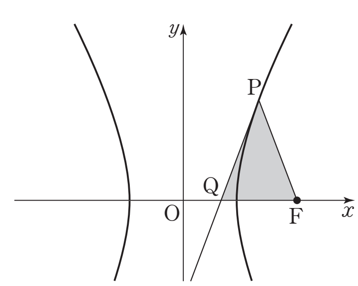
① $\frac{16}{3}$　② $\frac{2\sqrt{66}}{3}$　③ $\frac{4\sqrt{17}}{3}$　④ $\frac{2\sqrt{70}}{3}$　⑤ $4\sqrt{2}$

25

▸ 23056-0215

쌍곡선 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{7}=1$의 한 초점 $\mathrm{F}(c,\ 0)$ $(c>0)$에 대하여 제1사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 P에서의 접선이 x축과 점 Q에서 만나고, $\overline{\mathrm{PF}}=\overline{\mathrm{PQ}}$일 때, 삼각형 PQF의 넓이는?

① $\sqrt{6}$　② $\sqrt{7}$　③ $2\sqrt{2}$　④ 3　⑤ $\sqrt{10}$



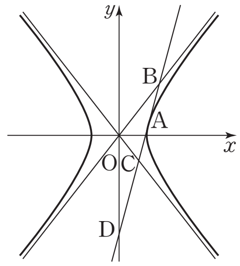
26

▸ 23056-0216

쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$ 위의 제1사분면에 있는 점 A에서의 접선이 쌍곡선의 두 점근선과 만나는 점을 각각 B, C라 하고 y축과 만나는 점을 D라 하자. $\overline{\mathrm{OB}}=2\overline{\mathrm{OC}}$일 때, 선분 OD의 길이는?

(단, 점 B는 제1사분면의 점이고, O는 원점이다.)

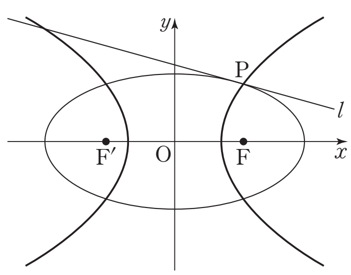
① $2\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{2}$
④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{6}$



27

▸ 23056-0217

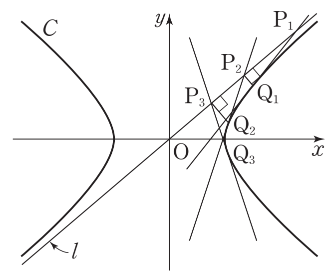
두 초점 F(6, 0), F′(−6, 0)이 일치하는 타원과 쌍곡선이 제1사분면 위의 점 P(6, 5)에서 만난다. 타원 위의 점 P에서의 접선 l과 쌍곡선의 두 접선 m_1, m_2가 각각 서로 수직일 때, 두 직선 m_1, m_2 사이의 거리를 k라 하자. $k^2=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



28

▸ 23056-0218

그림과 같이 쌍곡선 C: $x^2-y^2=1$과 이 쌍곡선의 점근선 중 기울기가 양수인 직선 l에 대하여 직선 l 위의 제1사분면에 있는 점 P_1에서 쌍곡선 C에 그은 접선의 접점을 Q_1, 점 Q_1에서 직선 l에 내린 수선의 발을 P_2라 하자. 이와 같은 방법으로 자연수 n에 대하여 직선 l 위의 점 P_n에서 쌍곡선 C에 그은 접선의 접점을 Q_n, 점 Q_n에서 직선 l에 내린 수선의 발을 P_{n+1}이라 하자. 점 P_1의 x좌표가 3일 때, 선분 $\mathrm{P}_7\mathrm{Q}_6$의 길이는?



① $\frac{14\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ ③ $6\sqrt{2}$
④ $\frac{20\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{22\sqrt{2}}{3}$

08 평면벡터

1 벡터의 뜻

(1) 점 A에서 점 B로 향하는 방향이 주어진 선분 AB를 벡터 AB라 하고, 기호로 $\overrightarrow{AB}$와 같이 나타낸다.
이때 점 A를 이 벡터의 시점, 점 B를 이 벡터의 종점이라고 한다.

(2) 벡터 $\overrightarrow{AB}$의 크기는 선분 AB의 길이를 뜻하며, 기호로 $|\overrightarrow{AB}|$와 같이 나타낸다. 즉, $|\overrightarrow{AB}|=\overline{AB}$

(3) 크기가 1인 벡터를 단위벡터라고 한다.

(4) 시점과 종점이 일치하는 벡터를 영벡터라 하고, 기호로 $\vec{0}$와 같이 나타낸다. 영벡터의 크기는 0이고 방향은 생각하지 않는다.

(5) 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 크기와 방향이 같을 때, 두 벡터는 서로 같다고 하고, 기호로 $\vec{a}=\vec{b}$와 같이 나타낸다.

(6) 벡터 $\vec{a}$와 크기가 같고, 방향이 반대인 벡터를 기호로 $-\vec{a}$와 같이 나타낸다. 즉, $\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}$이다.

2 벡터의 연산

(1) 벡터의 덧셈

두 벡터 $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{b}=\overrightarrow{BC}$에 대하여 벡터 $\overrightarrow{AC}$로 나타낸 벡터 $\vec{c}$를 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 합이라 하고, 기호로 $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$ 또는 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$와 같이 나타낸다.

(2) 벡터의 뺄셈

① 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $\vec{a}$와 $-\vec{b}$의 합 $\vec{a}+(-\vec{b})$를 $\vec{a}$에서 $\vec{b}$를 뺀 차라 하고, 기호로 $\vec{a}-\vec{b}$와 같이 나타낸다.
즉, $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$

② $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+(-\overrightarrow{AC})=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}$

(3) 벡터의 실수배

실수 k와 영벡터가 아닌 벡터 $\vec{a}$의 곱 $k\vec{a}$를 다음과 같이 정의한다.

① $k>0$이면 $k\vec{a}$는 방향이 $\vec{a}$와 같고 크기가 $k|\vec{a}|$인 벡터이다.

② $k<0$이면 $k\vec{a}$는 방향이 $\vec{a}$와 반대이고 크기가 $|k||\vec{a}|$인 벡터이다.

③ $k=0$이면 $k\vec{a}=\vec{0}$이다.

(4) 벡터의 평행

영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 방향이 같거나 반대일 때, 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$는 서로 평행하다고 하며, 기호로 $\vec{a}/\!/\vec{b}$와 같이 나타낸다.
즉, 영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여

$$\vec{a}/\!/\vec{b} \iff \vec{a}=k\vec{b}\ \text{(단, }k\text{는 0이 아닌 실수)}$$

3 위치벡터

(1) 위치벡터 : 평면에서 한 점 O를 고정시키면 임의의 벡터 $\vec{p}$에 대하여 $\vec{p}=\overrightarrow{OP}$인 점 P가 오직 하나로 정해진다. 역으로 평면 위의 임의의 점 P에 대하여 $\overrightarrow{OP}$인 벡터 $\vec{p}$가 오직 하나로 정해진다. 이와 같이 점 O를 시점으로 하는 벡터 $\overrightarrow{OP}$를 점 O에 대한 점 P의 위치벡터라고 한다.

(2) 두 점 A, B의 위치벡터를 각각 $\vec{a}$, $\vec{b}$라 하면 $\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a}$

(3) 선분의 내분점, 외분점의 위치벡터

선분 AB를 $m:n\ (m>0,\ n>0)$으로 내분하는 점을 P, 선분 AB를 $m:n\ (m>0,\ n>0,\ m\neq n)$으로 외분하는 점을 Q라 하고, 네 점 A, B, P, Q의 위치벡터를 각각 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{p}$, $\vec{q}$라 하면

$$\vec{p}=\frac{m\vec{b}+n\vec{a}}{m+n},\ \vec{q}=\frac{m\vec{b}-n\vec{a}}{m-n}$$

4 평면벡터의 성분

(1) 좌표평면에서 원점 O를 시점으로 할 때, 점 $\mathrm{A}(a_1, a_2)$의 위치벡터 $\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$를 $\vec{a}=(a_1, a_2)$로 나타낸다. 이때 a_1, a_2를 평면벡터 $\vec{a}$의 성분이라 하고, a_1을 x성분, a_2를 y성분이라고 한다.

(2) 평면벡터의 크기

$\vec{a}=(a_1, a_2)$일 때, $|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$

(3) 두 평면벡터가 서로 같을 조건

$\vec{a}=(a_1, a_2)$, $\vec{b}=(b_1, b_2)$일 때, $\vec{a}=\vec{b} \Longleftrightarrow a_1=b_1,\ a_2=b_2$

(4) 평면벡터의 성분에 의한 연산

두 벡터 $\vec{a}=(a_1, a_2)$, $\vec{b}=(b_1, b_2)$에 대하여

① $\vec{a}+\vec{b}=(a_1+b_1, a_2+b_2)$ ② $\vec{a}-\vec{b}=(a_1-b_1, a_2-b_2)$ ③ $k\vec{a}=(ka_1, ka_2)$ (단, k는 실수)

5 평면벡터의 내적

(1) 평면벡터의 내적 : 영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 이루는 각의 크기 θ $(0^\circ\le\theta\le180^\circ)$에 대하여 $|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$를 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 내적이라 하고, 이것을 기호로 $\vec{a}\cdot\vec{b}$와 같이 나타낸다. 즉,

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

(2) 평면벡터의 내적과 성분

$\vec{a}=(a_1, a_2)$, $\vec{b}=(b_1, b_2)$일 때, $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2$

(3) 두 평면벡터가 이루는 각의 크기

영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}=(a_1, a_2)$, $\vec{b}=(b_1, b_2)$가 이루는 각의 크기를 θ $(0^\circ\le\theta\le180^\circ)$라 하면

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}\sqrt{b_1^2+b_2^2}}$$

(4) 두 평면벡터의 평행 조건과 수직 조건

영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여

① $\vec{a}/\!/\vec{b} \Longleftrightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=\pm|\vec{a}||\vec{b}|$ ② $\vec{a}\perp\vec{b} \Longleftrightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=0$

6 직선의 방정식

(1) 직선의 방정식

① 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$을 지나고 방향벡터가 $\vec{u}=(a, b)$인 직선의 방정식은 $\dfrac{x-x_1}{a}=\dfrac{y-y_1}{b}$ (단, $ab\ne0$)

② 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$를 지나는 직선의 방정식은 $\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}=\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}$ (단, $x_1\ne x_2$, $y_1\ne y_2$)

③ 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$을 지나고 법선벡터가 $\vec{n}=(a, b)$인 직선의 방정식은 $a(x-x_1)+b(y-y_1)=0$

(2) 두 직선이 이루는 각의 크기

두 직선 l_1, l_2의 방향벡터가 각각 $\vec{u_1}=(a_1, a_2)$, $\vec{u_2}=(b_1, b_2)$일 때

① 두 직선 l_1, l_2가 이루는 각의 크기를 θ $(0^\circ\le\theta\le90^\circ)$라 하면

$$\cos\theta=\frac{|\vec{u_1}\cdot\vec{u_2}|}{|\vec{u_1}||\vec{u_2}|}=\frac{|a_1b_1+a_2b_2|}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}\sqrt{b_1^2+b_2^2}}$$

② $l_1/\!/l_2 \Longleftrightarrow \vec{u_1}=k\vec{u_2}$ (단, k는 0이 아닌 실수)

③ $l_1\perp l_2 \Longleftrightarrow \vec{u_1}\cdot\vec{u_2}=0$

7 원의 방정식

좌표평면에서 점 $\mathrm{C}(x_1, y_1)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 r인 원 위의 임의의 한 점을 $\mathrm{P}(x, y)$, 두 점 C, P의 위치벡터를 각각 $\vec{c}$, $\vec{p}$라 하면

$$|\vec{p}-\vec{c}|=r \Longleftrightarrow (\vec{p}-\vec{c})\cdot(\vec{p}-\vec{c})=r^2$$

이므로 $(x-x_1, y-y_1)\cdot(x-x_1, y-y_1)=r^2$에서 $(x-x_1)^2+(y-y_1)^2=r^2$

기하

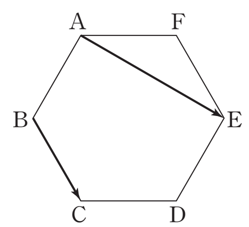
유형 1 평면벡터의 연산

출제경향 | 벡터의 정의와 연산을 이해하고 이를 평면도형에 응용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 벡터의 덧셈, 뺄셈, 실수배 등의 연산을 이해하고 도형의 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 ❶ | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF에서 $|\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BC}|$의 값은? [3점]



① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$
④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

01

▸ 23056-0219

서로 평행하지 않은 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 두 벡터

$$2\vec{a}+\vec{b},\ k\vec{a}+3\vec{b}$$

가 서로 평행하도록 하는 실수 k의 값은? (단, $\vec{a}\neq\vec{0}$, $\vec{b}\neq\vec{0}$)

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

02

▸ 23056-0220

$\angle ABC=90°$인 직각삼각형 ABC에 대하여

$$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|=\sqrt{14}$$
$$|\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}|=2\sqrt{6}$$

일 때, $|\overrightarrow{AC}|^2$의 값은?

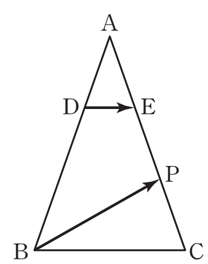
① $\frac{36}{5}$ ② $\frac{37}{5}$ ③ $\frac{38}{5}$
④ $\frac{39}{5}$ ⑤ 8

03

▸ 23056-0221

$\overline{AB}=\overline{AC}=3$, $\overline{BC}=2$인 삼각형 ABC가 있다. 변 AB와 변 AC를 $1:2$로 내분하는 점을 각각 D, E라 할 때, 선분 AC 위를 움직이는 점 P에 대하여 $|\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{BP}|$의 최솟값은?

① $\frac{13\sqrt{2}}{9}$ ② $\frac{14\sqrt{2}}{9}$ ③ $\frac{5\sqrt{2}}{3}$
④ $\frac{16\sqrt{2}}{9}$ ⑤ $\frac{17\sqrt{2}}{9}$



04

▸ 23056-0222

한 평면에 한 변의 길이가 6인 정사각형 ABCD와 점 P가 있다. $\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{PD}$가 성립할 때, $|\overrightarrow{PC}|$의 값은?

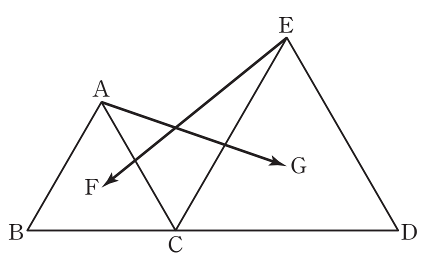
① $3\sqrt{5}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{51}$
④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{57}$

05

▸ 23056-0223

한 평면에 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC와 한 변의 길이가 3인 정삼각형 CDE가 있다. 두 정삼각형 ABC, CDE의 무게중심을 각각 F, G라 하자. 실수 m, n에 대하여 $\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{EF}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$일 때, $m+n$의 값은?
(단, 세 점 B, C, D는 한 직선 위에 이 순서로 있고, 두 점 A, E는 직선 BD에 대하여 같은 쪽에 있다.)

① 1 ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{4}{3}$
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$



유형 2 평면에서 선분의 내분점과 외분점의 위치벡터

출제경향 | 평면에서 벡터로 표현된 식을 선분의 내분점과 외분점의 위치벡터로 해석하는 문제가 출제된다.

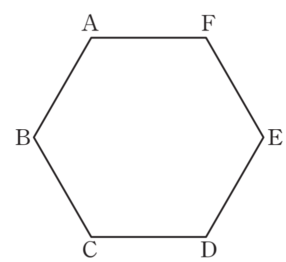
출제유형잡기 | 문제에서 주어진 벡터를 선분의 내분점, 외분점의 위치벡터로 해석한 후, 평면도형의 정의와 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 ❷ | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

좌표평면에서 한 변의 길이가 4인 정육각형 ABCDEF의 변 위를 움직이는 점 P가 있고, 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 위를 움직이는 점 Q가 있다. 두 점 P, Q와 실수 k에 대하여 점 X가 다음 조건을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{CX}|$의 값이 최소가 되도록 하는 k의 값을 α, $|\overrightarrow{CX}|$의 값이 최대가 되도록 하는 k의 값을 β라 하자.

(가) $\overrightarrow{CX}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CP}+\overrightarrow{CQ}$
(나) $\overrightarrow{XA}+\overrightarrow{XC}+2\overrightarrow{XD}=k\overrightarrow{CD}$

$\alpha^2+\beta^2$의 값을 구하시오. [4점]



06

▸ 23056-0224

삼각형 ABC의 변 BC 위의 점 P에 대하여 선분 AP 위의 점 Q가

$$\overrightarrow{AQ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

를 만족시킨다. $|\overrightarrow{AP}|=24$일 때, $|\overrightarrow{AQ}|$의 값은?

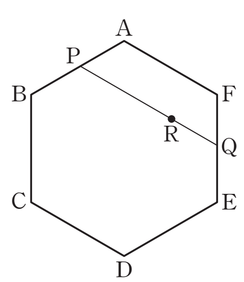
① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

07

▸ 23056-0225

한 변의 길이가 3인 정육각형 ABCDEF의 변 AB 위를 움직이는 점 P와 선분 EF 위를 움직이는 점 Q가 있다. 선분 PQ를 2 : 1로 내분하는 점을 R라 할 때, 점 R가 나타내는 도형의 넓이는?

① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$



08

▸ 23056-0226

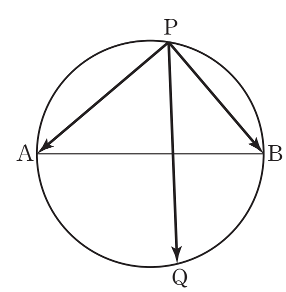
$\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=4$이고 넓이가 8인 삼각형 ABC가 있다. 각 A의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 하자. 선분 AD 위의 한 점 E에 대하여 삼각형 ABE의 넓이는 $\frac{3}{5}$이다.
$\overrightarrow{AE}=p\overrightarrow{AB}+q\overrightarrow{AC}$를 만족시키는 두 상수 p, q에 대하여 $p-q$의 값은?

① $-\frac{1}{20}$ ② $-\frac{1}{30}$ ③ $-\frac{1}{40}$ ④ $\frac{1}{40}$ ⑤ $\frac{1}{30}$

09

▸ 23056-0227

길이가 5인 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 두 점 P, Q가 $25\overrightarrow{PQ}=18\overrightarrow{PA}+27\overrightarrow{PB}$를 만족시킬 때, $|\overrightarrow{PQ}|^2=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



유형 3 성분으로 나타낸 평면벡터의 연산

출제경향 | 성분으로 나타낸 평면벡터의 연산을 이용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 평면벡터와 좌표의 대응을 이해하고 두 벡터의 덧셈, 뺄셈, 실수배 등의 연산을 벡터의 성분을 이용하여 해결한다.

필수 유형 3 | 2018학년도 대수능 6월 모의평가 |

두 벡터 $\vec{a}=(3, 1)$, $\vec{b}=(4, -2)$가 있다. 벡터 $\vec{v}$에 대하여 두 벡터 $\vec{a}$와 $\vec{v}+\vec{b}$가 서로 평행할 때, $|\vec{v}|^2$의 최솟값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

10

▸ 23056-0228

좌표평면 위의 세 점 A$(3, 2)$, B$(1, -1)$, C$(2, 0)$에 대하여 점 P가

$$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}=\vec{0}$$

를 만족시킬 때, 벡터 $\overrightarrow{AP}$의 모든 성분의 합은?

① $-\frac{13}{3}$ ② $-\frac{11}{3}$ ③ -3
④ $-\frac{7}{3}$ ⑤ $-\frac{5}{3}$

11

▸ 23056-0229

좌표평면 위의 세 점 O$(0, 0)$, A$(3, 2)$, B$(-1, 1)$에 대하여 점 P가 $\overrightarrow{BP}=3\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{BA}$를 만족시킬 때, $|\overrightarrow{AP}|$의 값은?

① $\sqrt{15}$ ② 4 ③ $\sqrt{17}$
④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{19}$

12

▸ 23056-0230

좌표평면 위의 네 점 O$(0, 0)$, A$(1, 2)$, P, Q는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|\overrightarrow{AP}|=6$
(나) $\overrightarrow{QP}=3(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OQ})$

한 직선 위에 있지 않은 세 점 O, P, Q에 대하여 삼각형 OPQ의 넓이의 최댓값은?

① $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $\frac{7\sqrt{5}}{2}$
④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{5}}{2}$

기하

유형 4 평면벡터의 내적의 정의와 성질

출제경향 | 평면벡터의 크기와 두 벡터가 이루는 각의 크기를 이용하여 두 벡터의 내적을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 두 평면벡터의 크기와 두 평면벡터가 이루는 각의 크기 및 벡터의 내적의 성질, 두 벡터의 평행과 수직 관계 등을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 ④ | 2017학년도 대수능 9월 모의평가 |

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=3$이고, 두 벡터 $6\vec{a}+\vec{b}$와 $\vec{a}-\vec{b}$가 서로 수직일 때, $\vec{a}\cdot\vec{b}$의 값은? [3점]

① $-\frac{3}{10}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $-\frac{9}{10}$
④ $-\frac{6}{5}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

13

▸ 23056-0231

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여

$|\vec{a}|=\sqrt{14}$, $|\vec{b}|=2$, $|\vec{a}-3\vec{b}|=2\sqrt{5}$

일 때, $|2\vec{a}+\vec{b}|$의 값은?

① $2\sqrt{19}$ ② $4\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{21}$
④ $2\sqrt{22}$ ⑤ $2\sqrt{23}$

14

▸ 23056-0232

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여

$|\vec{a}|=2$, $|\vec{a}-2\vec{b}|=2\sqrt{3}$

이고, 두 벡터 $2\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{a}-3\vec{b}$가 서로 수직일 때, 벡터 $\vec{b}$의 크기는?

① $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ③ $\sqrt{2}$
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{2}$

15

▸ 23056-0233

세 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $2\vec{a}+3\vec{b}-\vec{c}=\vec{0}$
(나) $|\vec{a}-2\vec{b}|=|\vec{a}|+2|\vec{b}|$

$|\vec{a}|=2$, $|\vec{c}|=6$일 때, $|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|$의 값은?

① $\frac{20}{3}$ ② $\frac{22}{3}$ ③ 8
④ $\frac{26}{3}$ ⑤ $\frac{28}{3}$

유형 5 성분으로 나타낸 평면벡터의 내적

출제경향 | 성분으로 나타낸 평면벡터의 내적을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 성분으로 나타낸 두 평면벡터의 내적을 구하는 방법을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 5 | 2016학년도 대수능 9월 모의평가 |

좌표평면 위의 네 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(4,\ 2)$, $\mathrm{B}(0,\ 2)$, $\mathrm{C}(2,\ 0)$에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BC}}$의 값은? [3점]

① -4　② -2　③ 0
④ 2　⑤ 4

16

▸ 23056-0234

두 벡터 $\vec{a}=(k,\ -1)$, $\vec{b}=(3,\ k^2-1)$에 대하여

$\vec{a} \cdot \vec{b} > -3$

을 만족시키는 정수 k의 개수는?

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

17

▸ 23056-0235

두 벡터 $\vec{a}=(p,\ q)$, $\vec{b}=(-2,\ 5)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$의 값은? (단, p, q는 양수이다.)

(가) 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$는 서로 수직이다.
(나) 두 벡터 $\vec{a}+2\vec{b}$, $\vec{a}-\vec{b}$는 서로 수직이다.

① $5\sqrt{2}$　② $6\sqrt{2}$　③ $7\sqrt{2}$
④ $8\sqrt{2}$　⑤ $9\sqrt{2}$

18

▸ 23056-0236

좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(2,\ -1)$, $\mathrm{B}(1,\ k)$에 대하여 두 벡터

$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}-2\overrightarrow{\mathrm{OA}}$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{17}$
(나) $\vec{a} \cdot (2\vec{a}+\vec{b})<0$

두 선분 OA, OB를 이웃한 두 변으로 하는 평행사변형의 넓이를 구하시오.

기하

유형 6 도형에서의 평면벡터의 내적

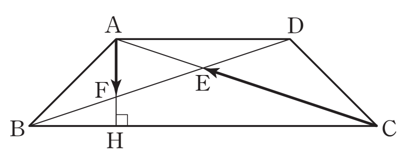
출제경향 | 평면벡터의 크기와 두 벡터가 이루는 각의 크기를 이용하여 두 벡터의 내적을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 두 평면벡터의 크기와 두 평면벡터가 이루는 각의 크기를 이용하여 평면벡터의 내적을 구하거나 평면벡터의 내적의 기하적 의미를 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 6 | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

$\overline{AD}=2$, $\overline{AB}=\overline{CD}=\sqrt{2}$, $\angle ABC=\angle BCD=45°$인 사다리꼴 ABCD가 있다. 두 대각선 AC와 BD의 교점을 E, 점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H, 선분 AH와 선분 BD의 교점을 F라 할 때, $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{CE}$의 값은? [3점]

① $-\frac{1}{9}$　② $-\frac{2}{9}$　③ $-\frac{1}{3}$
④ $-\frac{4}{9}$　⑤ $-\frac{5}{9}$



19
▸ 23056-0237

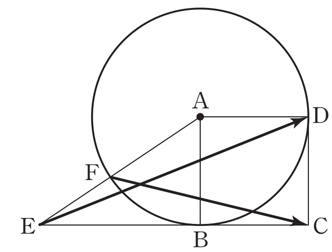
한 변의 길이가 3인 정삼각형 OAB의 변 OA를 2 : 1로 내분하는 점을 C라 하고, 선분 BC를 1 : k로 내분하는 점을 D라 하자. $\overrightarrow{OD}\cdot\overrightarrow{AB}=3$일 때, 양의 실수 k의 값은?

① $\frac{5}{2}$　② 3　③ $\frac{7}{2}$
④ 4　⑤ $\frac{9}{2}$

20
▸ 23056-0238

평면 위에 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD가 있다. 직선 BC 위의 점 E에 대하여 중심이 A이고 점 B를 지나는 원이 선분 AE와 만나는 점을 F라 하자. $\cos(\angle EAD)=-\frac{4}{5}$일 때, $\overrightarrow{FC}\cdot\overrightarrow{ED}$의 값은?

① $\frac{72}{5}$　② $\frac{73}{5}$　③ $\frac{74}{5}$
④ 15　⑤ $\frac{76}{5}$



21
▸ 23056-0239

반지름의 길이가 4이고 중심이 O인 원 위에 $\overline{AB}=4$인 두 점 A, B가 있다. 원 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킬 때, 점 P가 나타내는 도형의 길이는? (단, $\overline{AP}\neq 0$)

(가) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AP}\geq 0$
(나) 두 직선 OA, BP의 교점은 원의 둘레 또는 내부에 있다.

① $\frac{\pi}{3}$　② $\frac{2}{3}\pi$　③ π
④ $\frac{4}{3}\pi$　⑤ $\frac{5}{3}\pi$

22

▸ 23056-0240

어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 평면 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, P가

$$\overrightarrow{PA}-2\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{PC}=5\overrightarrow{AC}$$

를 만족시킨다.

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-2,\ \overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}=6$$

일 때, $|\overrightarrow{BC}|$의 값은?

① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{14}$ ③ 4
④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

23

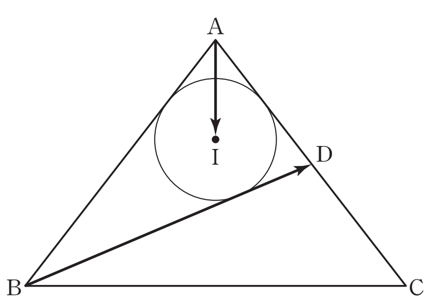
▸ 23056-0241

$\overline{AB}=\overline{AC}=6$인 이등변삼각형 ABC의 한 변 AC의 중점을 D라 하고, 삼각형 ABD에 내접하는 원의 중심을 I라 하자.

$$\overrightarrow{AI}=\frac{1}{5}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$$

일 때, $\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{BD}$의 값은?

① -5 ② $-\frac{9}{2}$ ③ -4
④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ -3



유형 7 도형에서의 평면벡터의 내적의 최대, 최소

출제경향 | 주어진 도형의 기하적 성질을 이용하여 평면벡터의 내적의 최댓값 또는 최솟값을 구하는 문제가 출제된다.

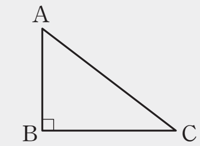
출제유형잡기 | 다음 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) $\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$

(2) 그림에서

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}|^2$

$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=|\overrightarrow{CB}|^2$

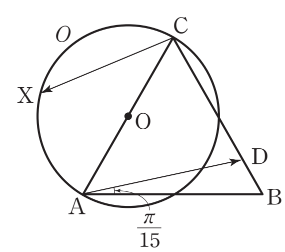


(3) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$

필수 유형 ⑦ | 2011학년도 대수능 |

그림과 같이 평면 위에 정삼각형 ABC와 선분 AC를 지름으로 하는 원 O가 있다. 선분 BC 위의 점 D를 $\angle DAB=\frac{\pi}{15}$가 되도록 정한다. 점 X가 원 O 위를 움직일 때, 두 벡터 $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{CX}$의 내적 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{CX}$의 값이 최소가 되도록 하는 점 X를 점 P라 하자. $\angle ACP=\frac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



24

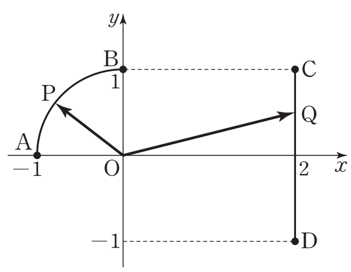
▸ 23056-0242

좌표평면 위의 네 점

$\mathrm{A}(-1,\ 0),\ \mathrm{B}(0,\ 1),\ \mathrm{C}(2,\ 1),\ \mathrm{D}(2,\ -1)$

이 있다. 부채꼴 OBA의 호 AB 위를 움직이는 점 P와 선분 CD 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OQ}}$의 최댓값과 최솟값의 합은? (단, O는 원점이다.)

① $1-\sqrt{7}$ ② $1-\sqrt{6}$ ③ $1-\sqrt{5}$
④ -1 ⑤ $1-\sqrt{3}$



25

▸ 23056-0243

좌표평면에서 두 점 $\mathrm{A}(2,\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ 2)$와 원 $x^2+y^2=4$ 위의 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OP}} \le -2$이고 $\overrightarrow{\mathrm{OB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OP}} \ge 0$이다.
(나) $-2 \le \overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OQ}} \le 0$이고 $\overrightarrow{\mathrm{OB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OQ}} \le 0$이다.

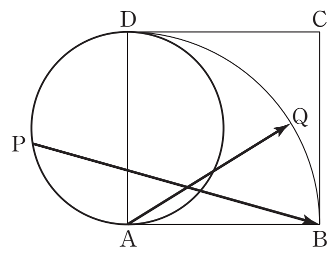
$\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OQ}}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, M^2+m^2의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)

26

▸ 23056-0244

평면 위에 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD가 있다. 지름이 AD인 원 위의 점 P와 중심이 A이고 중심각의 크기가 $90°$인 부채꼴 ABD의 호 BD 위의 점 Q에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{PB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AQ}}$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① $\dfrac{3}{2}$ ② 2 ③ $\dfrac{5}{2}$
④ 3 ⑤ $\dfrac{7}{2}$



유형 8 벡터로 나타낸 직선의 방정식과 원의 방정식

출제경향 | 좌표평면에서 벡터로 나타낸 직선의 방정식 또는 원의 방정식을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 좌표평면에서 벡터로 나타낸 직선의 방정식과 원의 방정식을 구하는 방법을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 8 | 2023학년도 대수능 |

좌표평면에서 세 벡터

$\vec{a}=(2,\ 4),\ \vec{b}=(2,\ 8),\ \vec{c}=(1,\ 0)$

에 대하여 두 벡터 $\vec{p},\ \vec{q}$가

$(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{b})=0,\ \vec{q}=\frac{1}{2}\vec{a}+t\vec{c}$ (t는 실수)

를 만족시킬 때, $|\vec{p}-\vec{q}|$의 최솟값은? [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$
④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

27

▸ 23056-0245

좌표평면에서 두 직선

$\frac{x}{2}=y+1,\ \frac{2x+1}{2}=\frac{4-y}{3}$

가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{10}$
④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{10}$

28

▸ 23056-0246

좌표평면에서 두 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(16,\ 12)$에 대하여

$|\overrightarrow{\mathrm{PO}}+\overrightarrow{\mathrm{PA}}|^2=100$

을 만족시키는 점 P가 나타내는 도형 위의 두 점 $\mathrm{B}(5,\ 2)$, $\mathrm{C}(a,\ b)$에서의 접선이 서로 수직일 때, $b-a$의 값은 p 또는 q이다. $p+q$의 값은? (단, $p<q$)

① -4 ② -3 ③ -2
④ -1 ⑤ 0

29

▸ 23056-0247

좌표평면에서 세 벡터

$\vec{a}=(1,\ 0),\ \vec{b}=(0,\ -2),\ \vec{c}=(-3,\ 1)$

에 대하여 두 벡터 $\vec{p},\ \vec{q}$가

$\vec{p}\cdot(\vec{a}+\vec{b})=\vec{p}\cdot\vec{c},\ |\vec{q}+\vec{b}-\vec{c}|=|\vec{a}|$

를 만족시킬 때, $|\vec{p}-\vec{q}|$의 최솟값은?

① $\frac{14}{5}$ ② 3 ③ $\frac{16}{5}$
④ $\frac{17}{5}$ ⑤ $\frac{18}{5}$

09 공간도형과 공간좌표

1 직선과 평면의 위치 관계

(1) 평면의 결정 조건

① 한 직선 위에 있지 않은 서로 다른 세 점
② 한 직선과 그 직선 위에 있지 않은 한 점
③ 한 점에서 만나는 두 직선
④ 평행한 두 직선

(2) 공간에서 서로 다른 두 직선의 위치 관계

① 한 점에서 만난다. ② 평행하다. ③ 꼬인 위치에 있다.

(3) 직선과 평면의 위치 관계

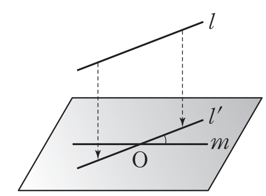
① 직선이 평면에 포함된다. ② 한 점에서 만난다. ③ 평행하다.

(4) 서로 다른 두 평면의 위치 관계

① 만난다. ② 평행하다.

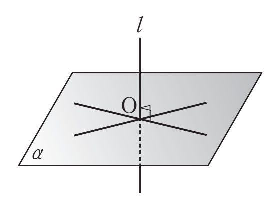
2 공간에서 꼬인 위치에 있는 두 직선이 이루는 각

두 직선 l, m이 꼬인 위치에 있을 때, 직선 m 위의 한 점 O를 지나고 직선 l에 평행한 직선을 l'이라 하면 두 직선 l', m은 점 O에서 만나고 한 평면을 결정한다. 이때 두 직선 l', m이 이루는 각 중 크지 않은 것을 두 직선 l, m이 이루는 각이라고 한다.



3 공간에서 직선과 평면의 수직 관계

공간에서 직선 l이 평면 α와 한 점 O에서 만나고 평면 α 위의 모든 직선과 수직일 때, 직선 l과 평면 α는 서로 수직이라 하고, 기호로 $l \perp \alpha$와 같이 나타낸다. 이때 직선 l을 평면 α의 수선, 점 O를 수선의 발이라고 한다. 일반적으로 직선 l이 평면 α 위의 평행하지 않은 두 직선과 각각 수직이면 $l \perp \alpha$이다.



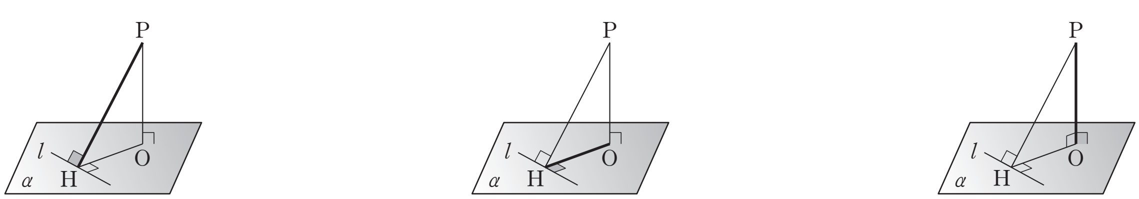
4 삼수선의 정리

평면 α 위에 있지 않은 한 점 P, 평면 α 위의 한 점 O, 점 O를 지나지 않고 평면 α 위에 있는 직선 l, 직선 l 위의 한 점 H에 대하여 다음이 성립하고 이를 삼수선의 정리라고 한다.

(1) $\overline{\mathrm{PO}} \perp \alpha$, $\overline{\mathrm{OH}} \perp l$이면
$\overline{\mathrm{PH}} \perp l$

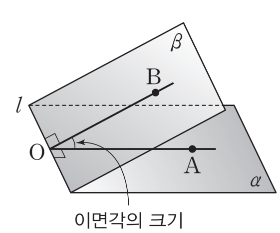
(2) $\overline{\mathrm{PO}} \perp \alpha$, $\overline{\mathrm{PH}} \perp l$이면
$\overline{\mathrm{OH}} \perp l$

(3) $\overline{\mathrm{PH}} \perp l$, $\overline{\mathrm{OH}} \perp l$, $\overline{\mathrm{PO}} \perp \overline{\mathrm{OH}}$이면
$\overline{\mathrm{PO}} \perp \alpha$



5 이면각

한 직선 l에서 만나는 두 반평면 α, β로 이루어진 도형을 이면각이라고 한다. 두 반평면 α, β의 교선 l 위의 한 점 O를 지나고 직선 l에 수직인 두 반직선 OA, OB를 두 반평면 α, β에 각각 그으면 점 O의 위치에 관계없이 $\angle$AOB의 크기는 일정하다. 이 일정한 각의 크기를 이면각의 크기라고 한다. 서로 다른 두 평면이 만나면 네 개의 이면각이 생기는데, 이 중에서 크기가 크지 않은 한 이면각의 크기를 두 평면이 이루는 각의 크기라고 한다.



6 정사영

(1) 정사영 : 평면 α 위에 있지 않은 한 점 P에서 평면 α에 내린 수선의 발 P′을 점 P의 평면 α 위로의 정사영이라고 한다. 또 도형 F에 속하는 각 점의 평면 α 위로의 정사영 전체로 이루어진 도형 F'을 도형 F의 평면 α 위로의 정사영이라고 한다.

(2) 직선과 평면이 이루는 각 : 직선 l과 평면 α가 한 점에서 만나고 수직이 아닐 때, 직선 l의 평면 α 위로의 정사영 l'과 직선 l이 이루는 각을 직선 l과 평면 α가 이루는 각이라고 한다.

(3) 정사영의 길이 : 선분 AB의 평면 α 위로의 정사영을 선분 A′B′, 직선 AB와 평면 α가 이루는 각의 크기를 θ $(0^\circ \le \theta \le 90^\circ)$라 하면

$$\overline{\mathrm{A'B'}}=\overline{\mathrm{AB}}\cos\theta$$

(4) 정사영의 넓이 : 평면 α 위의 도형 F의 평면 β 위로의 정사영을 F'이라 하고, 두 도형 F, F'의 넓이를 각각 S, S'이라 할 때, 두 평면 α와 β가 이루는 각의 크기를 θ $(0^\circ \le \theta \le 90^\circ)$라 하면

$$S'=S\cos\theta$$

7 공간좌표

(1) 공간의 한 점 O에서 서로 직교하는 세 수직선을 각각 x축, y축, z축이라 하고, 이 세 축을 통틀어 좌표축이라고 한다. 이와 같이 좌표축이 정해진 공간을 좌표공간이라 하고, 세 좌표축이 만나는 점 O를 좌표공간의 원점이라고 한다. 또 x축과 y축, y축과 z축, z축과 x축으로 결정되는 평면을 각각 xy평면, yz평면, zx평면이라고 한다.

(2) 좌표공간의 한 점 P에 대하여 점 P를 지나면서 x축, y축, z축에 수직인 평면이 각각 x축, y축, z축과 만나는 점의 x축, y축, z축 위에서의 좌표를 각각 a, b, c라 할 때, 좌표공간의 점 P와 세 실수 a, b, c의 순서쌍 (a, b, c)는 일대일대응이 된다. 이 순서쌍 (a, b, c)를 점 P의 공간좌표 또는 좌표라 하고, 기호로 $\mathrm{P}(a, b, c)$와 같이 나타낸다. 이때 세 실수 a, b, c를 각각 점 P의 x좌표, y좌표, z좌표라고 한다.

8 두 점 사이의 거리

좌표공간에서 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1, z_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2, z_2)$ 사이의 거리는

$$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

특히 원점 $\mathrm{O}(0, 0, 0)$과 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1, z_1)$ 사이의 거리는 $\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{{x_1}^2+{y_1}^2+{z_1}^2}$

9 선분의 내분점과 외분점

좌표공간의 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1, z_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2, z_2)$에 대하여

(1) 선분 AB를 $m : n$ $(m>0, n>0)$으로 내분하는 점 P의 좌표는

$$\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}, \frac{mz_2+nz_1}{m+n}\right)$$

(2) 선분 AB를 $m : n$ $(m>0, n>0, m\ne n)$으로 외분하는 점 Q의 좌표는

$$\left(\frac{mx_2-nx_1}{m-n}, \frac{my_2-ny_1}{m-n}, \frac{mz_2-nz_1}{m-n}\right)$$

(3) 선분 AB의 중점 M의 좌표는 $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2}\right)$

(4) 세 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1, z_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2, z_2)$, $\mathrm{C}(x_3, y_3, z_3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표는

$$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}, \frac{z_1+z_2+z_3}{3}\right)$$

10 구의 방정식

(1) 중심의 좌표가 (a, b, c)이고 반지름의 길이가 r인 구의 방정식은 $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$

특히 중심이 원점이고 반지름의 길이가 r인 구의 방정식은 $x^2+y^2+z^2=r^2$

(2) x, y, z에 대한 이차방정식 $x^2+y^2+z^2+Ax+By+Cz+D=0$은 중심의 좌표가 $\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}, -\frac{C}{2}\right)$이고 반지름의 길이가 $\frac{\sqrt{A^2+B^2+C^2-4D}}{2}$인 구의 방정식이다. (단, $A^2+B^2+C^2-4D>0$)

기하

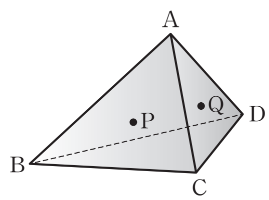
유형 1 직선과 평면의 위치 관계

출제경향 | 입체도형에서 직선과 직선, 직선과 평면의 위치 관계를 파악하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 입체도형에서 꼭짓점, 모서리, 면이 어떤 위치 관계인지를 파악한다.

필수 유형 ❶ | 2005학년도 대수능 9월 모의평가 |

사면체 ABCD의 면 ABC, ACD의 무게중심을 각각 P, Q라 하자. **보기**에서 두 직선이 꼬인 위치에 있는 것을 있는 대로 고른 것은? [3점]



보기

ㄱ. 직선 CD와 직선 BQ
ㄴ. 직선 AD와 직선 BC
ㄷ. 직선 PQ와 직선 BD

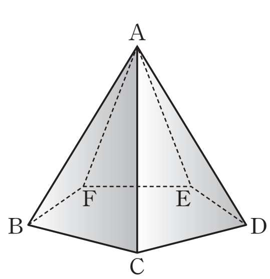
① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

01

▸ 23056-0248

정오각뿔 A$-$BCDEF의 여섯 개의 꼭짓점 중 서로 다른 두 개 이상의 꼭짓점을 지나는 서로 다른 직선의 개수를 a라 하고, 서로 다른 세 개 이상의 꼭짓점을 포함하는 서로 다른 평면의 개수를 b라 할 때, $a+b$의 값은?

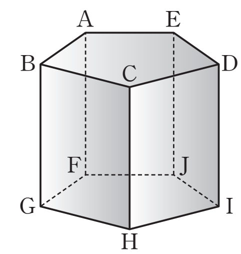
① 22 ② 23 ③ 24
④ 25 ⑤ 26



02

▸ 23056-0249

밑면이 정오각형인 오각기둥 ABCDE$-$FGHIJ에 대하여 **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



보기

ㄱ. 오각기둥의 한 면을 포함하는 평면 중 사각형 BGHC의 한 변을 포함하는 평면의 개수는 5이다.
ㄴ. 오각기둥의 서로 다른 두 꼭짓점을 지나는 직선 중 직선 BC와 꼬인 위치에 있는 직선의 개수는 27이다.
ㄷ. 직선 CF와 오각기둥의 한 모서리를 포함하는 서로 다른 평면의 개수는 5이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

유형 2 두 직선이 이루는 각, 직선과 평면의 수직

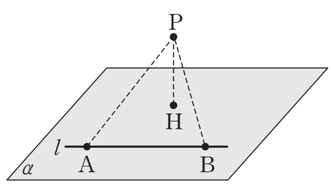
출제경향 | 공간에서 도형의 성질을 이용하여 두 직선이 이루는 각의 크기를 구하거나 직선과 평면의 수직 관계를 파악하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 두 직선이 이루는 각, 직선과 평면의 수직의 정의를 이용할 수 있도록 직선 또는 평면을 적절히 나타내고 구하는 각이 포함되는 직각삼각형을 만들어 각의 크기를 구한다.

필수 유형 ❷ | 2015학년도 대수능 |

평면 α 위에 있는 서로 다른 두 점 A, B를 지나는 직선을 l이라 하고, 평면 α 위에 있지 않은 점 P에서 평면 α에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AB}=\overline{PA}=\overline{PB}=6$, $\overline{PH}=4$일 때, 점 H와 직선 l 사이의 거리는? [3점]

① $\sqrt{11}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{13}$
④ $\sqrt{14}$ ⑤ $\sqrt{15}$

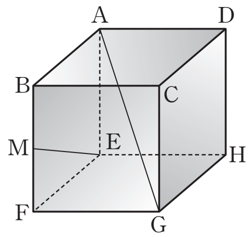


03

▸ 23056-0250

정육면체 ABCD$-$EFGH에서 선분 BF의 중점을 M이라 하고 두 직선 AG, ME가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?

① $\frac{\sqrt{11}}{11}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ③ $\frac{\sqrt{13}}{13}$
④ $\frac{\sqrt{14}}{14}$ ⑤ $\frac{\sqrt{15}}{15}$

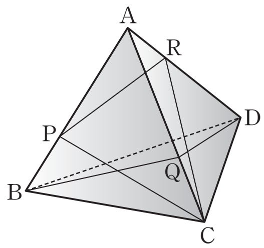


04

▸ 23056-0251

정사면체 ABCD에서 세 선분 AB, AC, DA를 2 : 1로 내분하는 점을 각각 P, Q, R라 하고 두 평면 PCR, BQD의 교선을 l이라 하자. 직선 l과 직선 PC가 이루는 예각의 크기를 α라 하고, 직선 l과 직선 CR가 이루는 예각의 크기를 β라 할 때, $\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$의 값은?

① 1 ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{7}{5}$
④ $\frac{8}{5}$ ⑤ $\frac{9}{5}$



기하

유형 3 삼수선의 정리

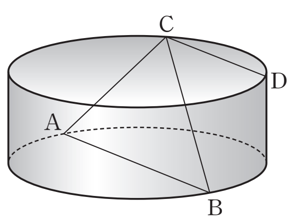
출제경향 | 공간도형에서 삼수선의 정리를 이용하여 직선의 위치 관계를 파악하고 선분의 길이, 도형의 넓이 등을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 입체도형의 성질과 모서리, 면, 꼭짓점이 어떤 위치 관계에 있는지 파악하고 이를 바탕으로 삼수선의 정리를 이용하여 수직인 두 직선 또는 직각삼각형을 찾아 문제를 해결한다.

필수 유형 ③ | 2023학년도 대수능 9월 모의평가 |

그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4, 높이가 3인 원기둥이 있다. 선분 AB는 이 원기둥의 한 밑면의 지름이고 C, D는 다른 밑면의 둘레 위의 서로 다른 두 점이다. 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을 만족시킬 때, 선분 CD의 길이는? [3점]

(가) 삼각형 ABC의 넓이는 16이다.
(나) 두 직선 AB, CD는 서로 평행하다.



① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6
④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

05

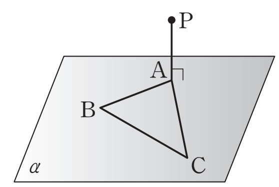
▸ 23056-0252

평면 α 위에 있는 삼각형 ABC와 평면 α 위에 있지 않은 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 P에서 평면 α에 내린 수선의 발은 A이다.
(나) $\overline{PA}=6$, $\overline{BC}=10$
(다) 삼각형 ABC의 넓이는 20이다.

점 P와 직선 BC 사이의 거리는?

① $5\sqrt{2}$ ② $\sqrt{51}$ ③ $2\sqrt{13}$
④ $\sqrt{53}$ ⑤ $3\sqrt{6}$

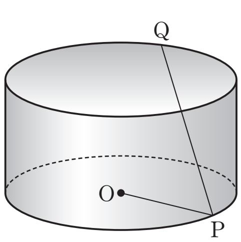


06

▸ 23056-0253

밑면의 반지름의 길이가 3이고 높이가 3인 원기둥이 있다. 이 원기둥의 한 밑면의 중심을 O라 하자. 중심이 O인 밑면의 둘레 위의 한 점 P와 다른 밑면의 둘레 위의 한 점 Q에 대하여 선분 PQ의 길이가 5일 때, 점 Q와 직선 OP 사이의 거리는?

① $\frac{\sqrt{159}}{3}$ ② $\frac{4\sqrt{10}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{161}}{3}$
④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{163}}{3}$

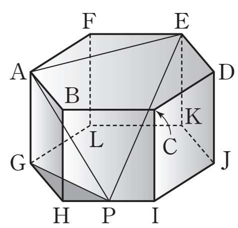


07

▸ 23056-0254

모든 모서리의 길이가 2인 정육각기둥 ABCDEF$-$GHIJKL이 있다. 선분 HI 위의 한 점 P에 대하여 삼각형 APE의 넓이가 $\frac{\sqrt{123}}{2}$일 때, 삼각형 PGH의 넓이는?

① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
④ $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $\sqrt{3}$



08

▸ 23056-0255

좌표공간에서 평면 α 위에 있고 중심이 C이며 반지름의 길이가 6인 원 C가 있다. 원 C 위의 서로 다른 두 점 A, B에 대하여 평면 α 위에 있지 않은 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 삼각형 PAB는 한 변의 길이가 $6\sqrt{3}$인 정삼각형이다.
(나) 점 P에서 평면 α에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{\mathrm{CH}}>6$이다.
(다) 원 C 위를 움직이는 점 Q에 대하여 선분 PQ의 길이의 최댓값이 $12\sqrt{2}$이다.

직선 AP와 평면 α가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\tan\theta$의 값은?

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{2\sqrt{34}}{17}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{2\sqrt{38}}{19}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{5}$

유형 4 이면각

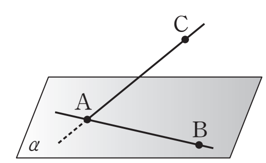
출제경향 | 공간에서 두 평면이 이루는 각의 크기를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 두 평면의 교선 위의 한 점에서 교선에 수직인 두 직선을 각 평면에 그어 두 평면이 이루는 각의 크기를 구한다.

필수 유형 4 | 2023학년도 대수능 |

좌표공간에 직선 AB를 포함하는 평면 α가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 C에 대하여 직선 AB와 직선 AC가 이루는 예각의 크기를 θ_1이라 할 때 $\sin\theta_1=\frac{4}{5}$이고, 직선 AC와 평면 α가 이루는 예각의 크기는 $\frac{\pi}{2}-\theta_1$이다. 평면 ABC와 평면 α가 이루는 예각의 크기를 θ_2라 할 때, $\cos\theta_2$의 값은? [3점]

① $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{7}}{6}$
④ $\frac{\sqrt{7}}{7}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{8}$



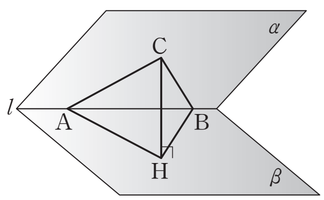
기하

09

▸ 23056-0256

두 평면 α, β의 교선 l 위에 서로 다른 두 점 A, B가 있다. 평면 α 위의 한 점 C에 대하여 삼각형 ABC는 한 변의 길이가 6인 정삼각형이다. 점 C에서 평면 β에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{\mathrm{CH}}=2\sqrt{3}$이다. 두 평면 α, β가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{3}$

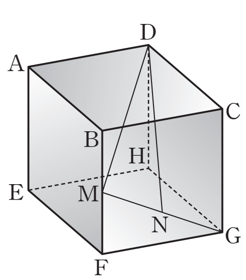


10

▸ 23056-0257

한 모서리의 길이가 4인 정육면체 ABCD$-$EFGH가 있다. 선분 BF의 중점을 M이라 하고, 선분 MG의 중점을 N이라 하자. 두 평면 DMN, DHGC가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?

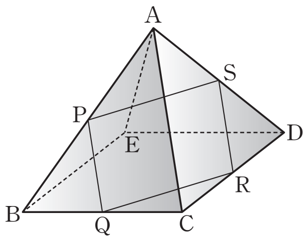
① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{7}}{7}$
④ $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$



11

▸ 23056-0258

모든 모서리의 길이가 4인 정사각뿔 A$-$BCDE에서 네 모서리 AB, BC, CD, AD의 중점을 각각 P, Q, R, S라 하자. 평면 PQRS와 평면 ABC가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $120\cos^2\theta$의 값을 구하시오.



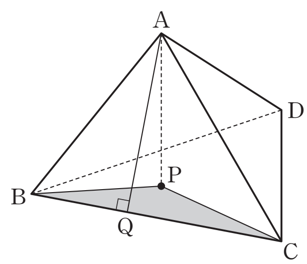
유형 5 정사영의 길이와 넓이

출제경향 | 주어진 도형의 정사영의 길이 또는 넓이를 구하는 문제, 정사영의 넓이를 이용하여 두 평면이 이루는 각의 크기를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 직선과 평면이 이루는 각, 평면과 평면이 이루는 각의 크기를 이용하여 주어진 도형의 정사영의 길이 또는 넓이를 구한다.

필수 유형 ⑤ | 2016학년도 대수능 9월 모의평가 |

그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=9$, $\overline{\mathrm{BC}}=12$, $\cos(\angle\mathrm{ABC})=\frac{\sqrt{3}}{3}$인 사면체 ABCD에 대하여 점 A의 평면 BCD 위로의 정사영을 P라 하고 점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 Q라 하자. $\cos(\angle\mathrm{AQP})=\frac{\sqrt{3}}{6}$일 때, 삼각형 BCP의 넓이는 k이다. k^2의 값을 구하시오. [4점]



12

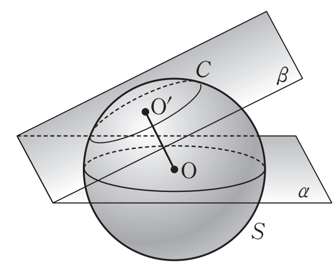
▸ 23056-0259

반지름의 길이가 6인 구 S의 중심 O가 평면 α 위에 있다. 평면 β와 구 S가 만나서 생기는 원 C가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 원 C의 중심을 O′이라 할 때, $\overline{\mathrm{OO'}}=3\sqrt{2}$이다.
(나) 원 C의 평면 α 위로의 정사영의 넓이는 6π이다.

두 평면 α, β가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

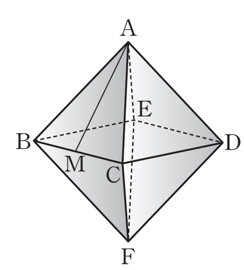


13

▸ 23056-0260

한 모서리의 길이가 4인 정팔면체 ABCDEF에서 선분 BC의 중점을 M이라 할 때, 선분 AM의 평면 CDF 위로의 정사영의 길이는?

① $\frac{2\sqrt{21}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{22}}{3}$ ③ $\frac{2\sqrt{23}}{3}$
④ $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

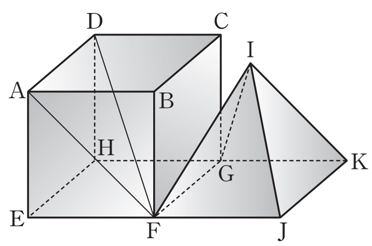


기하

14
▸ 23056-0261

한 모서리의 길이가 2인 정육면체 ABCD$-$EFGH와 한 변의 길이가 2인 정사각형을 밑면으로 하고 높이가 2인 정사각뿔 I$-$FJKG가 있다. 정육면체와 정사각뿔의 한 모서리 FG는 일치하고, 정육면체의 한 면 EFGH와 정사각뿔의 밑면 FJKG는 한 평면 위에 있다. 삼각형 AFD의 평면 IJK 위로의 정사영의 넓이는? (단, 두 점 E, J는 서로 다른 점이다.)

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ ③ $\sqrt{6}$
④ $\frac{6\sqrt{7}}{7}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$



유형 6 공간좌표와 두 점 사이의 거리

출제경향 | 좌표공간에서 제시된 조건을 만족시키는 점의 좌표를 구하거나 선분의 길이를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 좌표공간에서 주어진 점의 좌표축 또는 좌표평면에 대하여 대칭인 점의 좌표, 좌표축 또는 좌표평면에 내린 수선의 발의 좌표를 구하여 문제를 해결한다. 또한 두 점 사이의 거리를 이용하여 점의 좌표 또는 선분의 길이를 구한다.

필수 유형 6 | 2023학년도 대수능 |

좌표공간의 점 A$(2,\ 2,\ -1)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B라 하자. 점 C$(-2,\ 1,\ 1)$에 대하여 선분 BC의 길이는? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

15
▸ 23056-0262

0이 아닌 두 실수 a, b에 대하여 좌표공간의 세 점 A$(2,\ 0,\ 3)$, B$(0,\ -2,\ 3)$, P$(a,\ b,\ 0)$이 $\overline{\text{OA}}=\overline{\text{AP}}=\overline{\text{BP}}$를 만족시킬 때, ab의 값은? (단, O는 원점이다.)

① -10 ② -8 ③ -6
④ -4 ⑤ -2

16

▸ 23056-0263

좌표공간의 점 A$(1,\ 2,\ 3)$을 xy평면에 대하여 대칭이동시킨 점을 B라 하고, 점 B에서 zx평면에 내린 수선의 발을 C라 하자. 원점 O와 세 점 A, B, C에 대하여 사면체 OABC의 부피는?

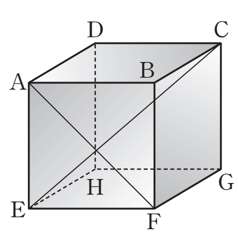
① $\frac{5}{3}$　② 2　③ $\frac{7}{3}$　④ $\frac{8}{3}$　⑤ 3

17

▸ 23056-0264

한 모서리의 길이가 6인 정육면체 ABCD$-$EFGH에서 선분 AF 위를 움직이는 점 P와 선분 CE 위를 움직이는 점 Q가 있다. 선분 PQ의 길이의 최솟값은?

① $\sqrt{6}$　② $2\sqrt{2}$　③ $\sqrt{10}$　④ $2\sqrt{3}$　⑤ $\sqrt{14}$



유형 7　선분의 내분점과 외분점

출제경향 | 좌표공간에 주어진 선분의 내분점, 외분점 또는 삼각형의 무게중심의 좌표를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 선분의 내분점, 외분점의 좌표를 구하여 문제를 해결한다. 또 삼각형의 무게중심이 중선을 꼭짓점으로부터 2 : 1로 내분함을 이용하여 삼각형의 무게중심의 좌표를 구한다.

필수 유형 7　| 2023학년도 대수능 9월 모의평가 |

좌표공간의 두 점 A$(a,\ 1,\ -1)$, B$(-5,\ b,\ 3)$에 대하여 선분 AB의 중점의 좌표가 $(8,\ 3,\ 1)$일 때, $a+b$의 값은? [2점]

① 20　② 22　③ 24　④ 26　⑤ 28

18

▸ 23056-0265

좌표공간의 세 점 A$(1,\ -2,\ 3)$, B$(0,\ 2,\ 1)$, C$(2,\ 0,\ 2)$에 대하여 삼각형 ABC의 무게중심을 G라 하자. 선분 AG의 yz평면 위로의 정사영의 길이는?

① 1　② $\sqrt{2}$　③ $\sqrt{3}$　④ 2　⑤ $\sqrt{5}$

기하

19

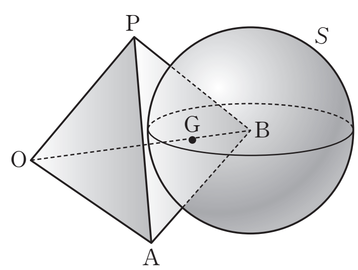
▸ 23056-0266

좌표공간에 세 점 O$(0, 0, 0)$, A$(2, 0, 0)$, B$(1, \sqrt{3}, 0)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB가 있다. z좌표가 양수인 점 P와 반지름의 길이가 $\frac{\sqrt{6}}{3}$이고 xy평면과 접하는 구 S가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 P에서 xy평면에 내린 수선의 발은 삼각형 OAB의 무게중심과 일치한다.
(나) 삼각형 PAB의 무게중심을 G라 할 때, 구 S는 평면 PAB와 점 G에서 접한다.

구 S의 중심과 원점 O 사이의 거리가 $\sqrt{6}$일 때, 점 P의 z좌표는?

① $\sqrt{2}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{22}}{3}$
④ $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{26}}{3}$



유형 8 구의 방정식

출제경향 | 좌표공간에서 구의 방정식, 구와 좌표축 또는 좌표평면과의 관계를 묻는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 좌표공간에서 구와 관련된 문제는 좌표평면에서의 원의 성질을 확장하여 해결한다. 즉, 구와 직선이 만나서 생기는 선분의 중점과 구의 중심을 지나는 직선은 선분에 수직이고, 구와 평면이 만나서 생기는 원의 중심과 구의 중심을 지나는 직선은 원을 포함하는 평면에 수직임을 이용한다.

필수 유형 8 | 2014학년도 대수능 |

좌표공간에서 중심의 x좌표, y좌표, z좌표가 모두 양수인 구 S가 x축과 y축에 각각 접하고 z축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 구 S가 xy평면과 만나서 생기는 원의 넓이가 64π이고 z축과 만나는 두 점 사이의 거리가 8일 때, 구 S의 반지름의 길이는? [4점]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

20

▸ 23056-0267

좌표공간에서 점 A$(0, 2, 1)$을 지나는 직선이 구 $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+k=0$ 위의 점 P에서 접할 때, 점 P가 나타내는 도형의 길이가 $\frac{6\sqrt{14}}{7}\pi$이다. 상수 k의 값은? (단, $0<k<14$)

① $\frac{21}{2}$ ② 11 ③ $\frac{23}{2}$
④ 12 ⑤ $\frac{25}{2}$

21

▸ 23056-0268

좌표공간에 중심이 C인 구

$$S : x^2+y^2+z^2-2\sqrt{3}x-4y-6z+7=0$$

이 있다. 원점 O와 구 S 위의 점 P에 대하여 삼각형 OPC의 xy평면 위로의 정사영의 넓이의 최댓값은?

① $\sqrt{7}$ ② $\frac{5\sqrt{7}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{7}}{2}$

④ $\frac{7\sqrt{7}}{4}$ ⑤ $2\sqrt{7}$

22

▸ 23056-0269

좌표공간에 두 구

$$S_1 : x^2+(y-3)^2+(z-3)^2=1,$$

$$S_2 : (x-2)^2+(y+1)^2+z^2=1$$

이 있다. 점 P는 구 S_1과 yz평면이 만나서 생기는 도형 위를 움직이는 점이고, 점 Q는 구 S_2 위를 움직이는 점이다. 선분 PQ의 길이의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $(M-1)^2+(m+1)^2$의 값을 구하시오.

23

▸ 23056-0270

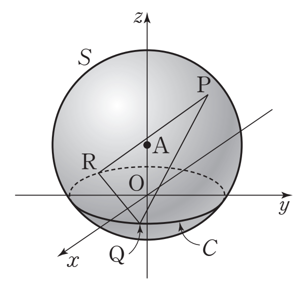
좌표공간에 중심이 점 A(0, 0, 2)이고 반지름의 길이가 4인 구 S가 있다. 구 S 위의 점 P와 구 S가 xy평면과 만나서 생기는 도형 C 위의 서로 다른 두 점 Q, R가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{\text{PQ}}=\overline{\text{PR}}=5\sqrt{2}$

(나) 점 A는 평면 PQR 위의 점이다.

도형 C의 평면 PQR 위로의 정사영의 넓이가 $\frac{q\sqrt{17}}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, 점 P의 z좌표는 양수이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



고2~N수 수능 집중 로드맵

수능 입문 → 기출 / 연습 → 연계+연계 보완 → 고난도 → 모의고사

수능 입문
- 윤혜정의 개념/패턴의 나비효과
- 수능 감(感)잡기
- 수능특강 Light
- 강의노트 수능개념

기출 / 연습
- 윤혜정의 기출의 나비효과
- 수능 기출의 미래
- 수능 기출의 미래 미니모의고사
- 수능특강Q 미니모의고사

연계+연계 보완
- 수능연계교재의 국어 어휘
- 수능연계교재의 VOCA 1800
- 수능연계 기출 Vaccine VOCA
- 연계: 수능특강, 수능완성
- 수능특강 사용설명서
- 수능특강 연계 기출
- 수능 영어 간접연계 서치라이트
- 수능완성 사용설명서

고난도
- 수능연계완성 3/4주 특강 고난도·신유형
- 박봄의 사회 · 문화 표 분석의 패턴

모의고사
- FINAL 실전모의고사
- 만점마무리 봉투모의고사
- 고난도 시크릿X 봉투모의고사
- 수능 싱크로 100% 프리미엄 봉투모의고사

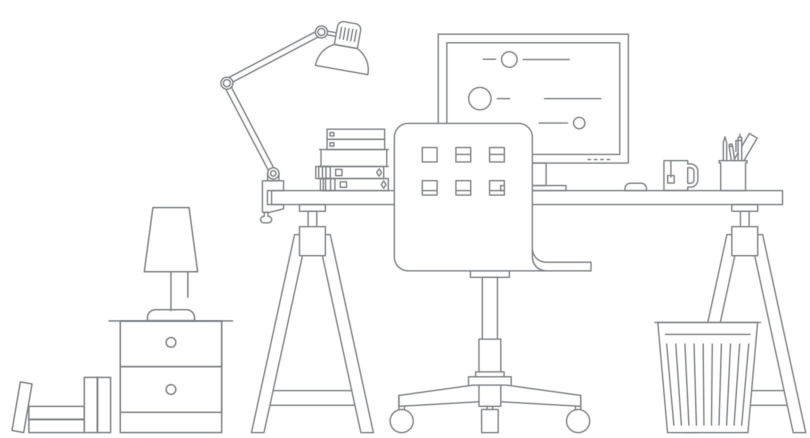
구분	시리즈명	특징	수준	영역
수능 입문	윤혜정의 개념/패턴의 나비효과	윤혜정 선생님과 함께하는 수능 국어 개념/패턴 학습		국어
	수능 감(感) 잡기	동일 소재·유형의 내신과 수능 문항 비교로 수능 입문		국/수/영
	수능특강 Light	수능 연계교재 학습 전 연계교재 입문서		국/영
	수능개념	EBSi 대표 강사들과 함께하는 수능 개념 다지기		전 영역
기출/연습	윤혜정의 기출의 나비효과	윤혜정 선생님과 함께하는 까다로운 국어 기출 완전 정복		국어
	수능 기출의 미래	올해 수능에 딱 필요한 문제만 선별한 기출문제집		전 영역
	수능 기출의 미래 미니모의고사	부담없는 실전 훈련, 고품질 기출 미니모의고사		국/수/영
	수능특강Q 미니모의고사	매일 15분으로 연습하는 고품격 미니모의고사		전 영역
연계 + 연계 보완	수능특강	최신 수능 경향과 기출 유형을 분석한 종합 개념서		전 영역
	수능특강 사용설명서	수능 연계교재 수능특강의 지문·자료·문항 분석		국/영
	수능특강 연계 기출	수능특강 수록 작품·지문과 연결된 기출문제 학습		국/영
	수능완성	유형 분석과 실전모의고사로 단련하는 문항 연습		전 영역
	수능완성 사용설명서	수능 연계교재 수능완성의 국어·영어 지문 분석		국/영
	수능 영어 간접연계 서치라이트	출제 가능성이 높은 핵심만 모아 구성한 간접연계 대비 교재		영어
	수능연계교재의 국어 어휘	수능 지문과 문항 이해에 필요한 어휘 학습서		국어
	수능연계교재의 VOCA 1800	수능특강과 수능완성의 필수 중요 어휘 1800개 수록		영어
	수능연계 기출 Vaccine VOCA	수능-EBS 연계 및 평가원 최다 빈출 어휘 선별 수록		영어
고난도	수능연계완성 3/4주 특강	단기간에 끝내는 수능 킬러 문항 대비서		국/수/영/과
	박봄의 사회·문화 표 분석의 패턴	박봄 선생님과 사회·문화 표 분석 문항의 패턴 연습		사회탐구
모의고사	FINAL 실전모의고사	수능 동일 난도의 최다 분량, 최다 과목 모의고사		전 영역
	만점마무리 봉투모의고사	실제 시험지 형태와 OMR 카드로 실전 훈련 모의고사		전 영역
	고난도 시크릿X 봉투모의고사	제대로 어려운 최고난도 모의고사		국/수/영
	수능 싱크로 100% 프리미엄 봉투모의고사	수능 직전에 만나는, 수능과 가장 가까운 고품격 프리미엄 모의고사		국/수/영

이 책의 **차례**

CONTENTS

실전편

회차	페이지
실전 모의고사 1회	114
실전 모의고사 2회	126
실전 모의고사 3회	138
실전 모의고사 4회	150
실전 모의고사 5회	162



실전 모의고사 1회

제한시간 100분 | 배점 100점

5지선다형

01

▸ 23054-1001

$2^{\log_2 5} \times (\sqrt{5})^{-2}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

02

▸ 23054-1002

함수 $f(x)=2x^3+4x^2-5x+1$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

03

▸ 23054-1003

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_1=3$, $a_5-a_2=12$

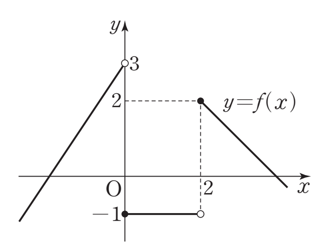
일 때, a_4의 값은? [3점]

① 6 ② 9 ③ 12
④ 15 ⑤ 18

04

▸ 23054-1004

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to 0-} f(x)+\lim_{x\to 2+} \{xf(x)\}$의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

05

▸ 23054-1005

다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=xf(x)+2$$

라 하자. $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=3$일 때, $g'(1)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

06

▸ 23054-1006

$\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$인 θ에 대하여 $\tan\theta-\frac{4}{1+\tan\theta}=2$일 때, $\sin\theta+\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ② $-\frac{4\sqrt{10}}{15}$ ③ $-\frac{\sqrt{10}}{3}$
④ $-\frac{2\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $-\frac{7\sqrt{10}}{15}$

07

▸ 23054-1007

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 속도를 각각 $v_1(t)$, $v_2(t)$라 할 때,

$$v_1(t)=t^3-12t^2+36t,\ v_2(t)=t^2-6t$$

이다. 두 점 P, Q가 시각 $t=0$일 때 원점을 출발한 후 시각 $t=a$에서 처음으로 속도가 같아진다고 한다. 시각 $t=\frac{a}{2}$에서 $t=a$까지 점 Q가 움직인 거리는? [3점]

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

08

▸ 23054-1008

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-x^3}{3x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{9x}=-1$$

을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$의 극댓값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

09

▸ 23054-1009

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} S_k=2n^3+4n^2+2n$$

을 만족시킨다. a_3의 값은? [4점]

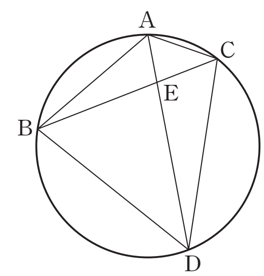
① 26 ② 28 ③ 30
④ 32 ⑤ 34

10

▸ 23054-1010

그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{7}$인 원에 내접하고 $\angle\mathrm{BAC}=\frac{2}{3}\pi$인 삼각형 ABC가 있다. $\angle\mathrm{BAC}$를 이등분하는 직선과 점 A를 포함하지 않는 호 BC가 만나는 점을 D, 선분 AD와 선분 BC가 만나는 점을 E라 하자.

$\sin(\angle\mathrm{BDA})=\frac{\sqrt{21}}{7}$일 때, $\overline{\mathrm{BE}}^2+\overline{\mathrm{CE}}^2$의 값은? [4점]



① $\frac{35}{3}$ ② $\frac{38}{3}$ ③ $\frac{41}{3}$
④ $\frac{44}{3}$ ⑤ $\frac{47}{3}$

11

▸ 23054-1011

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?

(단, a는 상수이다.) [4점]

(가) $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{7}{4}$

(나) 모든 실수 x에 대하여

$f(x)=3x^2+ax-\int_0^1 (2x-1)f(t)\,dt$이다.

① 9 ② 10 ③ 11

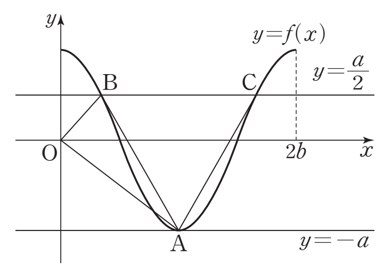
④ 12 ⑤ 13

12

▸ 23054-1012

그림과 같이 두 양수 a, b에 대하여 닫힌구간 $[0, 2b]$에서 정의된 함수 $f(x)=a\cos\frac{\pi x}{b}$가 있다. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=-a$가 만나는 점을 A, 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=\frac{a}{2}$가 만나는 두 점을 각각 B, C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}$일 때, 직선 OA의 기울기와 직선 OB의 기울기의 곱은?

(단, O는 원점이고, $\overline{\mathrm{OB}}<\overline{\mathrm{OC}}$이다.) [4점]



① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{13}{18}$ ③ $-\frac{7}{9}$

④ $-\frac{5}{6}$ ⑤ $-\frac{8}{9}$

13

▸ 23054-1013

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1=2$, $a_n a_{n+1}=(-1)^n$
(나) $a_n+b_n=n$

$\sum_{k=1}^{10}(b_{2k}+b_{2k+2})$의 값은? [4점]

① 200　② 210　③ 220　④ 230　⑤ 240

14

▸ 23054-1014

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)+xf'(x)=-4x^3+6x$$

를 만족시킨다. 실수 t에 대하여 구간 $(-\infty, t]$에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 $g(t)$라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. $f(-1)=-2$
ㄴ. 함수 $g(t)$는 $t=2$에서만 미분가능하지 않다.
ㄷ. 함수 $|f(t)-g(t)|$의 최댓값은 4이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15

▸ 23054-1015

첫째항이 2이고 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$의 각 항을 원소로 갖는 집합을 A라 하고, 첫째항이 1이고 공차가 2인 등차수열 $\{b_n\}$의 각 항을 원소로 갖는 집합을 B라 하자.
집합 $B-A$에 속하는 모든 원소를 작은 것부터 크기순으로 나열한 것을 c_1, c_2, c_3, $\cdots$이라 할 때, $\sum_{k=1}^{n} c_k > 140$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값은? [4점]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

단답형

16

▸ 23054-1016

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} a_k = 21$일 때, $\sum_{k=1}^{10} (k+2a_k)$의 값을 구하시오. [3점]

17

▸ 23054-1017

다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^2+2x+a$이고
$\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = 2$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

(단, a는 상수이다.) [3점]

18

▸ 23054-1018

두 양수 a, b가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

> (가) $\log_8 a+\log_8 b=\log_2 12-\log_2 3$
> (나) $\log_2 a\times\log_2 b=\log_3 16\times\log_2 9$

19

▸ 23054-1019

함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-ax^2+x+4$의 극값이 존재하지 않도록 하는 정수 a의 개수를 구하시오. [3점]

20

▸ 23054-1020

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=2x$는 서로 다른 두 점에서 만나고, 함수 $|f(x)-2x|$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
> (나) $\lim_{x\to0}\frac{f(x)-2x}{x^2}=16$
> (다) $f(1)>15$

곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=2x+k$가 서로 다른 네 점에서 만나도록 하는 정수 k의 개수를 구하시오. [4점]

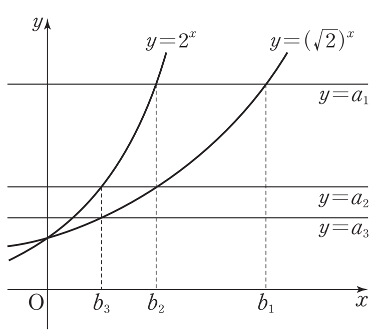
21

▶ 23054-1021

자연수 n에 대하여 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$을 다음과 같이 정의하자.
그림과 같이 직선 $y=a_1\ (a_1>1)$이 곡선 $y=(\sqrt{2})^x$과 만나는 점의 x좌표를 b_1, 곡선 $y=2^x$과 만나는 점의 x좌표를 b_2라 하고 곡선 $y=(\sqrt{2})^x$ 위의 점 중 x좌표가 b_2인 점의 y좌표를 a_2라 하자. 또 직선 $y=a_2$가 곡선 $y=2^x$과 만나는 점의 x좌표를 b_3이라 하고 곡선 $y=(\sqrt{2})^x$ 위의 점 중 x좌표가 b_3인 점의 y좌표를 a_3이라 하자. 이와 같이 직선 $y=a_n$이 곡선 $y=(\sqrt{2})^x$과 만나는 점의 x좌표를 b_n, 곡선 $y=2^x$과 만나는 점의 x좌표를 b_{n+1}이라 하고 곡선 $y=(\sqrt{2})^x$ 위의 점 중 x좌표가 b_{n+1}인 점의 y좌표를 a_{n+1}이라 하자.

$a_1=4$일 때, $\sum\limits_{n=1}^{5} \log_2 \dfrac{a_n}{b_n}=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 두 자연수이다.) [4점]



22

▶ 23054-1022

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x)\times f'(x) & (x<1) \\ -f(x)\times f'(x) & (x\geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 실수 t에 대하여 방정식 $g(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$라 할 때, 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
(나) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
(다) $h(k)=2$이고 $\lim\limits_{t\to k-} h(t) > \lim\limits_{t\to k+} h(t)$를 만족시키는 실수 k가 존재한다.

$g(-1)=20$일 때, $g(0)\times g(3)$의 값을 구하시오. [4점]

5지선다형

기하

23

▶ 23056-1023

좌표공간의 두 점 $A(-1, 2, 4)$, $B(1, -1, a)$에 대하여 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점이 xy평면 위에 있을 때, 선분 AB의 길이는? [2점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

24

▶ 23056-1024

쌍곡선 $\frac{x^2}{10}-\frac{y^2}{26}=1$의 두 꼭짓점이 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{12}=1$의 두 초점과 일치할 때, 양수 a의 값은? [3점]

① $\sqrt{19}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{21}$ ④ $\sqrt{22}$ ⑤ $\sqrt{23}$

25

▸ 23056-1025

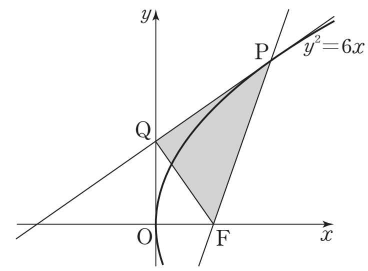
좌표공간에서 구 S : $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=25$와 xy평면이 만나서 생기는 도형을 O라 하고, 구 S의 중심을 지나고 z축과 평행한 직선이 구 S와 만나는 점 중 z좌표가 양수인 점을 A라 하자. 도형 O 위의 두 점 B, C에 대하여 점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{\mathrm{BC}}=4$일 때, 선분 AH의 길이는? [3점]

① $\sqrt{82}$ ② $2\sqrt{21}$ ③ $\sqrt{86}$
④ $2\sqrt{22}$ ⑤ $3\sqrt{10}$

26

▸ 23056-1026

그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2=6x$ 위의 점 $\mathrm{P}(3,\ 3\sqrt{2})$에서의 접선이 y축과 만나는 점을 Q라 할 때, 삼각형 PQF의 넓이는? [3점]



① $\frac{13\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{27\sqrt{2}}{8}$ ③ $\frac{7\sqrt{2}}{2}$
④ $\frac{29\sqrt{2}}{8}$ ⑤ $\frac{15\sqrt{2}}{4}$

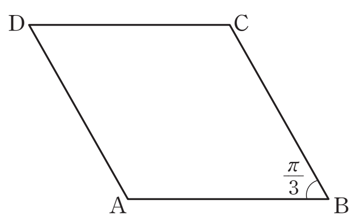
27

▸ 23056-1027

평면 위에 $\overline{AB}=\overline{BC}=2$이고 $\angle ABC=\frac{\pi}{3}$인 평행사변형 ABCD가 있다. 이 평면 위의 세 점 P, Q, R가 다음 조건을 만족시킬 때, $\overrightarrow{AR}\cdot\overrightarrow{CQ}$의 최댓값은? [3점]

(가) $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{BP}$이고 $|\overrightarrow{PQ}|=1$이다.
(나) $\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{DR}+\overrightarrow{AD}$

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

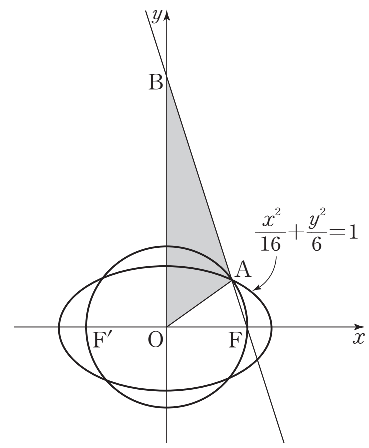


28

▸ 23056-1028

그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{6}=1$의 두 초점을 F, F′이라 하고, 선분 F′F를 지름으로 하는 원이 이 타원과 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자. 직선 AF가 y축과 만나는 점을 B라 할 때, 삼각형 OAB의 넓이는?

(단, 점 F의 x좌표는 양수이고, O는 원점이다.) [4점]



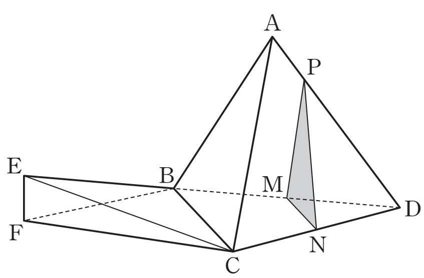
① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

단답형

29

▶ 23056-1029

그림과 같이 한 모서리의 길이가 4인 정사면체 ABCD와 사면체 EFCB가 있다. 네 점 B, F, C, D는 한 평면 위에 있고, 평면 ABC와 평면 BEC는 서로 수직이다. 선분 BD와 선분 CD의 중점을 각각 M, N이라 하고 선분 AD를 1 : 3으로 내분하는 점을 P라 할 때, 삼각형 PMN의 평면 BEC 위로의 정사영의 넓이는 S이다. $36S^2$의 값을 구하시오. [4점]



30

▶ 23056-1030

원점 O를 시점으로 하는 서로 다른 두 점 A, B의 위치벡터를 각각 $\vec{a}$, $\vec{b}$라 할 때, 점 C의 위치벡터는 $\vec{a}+\vec{b}$이다. 또한 세 점 P, Q, R가 각각 직선 l, m, n 위를 움직이고 원점 O를 시점으로 하는 세 점 P, Q, R의 위치벡터를 각각 $\vec{p}$, $\vec{q}$, $\vec{r}$라 할 때, 세 실수 s, t, u에 대하여

$$\vec{p}=t\vec{a}+(1-t)\vec{b}$$
$$\vec{q}=-s\vec{a}+\left(1+\frac{s}{2}\right)\vec{b}$$
$$\vec{r}=\frac{1}{2}\vec{a}+\left(u+\frac{1}{2}\right)\vec{b}$$

를 만족시킨다. 세 직선 l, m, n으로 둘러싸인 부분의 넓이가 16일 때, 사각형 OACB의 넓이를 구하시오. [4점]

실전 모의고사 2회

제한시간 100분 | 배점 100점

5지선다형

01

▸ 23054-1031

$9^{\sqrt{2}} \times 3^{1-2\sqrt{2}}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1
④ 3 ⑤ 9

02

▸ 23054-1032

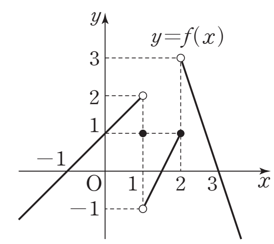
함수 $f(x)=(3x^2-2)(x^2+2x+5)$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① 51 ② 52 ③ 53
④ 54 ⑤ 55

03

▸ 23054-1033

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to 1-} f(x)+\lim_{x\to 2+} f(x)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

04

▸ 23054-1034

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_3=8$, $a_2+a_6=\frac{1}{2}a_{15}$일 때, $a_k>100$을 만족시키는 자연수 k의 최솟값은? [3점]

① 34 ② 35 ③ 36
④ 37 ⑤ 38

05

▸ 23054-1035

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(a_k+2b_k)=30,\ \sum_{k=1}^{10}\left(b_k-\frac{1}{2}\right)=\frac{11}{2}$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}a_k$의 값은? [3점]

① 8　② 9　③ 10　④ 11　⑤ 12

06

▸ 23054-1036

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=2t^2+at+2$$

이다. 시각 $t=1$에서 $t=3$까지 점 P의 위치의 변화량이 $\frac{100}{3}$일 때, 상수 a의 값은? [3점]

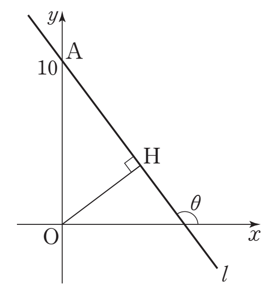
① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

07

▸ 23054-1037

그림과 같이 원점 O에서 점 A$(0,\ 10)$을 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{\mathrm{OH}}=6$이다. 직선 l이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, $\sin\theta+\cos\theta$의 값은?

$\left(\text{단, } \frac{\pi}{2}<\theta<\pi\right)$ [3점]



① $-\frac{2}{5}$　② $-\frac{1}{5}$　③ 0　④ $\frac{1}{5}$　⑤ $\frac{2}{5}$

08

▸ 23054-1038

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 $x=\frac{1}{3}$에서 극솟값을 갖는다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1, 3)$에서의 접선의 방정식이 $y=4x-1$일 때, 함수 $f(x)$의 극댓값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

09

▸ 23054-1039

최솟값이 4이고 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $\log_2 f(x)+\log_2 (x-3)^2=5$가 두 실근 $x=1$, $x=5$를 가질 때, $f(0)$의 값은? [4점]

① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 19

10

▸ 23054-1040

삼차함수 $f(x)$에 대하여

$$g(x)=\int_{-x}^{x} f(t)\,dt$$

이다. $f(0)=5$, $g(1)=12$일 때, $\int_0^2 g(x)\,dx$의 값은? [4점]

① 22 ② 24 ③ 26
④ 28 ⑤ 30

11

▸ 23054-1041

함수 $f(x)=a\sin(b\pi x)+c$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$의 최댓값과 최솟값의 합이 6이다.

(나) 함수 $f(x)$의 주기와 함수 $g(x)=\left|\cos\left(3\pi x-\frac{1}{2}\right)\right|+1$의 주기는 서로 같다.

$f\left(\frac{1}{4}\right)=1$일 때, $f\left(\frac{1}{9}\right)$의 값은?

(단, a, b, c는 상수이고, $a>0$, $b>0$이다.) [4점]

① $-1+\sqrt{3}$　② $\sqrt{3}$　③ $1+\sqrt{3}$　④ $2+\sqrt{3}$　⑤ $3+\sqrt{3}$

12

▸ 23054-1042

함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x+2)$를 만족시키고

$$f(x)=x-1\ (0\le x<2)$$

이다. **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. $\lim_{x\to 0-}f(x)+\lim_{x\to 2+}f(x)=0$

ㄴ. 함수 $|f(x)|$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

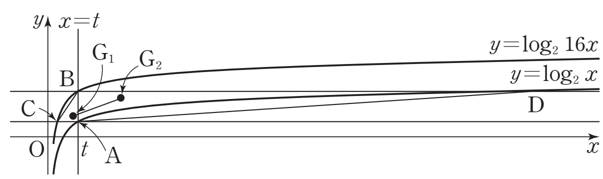
ㄷ. 함수 $f(x)f(x+1)$은 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13

▸ 23054-1043

그림과 같이 직선 $x=t\ (t>0)$과 두 곡선 $y=\log_2 x$, $y=\log_2 16x$가 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x축과 평행한 직선이 곡선 $y=\log_2 16x$와 만나는 점을 C, 점 B를 지나고 x축과 평행한 직선이 곡선 $y=\log_2 x$와 만나는 점을 D라 할 때, 두 삼각형 ABC, ADB의 무게중심을 각각 $\mathrm{G_1}$, $\mathrm{G_2}$라 하자. 직선 $\mathrm{G_1G_2}$의 기울기가 $\dfrac{16}{255}$일 때, 삼각형 ADB의 넓이는? [4점]



① 60 ② 75 ③ 90
④ 105 ⑤ 120

14

▸ 23054-1044

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $f(x)-x=0$은 세 실근 0, 1, 2를 갖는다. 함수 $g(x)$가 $0\le x\le 2$에서 $g(x)=f(x)$이고 모든 실수 x에 대하여 $g(x+2)=g(x)+2$를 만족시킬 때, $\displaystyle\int_0^{2n} g(x)\,dx=72$를 만족시키는 자연수 n의 값은? [4점]

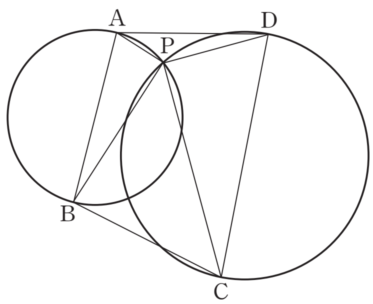
① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

15

▸ 23054-1045

그림과 같이 길이가 $\sqrt{10}$인 선분 AB를 지름으로 하는 원과 길이가 $2\sqrt{5}$인 선분 CD를 지름으로 하는 원이 서로 다른 두 점에서 만나고 선분 AB와 선분 CD가 서로 만나지 않을 때, 두 원이 만나는 점 중 점 A에 가까운 점을 P라 하자. $\overline{\mathrm{PA}}=1$, $\overline{\mathrm{PC}}=4$이고, 삼각형 APD의 넓이가 $\frac{\sqrt{5}}{3}$일 때, 선분 BC의 길이는?

(단, $\angle\mathrm{APD}>\angle\mathrm{BPC}$) [4점]



① $2\sqrt{2}$ ② 3 ③ $\sqrt{10}$ ④ $\sqrt{11}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

단답형

16

▸ 23054-1046

함수 $f(x)=2x^3-x+1$에 대하여 x의 값이 -2에서 2까지 변할 때의 함수 $f(x)$의 평균변화율을 구하시오. [3점]

17

▸ 23054-1047

자연수 n에 대하여 $\log_2 \frac{128}{n}$의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 n의 값의 합을 구하시오. [3점]

18

▸ 23054-1048

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(2x)+3x^2}{x^2-1}=7,\ \lim_{x\to\infty}f\left(\frac{1}{x}\right)=4$$

를 만족시킨다. 함수 $f(x)$가 $x=-1$에서 최솟값을 가질 때, $f(10)$의 값을 구하시오. [3점]

19

▸ 23054-1049

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=x^2-2x+x\int_0^1 f(t)\,dt$$

를 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

20

▸ 23054-1050

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)>0$

(나) 방정식 $f(x)=0$은 실근을 가지며 모든 근은 10 이하의 자연수이다.

(다) 자연수 n에 대하여 $f(n)$의 $(n+2)$제곱근 중 서로 다른 실수의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10}a_n=10$이다.

$f(11)$의 최솟값과 최댓값의 합을 구하시오. [4점]

21

▸ 23054-1051

0이 아닌 두 정수 p, q에 대하여 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1=40$
(나) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n-p & (a_n\geq 0) \\ a_n+pq & (a_n<0) \end{cases}$$

이다.

$a_{21}=a_1$이 되도록 하는 두 정수 p, q의 순서쌍 (p, q)에 대하여 $p+q$의 최솟값을 구하시오. [4점]

22

▸ 23054-1052

두 상수 a, b와 실수 k에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^3-3x+a & (x<k) \\ -x^2+13x+b & (x\geq k) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) 실수 c에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=c$의 서로 다른 실근의 개수의 최댓값은 4이다.

x에 대한 방정식 $f(x)=c$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든 실수 c의 값의 합이 8일 때, x에 대한 방정식 $f(x)=d$의 서로 다른 실근의 개수가 1이 되도록 하는 실수 d의 값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

5지선다형

기하

23

▸ 23056-1053

좌표공간의 두 점 $\mathrm{A}(-3,\ a,\ 5)$, $\mathrm{B}(b,\ 3,\ -2)$에 대하여 선분 AB를 $2:3$으로 외분하는 점의 좌표가 $(1,\ -3,\ c)$일 때, $a+b+c$의 값은? [2점]

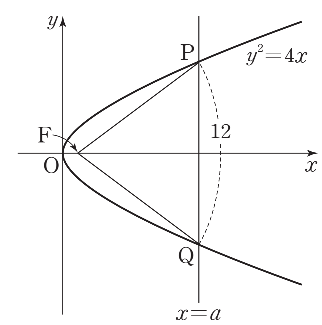
① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 19

24

▸ 23056-1054

그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2=4x$와 직선 $x=a$가 만나는 두 점을 P, Q라 하자. $\overline{\mathrm{PQ}}=12$일 때, $\cos(\angle\mathrm{PFQ})$의 값은?

(단, a는 양의 상수이다.) [3점]

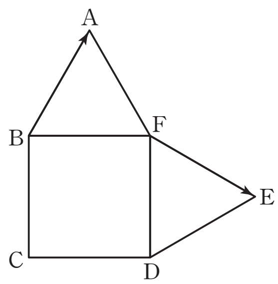


① $\frac{7}{25}$ ② $\frac{8}{25}$ ③ $\frac{9}{25}$
④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{11}{25}$

25

▸ 23056-1055

그림과 같이 한 변의 길이가 2인 두 정삼각형 ABF, DEF와 한 변의 길이가 2인 정사각형 BCDF로 이루어진 도형에서 $|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{FE}|^2$의 값은? (단, 모든 점은 한 평면 위에 있고, 두 점 A, E는 정사각형 BCDF의 외부에 있다.) [3점]



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

26

▸ 23056-1056

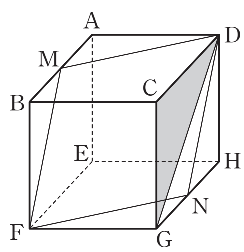
쌍곡선 $x^2-\frac{y^2}{2}=1$ 위의 점 $(3,\ 4)$에서의 접선에 수직인 한 직선이 타원 $\frac{(x-3)^2}{a^2}+(y+1)^2=1$의 네 개의 꼭짓점 중 두 개의 꼭짓점을 동시에 지날 때, 양수 a의 값은? [3점]

① $\frac{3}{4}$ ② 1 ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

27

▸ 23056-1057

그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정육면체 ABCD−EFGH에서 선분 AB의 중점을 M, 선분 GH의 중점을 N이라 하자. 삼각형 CGD의 평면 DMFN 위로의 정사영의 넓이를 S라 할 때, S^2의 값은? [3점]



① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

28

▸ 23056-1058

두 초점이 F, F′인 타원 $\frac{(x-1)^2}{a^2}+\frac{(y-t)^2}{b^2}=1$이 두 직선 $y=2x+4$, $y=2x-4$와 모두 접한다. $\overline{\mathrm{FF'}}=4$일 때, ta^2+b^2의 값은? (단, a, b는 양의 실수이고, t는 상수이다.) [4점]

① 10 ② $\frac{52}{5}$ ③ $\frac{54}{5}$

④ $\frac{56}{5}$ ⑤ $\frac{58}{5}$

단답형

29

▶ 23056-1059

좌표평면 위에 두 점 A(2, 4), B(10, 0)이 있다. t가 양의 실수일 때 $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=t\overrightarrow{\mathrm{OA}}$를 만족시키는 점 P와 $|\overrightarrow{\mathrm{AQ}}+\overrightarrow{\mathrm{BQ}}|=2\sqrt{5}$를 만족시키는 점 Q에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$의 최댓값을 $f(t)$라 하자. $f(t)=200$을 만족시키는 t의 값이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

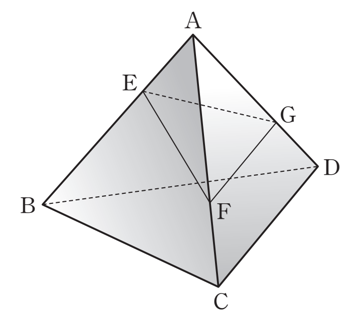
[4점]

30

▶ 23056-1060

한 모서리의 길이가 6인 정사면체 ABCD가 있다. 양수 t에 대하여 선분 AB를 $1:t$로 내분하는 점을 E, 두 선분 AC, AD를 $2:1$로 내분하는 점을 각각 F, G라 하자. 삼각형 EFG의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이가 $\frac{8\sqrt{3}}{3}$일 때, 두 평면 EFG, BCD가 이루는 각의 크기를 θ라 하자. $60t\cos^2\theta$의 값을 구하시오.

[4점]



5지선다형

01

▸ 23054-1061

$8^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}+1}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 4

02

▸ 23054-1062

함수 $f(x)=3x^3-6x^2+2$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

03

▸ 23054-1063

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$이

$a_3=4,\ a_4=4a_2$

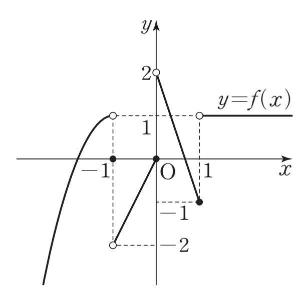
를 만족시킬 때, a_1의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 4
④ 8 ⑤ 16

04

▸ 23054-1064

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to -1-} f(x) + \lim_{x \to 0+} f(x) + f(1)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

05

▸ 23054-1065

$0<\theta<\frac{\pi}{2}$인 θ에 대하여 $\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{3}$일 때, $\sin\theta+\cos\theta$의 값은? [3점]

① $\frac{\sqrt{13}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{14}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{15}}{3}$
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{17}}{3}$

06

▸ 23054-1066

두 곡선 $y=x^3-2x^2$과 $y=x^2-4$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$
④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7

07

▸ 23054-1067

x에 대한 방정식 $9^{x-1}-k\times3^x+9=0$이 오직 하나의 실근 α를 가질 때, $k+\alpha$의 값은? (단, k는 상수이다.) [3점]

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

08

▸ 23054-1068

함수

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x\le a) \\ x-5 & (x>a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)\{f(x)+5\}$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은? [3점]

① -1　② $-\frac{1}{2}$　③ 0　④ $\frac{1}{2}$　⑤ 1

09

▸ 23054-1069

수열 $\{a_n\}$은 $a_3=\frac{1}{6}$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\frac{1}{4-8a_n}$$

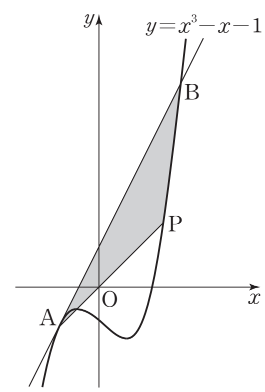
을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{25} a_n$의 값은? [4점]

① $\frac{31}{4}$　② 8　③ $\frac{33}{4}$　④ $\frac{17}{2}$　⑤ $\frac{35}{4}$

10

▸ 23054-1070

곡선 $y=x^3-x-1$ 위의 점 $\mathrm{A}(-1,\ -1)$에서의 접선이 이 곡선과 만나는 점 중에서 A가 아닌 점을 B라 하자. 곡선 $y=x^3-x-1\ (-1<x<2)$ 위의 점 P에 대하여 삼각형 APB의 넓이의 최댓값은? [4점]



① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

11

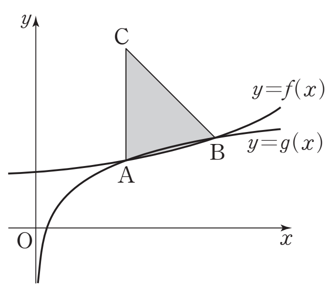
▸ 23054-1071

그림과 같이 두 함수 $f(x)=a^x+4$, $g(x)=\frac{1}{4}\log_a x$의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만난다. 두 점 중에서 x좌표가 작은 것부터 차례로 A, B라 하자. 점 B를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 C라 할 때, 점 C가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 OC의 기울기는 2이다.
(나) 직선 AC는 y축과 평행하다.

삼각형 ABC의 넓이는?

(단, a는 1보다 큰 상수이고, O는 원점이다.) [4점]



① 28 ② 32 ③ 36
④ 40 ⑤ 44

12

▸ 23054-1072

양수 k와 사차함수 $f(x)=x^4-\frac{4}{3}kx^3-4k^2x^2$에 대하여 두 실수 a, b가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=a$는 오직 한 점에서만 만난다.
(나) 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=b$는 서로 다른 세 점에서 만난다.

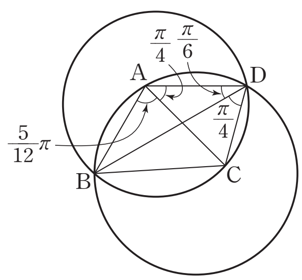
$b-a$의 모든 값의 합이 236이 되도록 하는 k에 대하여 k^4의 값은? [4점]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

13

▶ 23054-1073

그림과 같이 선분 AC와 선분 BD를 두 대각선으로 하는 사각형 ABCD에서 $\angle\text{BAC}=\frac{5}{12}\pi$, $\angle\text{CAD}=\frac{\pi}{4}$, $\angle\text{BDA}=\frac{\pi}{6}$, $\angle\text{CDB}=\frac{\pi}{4}$이다. 삼각형 ABD의 외접원의 반지름의 길이를 R_1, 삼각형 BCD의 외접원의 반지름의 길이를 R_2라 할 때, 다음은 R_1과 R_2의 비를 구하는 과정이다.



선분 AD의 길이를 $k\ (k>0)$이라 하자.
삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여
$$\frac{k}{\sin(\angle\text{ABD})}=2R_1$$ 이므로
$R_1=k$
삼각형 ACD에서 사인법칙에 의하여
$$\frac{\overline{\text{AD}}}{\sin(\angle\text{ACD})}=\frac{\overline{\text{CD}}}{\sin(\angle\text{CAD})}$$ 이므로
$\overline{\text{CD}}=\boxed{\text{(가)}}$
삼각형 BCD에서 코사인법칙에 의하여
$\overline{\text{BC}}=\boxed{\text{(나)}}$
삼각형 BCD에서 사인법칙에 의하여
$R_2=\boxed{\text{(다)}}$
이므로 $R_1 : R_2=k : \boxed{\text{(다)}}$이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$, $h(k)$라 할 때, $\frac{f(3)\times g(3)}{h(6)}$의 값은? [4점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

14

▶ 23054-1074

함수 $f(x)=\begin{cases} -x^2+x & (x<0) \\ x^2-2x & (x\geq 0) \end{cases}$과 일차함수 $g(x)$에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

ㄱ. $g(0)=0$
ㄴ. $\int_{-1}^{0} f(x)\,dx=\int_{-1}^{0} f(x)g(x)\,dx$이면 $g(-1)=\frac{10}{7}$이다.
ㄷ. $\int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,dx=0$인 함수 $g(x)$가 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15

▸ 23054-1075

공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 두 집합

$A=\{n\,|\,a_n a_{n+5}\leq 0,\ n\text{은 자연수}\}$,

$B=\{n\,|\,S_n S_{n+5}\leq 0,\ n\text{은 자연수}\}$

가

$n(A\cap B)=3,\ A-B\neq\varnothing$

을 만족시킨다. $S_m=a_m$을 만족시키는 짝수인 자연수 m이 존재할 때, $\dfrac{a_{m+10}}{a_m}$의 값은? [4점]

① $\dfrac{5}{2}$ ② 3 ③ $\dfrac{7}{2}$

④ 4 ⑤ $\dfrac{9}{2}$

단답형

16

▸ 23054-1076

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가 $v(t)=6t^2-6t$일 때, $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [3점]

17

▸ 23054-1077

좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(\log_2 a,\ -2)$, $\mathrm{B}\left(\log_2 \dfrac{2}{3},\ \log_5 b\right)$에 대하여 선분 AB의 중점의 좌표가 $(1,\ 0)$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 모두 양수이다.) [3점]

18

▶ 23054-1078

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{2}^{x}(t^3+2t-1)\,dt=ax^3+3x-f(x)$$

를 만족시킨다. $f'(2)=16$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오.
(단, a는 상수이다.) [3점]

19

▶ 23054-1079

$\sum_{k=1}^{5}(k+a)^2=50+\sum_{k=1}^{5}k(k+a)$일 때, 양수 a의 값을 구하시오.
[3점]

20

▶ 23054-1080

실수 k에 대하여 두 함수 $f(x)=|x|+|x-2|$, $g(x)=\frac{1}{2}x^2-x+k$의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $h(k)$라 하자. $h\left(\frac{5}{2}\right)+\lim_{k\to a+}h(k)=9$일 때, 실수 a의 최솟값은 p이다. $h(p)$의 값을 구하시오. [4점]

21

▸ 23054-1081

$0<a<\frac{\pi}{2}$인 상수 a에 대하여 $a\le x\le 4a$에서 방정식 $\sin x=k$가 오직 한 개의 실근을 갖도록 하는 실수 k의 값이 1뿐일 때, 다음 조건을 만족시키는 10 이하의 두 자연수 m, n $(m<n)$의 모든 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하시오. [4점]

> 닫힌구간 $[ma, na]$에서 함수 $y=\sin x$의 최댓값과 최솟값의 합은 0이다.

22

▸ 23054-1082

다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 모든 사차함수 $f(x)$에 대하여 $f(3)$의 최솟값과 최댓값의 합을 구하시오. [4점]

> (가) $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=6$
>
> (나) 모든 실수 x에 대하여 $|f(x)|\le|xg(x)|$, $g(0)=-6$인 연속함수 $g(x)$가 존재한다.

5지선다형

기하

23

▸ 23056-1083

좌표공간의 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 2,\ a)$, $\mathrm{B}(3,\ b,\ -4)$에 대하여 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점이 x축 위에 있을 때, $a+b$의 값은? [2점]

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

24

▸ 23056-1084

두 점근선의 방정식이 $y=3x$, $y=-3x$이고 한 초점이 $(2\sqrt{10},\ 0)$인 쌍곡선의 꼭짓점 중에서 x좌표가 양수인 점의 x좌표는? [3점]

① 1　② $\sqrt{2}$　③ $\sqrt{3}$　④ 2　⑤ $\sqrt{5}$

25

▸ 23056-1085

직사각형 ABCD의 내부의 점 P가

$$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{PD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$$

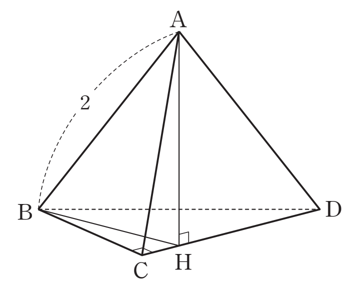
를 만족시킨다. 사각형 ABCD의 넓이가 40일 때, 삼각형 APD의 넓이는? [3점]

① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

26

▸ 23056-1086

그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\angle ABC=\angle ABD=\angle DBC=\frac{\pi}{3}$, $\angle BCD=\frac{\pi}{2}$ 인 사면체 ABCD의 꼭짓점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 하자. 점 H가 선분 CD 위의 점일 때, $\cos(\angle ABH)$의 값은? [3점]



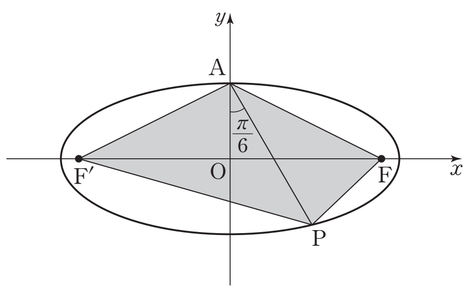
① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{6}$

27

▸ 23056-1087

그림과 같이 두 초점이 F, F′인 타원 $\frac{x^2}{a^2}+y^2=1$ $(a>1)$과 점 A$(0,\ 1)$이 있다. 타원 위의 점 P에 대하여 $\angle\mathrm{OAP}=\frac{\pi}{6}$이고 $\overline{\mathrm{AP}}=\frac{5\sqrt{3}}{4}$일 때, 사각형 AF′PF의 넓이는?

(단, O는 원점이고, 두 점 P, F의 x좌표는 양수이다.) [3점]



① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{15}{4}$

④ 4 ⑤ $\frac{17}{4}$

28

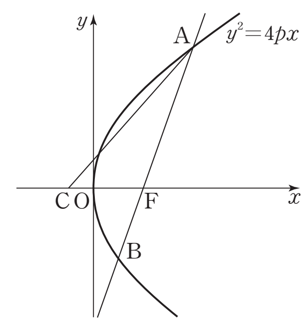
▸ 23056-1088

그림과 같이 점 F$(p,\ 0)$ $(p>0)$을 지나고 기울기가 양수인 직선이 포물선 $y^2=4px$와 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, x좌표가 음수인 x축 위의 점을 C라 할 때, 세 점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{\mathrm{AF}}=2\overline{\mathrm{BF}}=2\overline{\mathrm{CF}}$

(나) $\overline{\mathrm{AB}}=9$

선분 AC의 길이는? (단, 점 A는 제1사분면에 있다.) [4점]



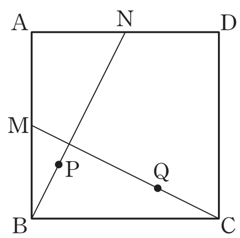
① $\sqrt{51}$ ② $\sqrt{53}$ ③ $\sqrt{55}$

④ $\sqrt{57}$ ⑤ $\sqrt{59}$

단답형

29 ▸ 23056-1089

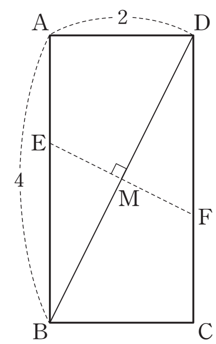
그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD에서 두 선분 AB, AD의 중점을 각각 M, N이라 하자. 선분 BN 위의 점 P와 선분 CM 위의 점 Q에 대하여 $(\overrightarrow{DP}+\overrightarrow{DQ})\cdot\overrightarrow{BD}$의 최댓값이 a일 때, a^2의 값을 구하시오. [4점]

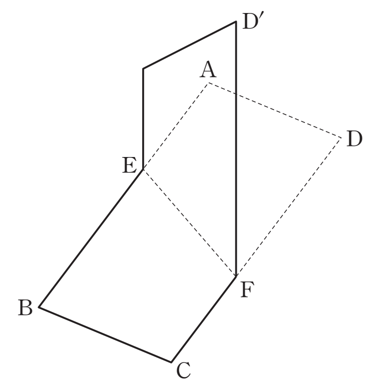


30 ▸ 23056-1090

그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{AD}=2$인 직사각형 ABCD 모양의 종이가 있다. 대각선 BD의 중점을 M이라 하고 점 M을 지나고 직선 BD에 수직인 직선이 두 선분 AB, CD와 만나는 점을 각각 E, F라 하자. 선분 EF를 접는 선으로 하여 두 평면 AEFD, EBCF가 서로 수직이 되도록 종이를 접었을 때, 점 D에 대응되는 점을 D′이라 하자. 평면 CFD′과 평면 EBCF가 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, $72\cos^2\theta$의 값을 구하시오.

(단, 종이의 두께는 고려하지 않는다.) [4점]





5지선다형

01

▸ 23054-1091

$2^{\sqrt{2}-1}\times\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 4

02

▸ 23054-1092

함수 $f(x)=(x+1)(x^2+2)$에 대하여 $f'(2)$의 값은? [2점]

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

03

▸ 23054-1093

모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_2=10,\ \frac{a_4}{a_1}=8$$

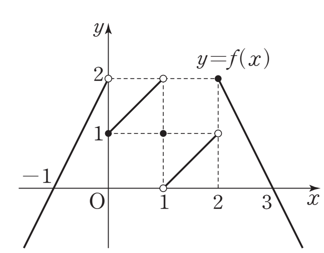
일 때, a_5의 값은? (단, $a_1\neq0$) [3점]

① 75 ② 80 ③ 85
④ 90 ⑤ 95

04

▸ 23054-1094

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to0+}f(x)+\lim_{x\to1-}f(x)\times\lim_{x\to2+}f(x)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

05

▸ 23054-1095

$\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{2}$일 때, $|\sin\theta+\cos\theta|$의 값은? [3점]

① $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ② $\frac{5\sqrt{7}}{16}$ ③ $\frac{3\sqrt{7}}{8}$
④ $\frac{7\sqrt{7}}{16}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{2}$

06

▸ 23054-1096

두 함수 $f(x)=x^3+x^2+4$, $g(x)=x^2+3x+k$의 그래프가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 합은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

07

▸ 23054-1097

첫째항이 10인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}\frac{1}{2}a_n & (a_n\text{이 짝수인 경우})\\ a_n+1 & (a_n\text{이 홀수인 경우})\end{cases}$$

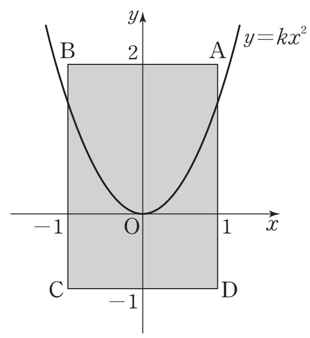
일 때, $a_k+a_{k+1}=3$을 만족시키는 자연수 k의 최솟값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

08

▶ 23054-1098

그림과 같이 네 점 $\mathrm{A}(1, 2)$, $\mathrm{B}(-1, 2)$, $\mathrm{C}(-1, -1)$, $\mathrm{D}(1, -1)$을 꼭짓점으로 하는 직사각형 ABCD의 넓이를 곡선 $y=kx^2$ $(k>0)$이 이등분할 때, 상수 k의 값은? [3점]



① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$
④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

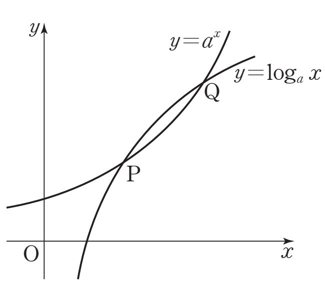
09

▶ 23054-1099

그림과 같이 $a>1$인 상수 a에 대하여 두 곡선

$y=a^x$, $y=\log_a x$

가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. $\overline{\mathrm{OP}}=\overline{\mathrm{PQ}}$일 때, a의 값은? (단, 점 P의 x좌표는 점 Q의 x좌표보다 작고, O는 원점이다.) [4점]



① $\sqrt[8]{2}$ ② $\sqrt[8]{3}$ ③ $\sqrt[4]{2}$
④ $\sqrt[4]{3}$ ⑤ $\sqrt{2}$

10

▶ 23054-1100

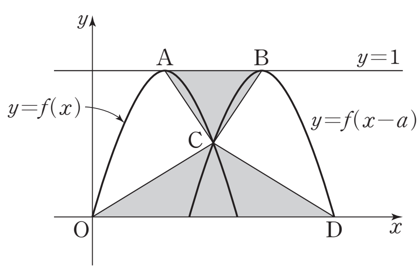
최고차항의 계수가 1인 사차함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 두 점 $(1, f(1))$, $(2, f(2))$에서의 접선이 일치하고 그 접선의 방정식이 $y=2x+4$일 때, $f(3)$의 값은? [4점]

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

11
▸ 23054-1101

그림과 같이 함수 $f(x)=\sin \pi x\ (0\le x\le 1)$과 양수 $a\ (0<a<1)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=1$이 만나는 점을 A, 곡선 $y=f(x-a)$와 직선 $y=1$이 만나는 점을 B라 하고, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=f(x-a)$가 만나는 점을 C, 곡선 $y=f(x-a)$와 x축이 만나는 점 중 x좌표가 큰 점을 D라 하자.

삼각형 ACB의 넓이를 S_1, 삼각형 ODC의 넓이를 S_2라 할 때, $\dfrac{S_2}{S_1}=\dfrac{\overline{\mathrm{OD}}}{\overline{\mathrm{AB}}}$이다. a의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



① $\dfrac{7}{12}$　② $\dfrac{2}{3}$　③ $\dfrac{3}{4}$
④ $\dfrac{5}{6}$　⑤ $\dfrac{11}{12}$

12
▸ 23054-1102

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=\dfrac{x^3+x+1}{f(x)}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim\limits_{x\to -1}|g(x)|=\infty$

(나) $\lim\limits_{x\to 3}g(x)=\infty$

$f(5)$의 값은? [4점]

① 24　② 28　③ 32
④ 36　⑤ 40

13

▸ 23054-1103

자연수 n에 대하여 닫힌구간 $[t, t+n]$에서 함수 $f(x)=|2^x-1|$의 최댓값이 $f(t+n)$이 되도록 하는 실수 t의 최솟값을 $g(n)$이라 하자. $\frac{1}{2^{g(3)}}+\frac{1}{2^{g(4)}}+\frac{1}{2^{g(5)}}$의 값은? [4점]

① $\frac{59}{2}$ ② 30 ③ $\frac{61}{2}$

④ 31 ⑤ $\frac{63}{2}$

14

▸ 23054-1104

실수 a $(a\geq 0)$에 대하여 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=t(t-2)(t-a)$$

이다. 점 P의 시각 t에서의 위치를 $x(t)$라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. $a=0$이면 $x(1)<0$이다.

ㄴ. $x(2)=a$이면 $a=4$이다.

ㄷ. $a>0$이고 $x(a)=-a^2$이면 $\int_0^a |v(t)|\,dt=2\times x(2)+36$ 이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15

▸ 23054-1105

$0<t<2\pi$, $t\neq\frac{\pi}{2}$, $t\neq\pi$, $t\neq\frac{3}{2}\pi$인 실수 t에 대하여 $0<x<2\pi$에서 x에 대한 방정식

$$(\sin x-|\sin t|)(|\sin x|-\sin t)=0$$

의 실근 중 가장 작은 값을 $f(t)$, 가장 큰 값을 $g(t)$, 서로 다른 모든 실근의 합을 $h(t)$라 하자. t에 대한 방정식 $g(t)-f(t)=kh(t)$의 모든 실근의 합이 4π가 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 범위가 $\alpha<k<\beta$일 때, $\alpha\beta$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{16}$　② $\frac{1}{8}$　③ $\frac{3}{16}$　④ $\frac{1}{4}$　⑤ $\frac{5}{16}$

단답형

16

▸ 23054-1106

$\log_2 9\times\frac{1}{\log_8 3}$의 값을 구하시오. [3점]

17

▸ 23054-1107

함수 $f(x)$가 $f(x)=\int(3x^2+4x+1)\,dx$이고 $f(0)=4$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

18

▸ 23054-1108

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(a_k+b_k)=24,\ \sum_{k=1}^{10}(a_k+2)(b_k+2)=150$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}a_kb_k$의 값을 구하시오. [3점]

19

▸ 23054-1109

모든 실수 x에 대하여 $f(1+x)=f(1-x)$이고 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 서로 다른 두 점 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$, $\mathrm{B}(b,\ f(b))$와 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) x에 대한 방정식

$$f'(a)(x-a)+f(a)=f'(b)(x-b)+f(b)$$

의 근은 1이다.

(나) $\sqrt{(b-a)^2+\{f(b)-f(a)\}^2}=6$

$f'(a+2b)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 $a<b$인 상수이다.) [3점]

20

▸ 23054-1110

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_0^6(x-6)f(x)\,dx=0$

(나) $\int_0^6(2x+3)f(x)\,dx=90$

$f(10)$의 값을 구하시오. [4점]

21

▶ 23054-1111

첫째항이 $\frac{4}{3}$이고, 공차가 $\frac{1}{3}$인 등차수열 $\{a_n\}$과 6 이상의 자연수 m에 대하여 두 집합 A_m, B_m을

$A_m=\{a_2, a_4, a_6, \cdots, a_{2m}\}$,

$B_m=\{a_3, a_6, a_9, \cdots, a_{3m}\}$

이라 하자. 집합 $A_m \cap B_m$의 모든 원소 중 가장 큰 원소를 b_m이라 할 때, $\sum_{m=6}^{20} b_m$의 값을 구하시오. [4점]

22

▶ 23054-1112

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 그 도함수 $f'(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} xf(x) & (x \geq 2) \\ \dfrac{f'(x+2)-f'(x-2)}{x-2} & (x<2) \end{cases}$$

는 $x=2$에서 미분가능하다. $f(6)$의 값을 구하시오. [4점]

5지선다형　　기하

23
▸ 23056-1113

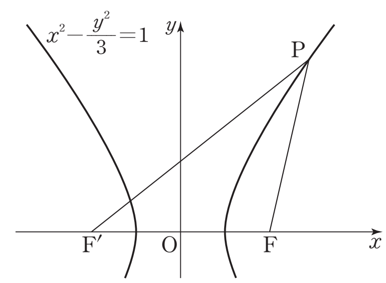
좌표공간의 점 P$(2,\ a,\ b)$에 대하여 점 P를 xy평면, y축에 대하여 대칭이동시킨 점을 각각 A, B라 하자. 선분 AB를 $1:2$로 외분하는 점이 구 $x^2+y^2+z^2=60$ 위의 점일 때, a^2+b^2의 값은? [2점]

① 20　② 22　③ 24
④ 26　⑤ 28

24
▸ 23056-1114

그림과 같이 두 초점이 F$(c,\ 0)$, F$'(-c,\ 0)$ $(c>0)$인 쌍곡선 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$ 위의 점 P에 대하여 삼각형 PF$'$F의 둘레의 길이가 14일 때, 선분 PF의 길이는?

(단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]



① 3　② $\dfrac{7}{2}$　③ 4
④ $\dfrac{9}{2}$　⑤ 5

25

▸ 23056-1115

두 직선 $\frac{x+1}{a}=\frac{y-1}{3}$, $\frac{x}{b}=\frac{y+1}{a}$은 점 (1, 2)에서 만난다. 두 직선이 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?

(단, a, b는 상수이다.) [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$

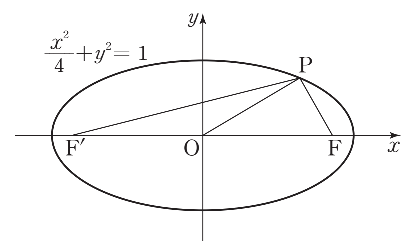
④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

26

▸ 23056-1116

그림과 같이 두 초점이 F$(c,\ 0)$, F$'(-c,\ 0)$ $(c>0)$인 타원 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 위의 점 P가 $\overline{\text{OP}}=\frac{3}{2}$을 만족시킬 때, $\overline{\text{PF}}\times\overline{\text{PF'}}$의 값은? (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이고, O는 원점이다.)

[3점]



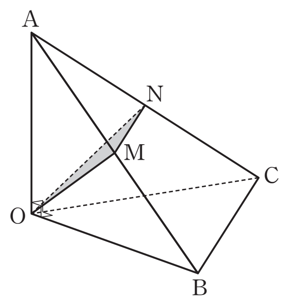
① $\frac{9}{4}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{11}{4}$

④ 3 ⑤ $\frac{13}{4}$

27

▸ 23056-1117

그림과 같이 사면체 OABC에서 $\overline{\mathrm{OA}}=4$, $\overline{\mathrm{OB}}=3$, $\overline{\mathrm{OC}}=4$, $\overline{\mathrm{OA}}\perp\overline{\mathrm{OB}}$, $\overline{\mathrm{OB}}\perp\overline{\mathrm{OC}}$, $\overline{\mathrm{OC}}\perp\overline{\mathrm{OA}}$이다. 선분 AB의 중점을 M, 선분 AC의 중점을 N이라 하자. 평면 OMN과 평면 OBC가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]



① $\dfrac{\sqrt{34}}{34}$　② $\dfrac{\sqrt{34}}{17}$　③ $\dfrac{3\sqrt{34}}{34}$　④ $\dfrac{2\sqrt{34}}{17}$　⑤ $\dfrac{5\sqrt{34}}{34}$

28

▸ 23056-1118

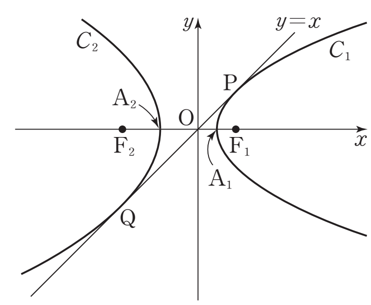
그림과 같이 네 양수 p_1, p_2, k_1, k_2에 대하여 두 포물선

$$C_1 : y^2=4p_1(x-k_1),\ C_2 : y^2=-4p_2(x+k_2)$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 포물선 C_1, C_2가 각각 점 P, Q에서 직선 $y=x$에 접하고, $\overline{\mathrm{PQ}}=4\sqrt{2}$이다.

(나) 포물선 C_1의 꼭짓점과 초점을 각각 A_1, F_1, 포물선 C_2의 꼭짓점과 초점을 각각 A_2, F_2라 하면 $\overline{\mathrm{A_1F_2}}-\overline{\mathrm{A_2F_1}}=1$이다.



$p_1\times p_2$의 값은? [4점]

① $\dfrac{1}{4}$　② $\dfrac{3}{8}$　③ $\dfrac{1}{2}$　④ $\dfrac{5}{8}$　⑤ $\dfrac{3}{4}$

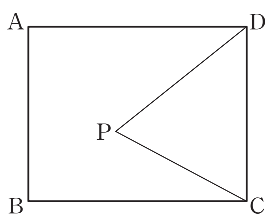
단답형

29

▸ 23056-1119

그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{BC}=5$인 직사각형 ABCD의 내부의 한 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{PA}+k\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=\vec{0}$인 양의 상수 k가 존재한다.
(나) 삼각형 PCD의 넓이는 6이다.



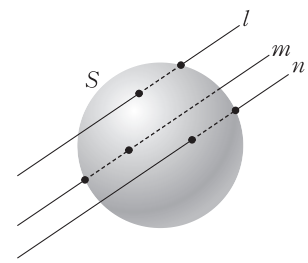
$k\times\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30

▸ 23056-1120

그림과 같이 반지름의 길이가 2인 구 S와 서로 평행한 세 직선 l, m, n이 있다. 구 S와 직선 l이 만나는 서로 다른 두 점을 A, B, 구 S와 직선 m이 만나는 서로 다른 두 점을 C, D, 구 S와 직선 n이 만나는 서로 다른 두 점을 E, F라 하자. 6개의 점 A, B, C, D, E, F는 다음 조건을 만족시킨다.



(가) $\overline{AB}=\overline{CD}=\overline{EF}=2$이고, 삼각형 ABC의 넓이는 3이다.
(나) 두 점 A, B의 중점을 M_1, 두 점 C, D의 중점을 M_2, 두 점 E, F의 중점을 M_3이라 하면 $\angle M_2M_1M_3=\frac{\pi}{2}$이다.
(다) 두 직선 AC와 M_1M_2는 한 점에서 만나고, 두 직선 AE와 M_1M_3은 만나지 않는다.

삼각형 ACE의 넓이는 $\frac{q}{p}\sqrt{39}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

실전 모의고사 5회

제한시간 100분 | 배점 100점

5지선다형

01

▸ 23054-1121

$4^{\frac{1}{2}}+27^{\frac{2}{3}}$의 값은? [2점]

① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 19

02

▸ 23054-1122

함수 $f(x)=2x^3-5x^2+3x$에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(1+h)}{h}$의 값은? [2점]

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

03

▸ 23054-1123

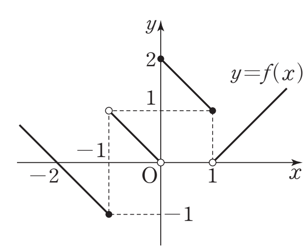
등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{99} a_k=297$일 때, $\sum_{k=1}^{50} a_{2k-1}$의 값은? [3점]

① 144 ② 146 ③ 148
④ 150 ⑤ 152

04

▸ 23054-1124

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to -1+} f(x)+\lim_{x \to 0-} f(x+1)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

05

▸ 23054-1125

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{2n-1}=2^n,\ a_{2n}=3^n$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10}\log_6 a_n$의 값은? [3점]

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

06

▸ 23054-1126

두 함수

$$f(x)=x^2+ax+b,\ g(x)=\begin{cases} 2x-1 & (x\le -1) \\ -x & (-1<x\le 1) \\ x+1 & (x>1) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(2)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

07

▸ 23054-1127

$0\le x<2\pi$에서 함수

$$y=\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos x-2$$

의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

08

▸ 23054-1128

부등식 $2\times3^{x}+a\times3^{-x}\le1$의 실수인 해가 존재하도록 하는 실수 a의 최댓값은? [3점]

① $\frac{1}{8}$　② $\frac{1}{4}$　③ $\frac{3}{8}$　④ $\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{5}{8}$

09

▸ 23054-1129

점 $(1,\ a)$에서 곡선 $y=-x^{3}-3x^{2}+6$에 그을 수 있는 접선의 개수가 3이 되도록 하는 정수 a의 개수는? [4점]

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

10

▸ 23054-1130

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$2\int_{p}^{x}f(t)\,dt-\int_{p}^{x}\{f'(t)\}^{2}dt=2-3x$$

를 만족시킨다. $f'(1)=-2$일 때, $p+f(2)$의 값은?

(단, p는 상수이다.) [4점]

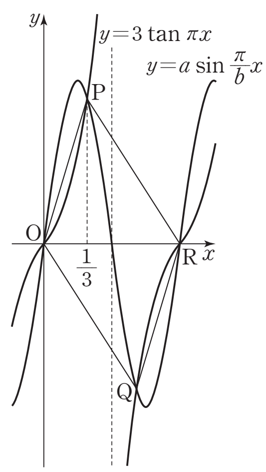
① -1　② $-\frac{5}{6}$　③ $-\frac{2}{3}$　④ $-\frac{1}{2}$　⑤ $-\frac{1}{3}$

11

▸ 23054-1131

그림과 같이 $0<x\le1$에서 두 함수 $y=3\tan\pi x$와 $y=a\sin\frac{\pi}{b}x$의 그래프가 세 점에서 만난다. 만나는 점 중 x좌표가 작은 것부터 차례로 P, Q, R라 하면 점 P의 x좌표는 $\frac{1}{3}$이고, 점 R의 y좌표는 0이다. 원점 O에 대하여 사각형 OQRP의 넓이를 S라 할 때, abS의 값은?

(단, a, b는 $a>0$, $b>0$인 상수이다.) [4점]



① $3\sqrt{3}$　② $6\sqrt{3}$　③ $9\sqrt{3}$　④ $12\sqrt{3}$　⑤ $15\sqrt{3}$

12

▸ 23054-1132

두 곡선 $C_1 : y=x^3-4x$, $C_2 : y=x^2+ax$가 점 P에서 만나고, 두 곡선 C_1, C_2 위의 점 P에서의 접선이 일치하도록 하는 실수 a의 값을 각각 a_1, a_2 $(a_1>a_2)$라 하자. $a=a_1$일 때 두 곡선 C_1, C_2로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, $a=a_2$일 때 두 곡선 C_1, C_2로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. $\frac{S_1}{S_2}$의 값은?

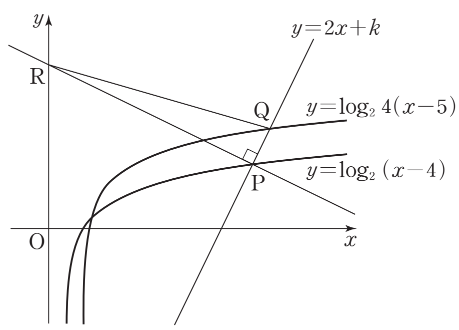
(단, a는 상수이다.) [4점]

① 12　② 14　③ 16　④ 18　⑤ 20

13

▸ 23054-1133

그림과 같이 직선 $y=2x+k$가 두 함수 $y=\log_2(x-4)$, $y=\log_2 4(x-5)$의 그래프와 제1사분면에서 각각 한 점에서 만나며 그 점을 각각 P, Q라 하자. 점 P를 지나고 직선 $y=2x+k$에 수직인 직선이 y축과 만나는 점을 R라 할 때, 삼각형 PQR의 넓이가 15이다. 상수 k의 값은? $\left(단,\ k<-\frac{21}{2}\right)$ [4점]



① -21 ② -22 ③ -23 ④ -24 ⑤ -25

14

▸ 23054-1134

두 실수 a, b $(a>1)$에 대하여 x에 대한 삼차방정식 $x^3-3a^2x+b=0$이 $\alpha<1<\beta<\gamma$를 만족시키는 세 수 α, β, γ를 근으로 갖도록 하는 실수 b의 집합은 두 다항함수 $f(a)$, $g(a)$에 대하여 $\{b \mid f(a)<b<g(a)\}$이다. $f(3)+g(2)$의 값은? [4점]

① 38 ② 40 ③ 42 ④ 44 ⑤ 46

15 ▸ 23054-1135

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1=1$

(나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}=a_n+n\times\sin\frac{n\pi}{2}$이다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. $a_1+a_2+a_3+a_4=4$

ㄴ. 자연수 k에 대하여 $a_{4k}=-2k+1$

ㄷ. $\sum_{k=1}^{50} a_k=51$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16 ▸ 23054-1136

$\int_{-3}^{3}(6x^2+5x+1)\,dx$의 값을 구하시오. [3점]

17 ▸ 23054-1137

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_3a_5=2a_7,\ a_8+a_9=6a_7$

일 때, a_3의 값을 구하시오. [3점]

18

▸ 23054-1138

함수 $f(x)=x^3+2ax^2+3ax-1$의 역함수가 존재하도록 하는 실수 a의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $36(M+m)$의 값을 구하시오. [3점]

19

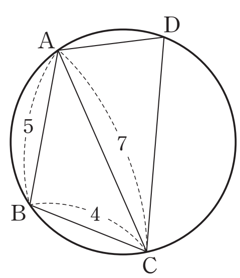
▸ 23054-1139

그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{\mathrm{AB}}=5$, $\overline{\mathrm{BC}}=4$, $\overline{\mathrm{AC}}=7$
(나) $2\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{CD}}$

삼각형 ACD의 넓이가 $\frac{q}{p}\sqrt{6}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

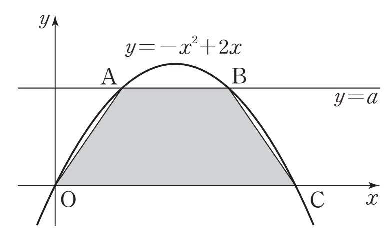
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]



20

▸ 23054-1140

곡선 $y=-x^2+2x$와 직선 $y=a$ $(0<a<1)$이 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=-x^2+2x$가 x축과 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 C라 하자. 사각형 OCBA의 넓이의 최댓값을 S라 할 때, $27S$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 점 A의 x좌표가 점 B의 x좌표보다 작다.) [4점]



21

▸ 23054-1141

집합 $A=\{0,\ 1\}$과 자연수 n에 대하여 집합 S_n을

$$S_n=\left\{\sum_{k=1}^{n}(-2)^{k-1}a_k \,\middle|\, a_k\in A\right\}$$

라 하자. 예를 들어 $S_1=\{0,\ 1\}$, $S_2=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1\}$이다. 집합 S_3의 원소의 개수를 p, 5453이 집합 S_n의 원소가 되는 n의 최솟값을 q라 하자. $p+q$의 값을 구하시오. [4점]

22

▸ 23054-1142

$t>0$인 실수 t에 대하여 닫힌구간 $[-1,\ 2]$에서 함수 $f(x)=x^3+3x^2-3(t^2-1)x+2t^3-3t^2+1$의 최댓값을 $g(t)$, 최솟값을 $h(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$는 $t=a$ $(a>0)$에서 미분가능하지 않다. $g(2a)+h(3a)=pa+q$일 때, 두 유리수 p, q에 대하여 $p-q$의 값을 구하시오. [4점]

5지선다형

기하

23 ▸ 23056-1143

두 벡터 $\vec{a}=(2,\ k)$, $\vec{b}=(-3,\ 1)$이 서로 수직일 때, 실수 k의 값은? [2점]

① -2 ② 0 ③ 2
④ 4 ⑤ 6

24 ▸ 23056-1144

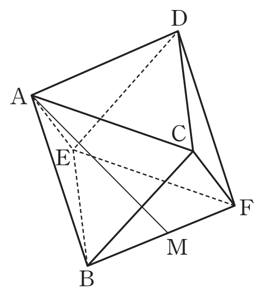
좌표공간에 점 $\mathrm{A}(2,\ 0,\ \sqrt{3})$이 있고, xy평면 위에 타원 $x^2+9y^2=9$가 있다. 타원 위의 점 P에 대하여 선분 AP의 길이의 최댓값은? [3점]

① $\sqrt{26}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{7}$
④ $\sqrt{29}$ ⑤ $\sqrt{30}$

25

▸ 23056-1145

그림과 같이 정팔면체 ABCDEF에서 선분 BF의 중점을 M이라 하자. 두 직선 AM, DE가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

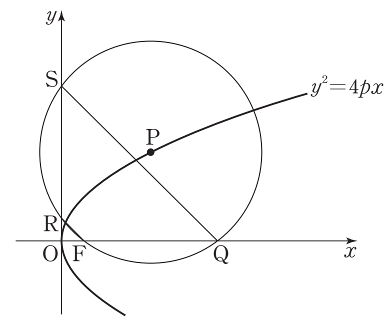


① $\frac{\sqrt{5}}{10}$ ② $\frac{\sqrt{19}}{19}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{6}$
④ $\frac{\sqrt{17}}{17}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

26

▸ 23056-1146

그림과 같이 준선의 방정식이 $x=-2$인 포물선 $y^2=4px$의 제1사분면에 있는 점 P를 중심으로 하고 초점 F를 지나는 원이 x축과 만나는 점 중 F가 아닌 점을 Q, 이 원이 y축과 만나는 두 점을 각각 R, S라 하자. $\overline{RF} /\!/ \overline{SQ}$일 때, 사각형 FQSR의 넓이는? (단, p는 상수이고, $\overline{PF}>2p$이다.) [3점]

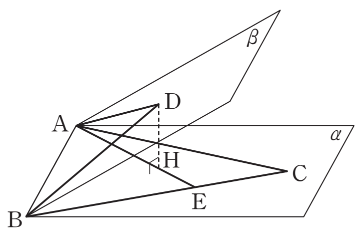


① 92 ② 96 ③ 100
④ 104 ⑤ 108

27

▸ 23056-1147

그림과 같이 평면 α 위에 넓이가 S인 삼각형 ABC가 있고, 평면 β 위에 넓이가 $\frac{4}{5}S$인 삼각형 ABD가 있다. 점 D에서 평면 α에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 직선 AH가 선분 BC를 $2:1$로 내분하는 점 E를 지난다. 두 평면 α, β가 이루는 예각의 크기를 θ라 하자. $\cos\theta=\frac{5}{8}$일 때, $\frac{\overline{\mathrm{AE}}}{\overline{\mathrm{AH}}}$의 값은? [3점]



① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{5}{4}$
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

28

▸ 23056-1148

좌표평면에서 $\overline{\mathrm{AB}}=4$, $\overline{\mathrm{AC}}=6$인 삼각형 ABC에 내접하는 원의 중심을 I라 하자. 점 D가 다음 조건을 만족시킬 때, 사각형 ADBI의 넓이는? [4점]

(가) $\overrightarrow{\mathrm{DB}}=\frac{3}{10}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{1}{5}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

(나) $\overrightarrow{\mathrm{AI}}=\frac{5}{4}\overrightarrow{\mathrm{DB}}$

① $\frac{16\sqrt{2}}{5}$ ② $\frac{17\sqrt{2}}{5}$ ③ $\frac{18\sqrt{2}}{5}$
④ $\frac{19\sqrt{2}}{5}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

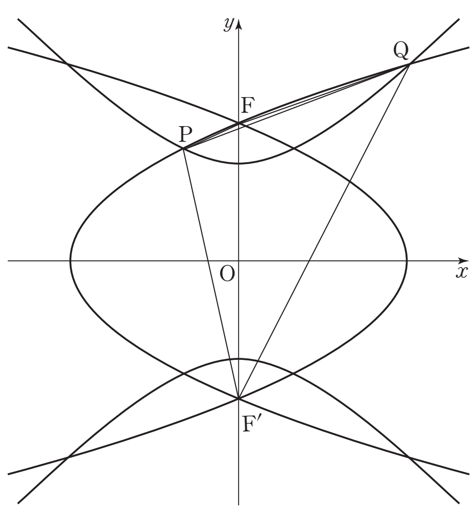
단답형

29 ▸ 23056-1149

그림과 같이 두 포물선 $y^2=4(x+a)$, $y^2=-4(x-a)$와 쌍곡선 $x^2-y^2=-b^2$이 있다. 쌍곡선 $x^2-y^2=-b^2$의 두 초점을 각각 F, F′이라 하고, 포물선 $y^2=4(x+a)$와 쌍곡선 $x^2-y^2=-b^2$이 만나는 네 점 중 y좌표가 양수인 두 점을 각각 P, Q라 할 때, 4개의 점 F, F′, P, Q는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 두 초점 F, F′은 두 포물선 $y^2=4(x+a)$, $y^2=-4(x-a)$의 교점이다.
> (나) 두 삼각형 FPQ, F′QP의 둘레의 길이의 차는 $8\sqrt{3}$이다.

$\overline{\mathrm{PQ}}^2=p-q\sqrt{3}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, a, b는 $b^2<4a$인 양수이고, p와 q는 유리수이다.) [4점]



30 ▸ 23056-1150

좌표평면에서 세 점 A$(-2, 0)$, B$(0, 2)$, C$(4, 2)$에 대하여 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}=0$, $\overrightarrow{\mathrm{BQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{QC}}=0$
> (나) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}\le 4$, $\overrightarrow{\mathrm{CQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}\ge 0$

점 D$(-1, 1)$에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{DP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{DQ}}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m=p\sqrt{2}+q\sqrt{5}$이다. p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p와 q는 유리수이다.) [4점]

EBS 수능완성 수학영역

한눈에 보는 정답

유형편

01 지수함수와 로그함수

정답 본문 6~15쪽

필수 유형 ❶ ①	01 ④	02 ③	03 ④	
	04 5			
필수 유형 ❷ ①	05 ①	06 ④	07 16	
	08 48			
필수 유형 ❸ 2	09 ①	10 ②	11 5	
	12 ③			
필수 유형 ❹ ①	13 ①	14 ④	15 37	
필수 유형 ❺ ②	16 ②	17 8	18 ⑤	
필수 유형 ❻ ⑤	19 ③	20 ④	21 ③	
필수 유형 ❼ ③	22 ③	23 ②	24 7	
필수 유형 ❽ 15	25 4	26 ①	27 6	
필수 유형 ❾ 192	28 ⑤	29 ①	30 22	
필수 유형 ❿ ④	31 ①	32 ②	33 23	

02 삼각함수

정답 본문 18~25쪽

필수 유형 ❶ ③	01 ②	02 ④	03 11
필수 유형 ❷ ④	04 ⑤	05 ⑤	06 ①
	07 ⑤		
필수 유형 ❸ ③	08 24	09 ⑤	
필수 유형 ❹ ⑤	10 ①	11 ③	12 ④
필수 유형 ❺ ③	13 ④	14 ③	15 64
필수 유형 ❻ ②	16 ①	17 ③	18 ②
	19 185		
필수 유형 ❼ 21	20 ④	21 ②	22 39
필수 유형 ❽ ①	23 9	24 135	

03 수열

정답 본문 28~39쪽

필수 유형 ❶ ①	01 ①	02 ②	03 42
필수 유형 ❷ 7	04 ③	05 ①	06 ⑤
	07 8		
필수 유형 ❸ 36	08 ④	09 ①	10 ④
필수 유형 ❹ 64	11 ①	12 ③	13 ④
필수 유형 ❺ ③	14 ③	15 ②	16 ③
필수 유형 ❻ 9	17 ④	18 ③	19 ②
필수 유형 ❼ 22	20 ⑤	21 ①	22 ④
필수 유형 ❽ 91	23 ③	24 29	25 ⑤
	26 ②		
필수 유형 ❾ ④	27 ②	28 ④	29 ①
필수 유형 ❿ ④	30 16	31 ④	32 99
필수 유형 ⓫ ⑤	33 ⑤	34 ④	35 ③
필수 유형 ⓬ ④	36 ②		

04 함수의 극한과 연속

정답 본문 42~49쪽

필수 유형 ❶ ②	01 ②	02 ②	03 ④
필수 유형 ❷ ②	04 ④	05 ③	06 ④
	07 ②		
필수 유형 ❸ 30	08 ④	09 ①	10 4
	11 12		
필수 유형 ❹ ②	12 ④	13 14	14 ⑤
필수 유형 ❺ ②	15 ⑤	16 ②	17 ③
	18 ④	19 18	
필수 유형 ❻ ⑤	20 ④	21 ②	22 ③
	23 11	24 ③	
필수 유형 ❼ ④	25 ④	26 ④	27 38

05 다항함수의 미분법

정답 본문 52~63쪽

필수 유형 ❶	11	01 ①	02 ③	03 ④
필수 유형 ❷	⑤	04 ⑤	05 ①	06 ④
필수 유형 ❸	③	07 ④	08 ④	09 ②
필수 유형 ❹	③	10 ④	11 ⑤	12 20
필수 유형 ❺	6	13 ③	14 51	15 ②
필수 유형 ❻	2	16 ③	17 ⑤	18 ①
필수 유형 ❼	③	19 ⑤	20 ①	21 ③
필수 유형 ❽	⑤	22 ③	23 ③	24 ②
		25 ②		
필수 유형 ❾	③	26 ①	27 ②	28 ④
		29 ⑤	30 ③	
필수 유형 ❿	⑤	31 ③	32 ④	33 ④
필수 유형 ⓫	22	34 ⑤	35 ⑤	36 13

06 다항함수의 적분법

정답 본문 66~75쪽

필수 유형 ❶	4	01 ③	02 ③	03 ②
		04 ②	05 ②	
필수 유형 ❷	①	06 ①	07 ①	08 ⑤
		09 ②	10 80	11 ③
필수 유형 ❸	14	12 ③	13 ①	14 32
필수 유형 ❹	①	15 ⑤	16 14	17 ①
		18 27	19 ③	20 ②
필수 유형 ❺	5	21 ④	22 ③	23 ④
필수 유형 ❻	36	24 8	25 ②	26 ③
		27 ③	28 ④	29 40
필수 유형 ❼	②	30 ④	31 12	
필수 유형 ❽	③	32 ②	33 ⑤	34 63

07 이차곡선

정답 본문 78~87쪽

필수 유형 ❶	90	01 ③	02 ①	03 ③
		04 ②		
필수 유형 ❷	11	05 ③	06 ⑤	07 ②
		08 35		
필수 유형 ❸	②	09 ②	10 ④	11 ④
		12 15	13 ②	14 ③
필수 유형 ❹	②	15 ②	16 54	17 ③
		18 ①		
필수 유형 ❺	⑤	19 ⑤	20 992	21 ③
		22 ③		
필수 유형 ❻	①	23 ②	24 ④	25 ②
		26 ⑤	27 269	28 ②

08 평면벡터

정답 본문 90~99쪽

필수 유형 ❶	②	01 ④	02 ③	03 ④
		04 ①	05 ⑤	
필수 유형 ❷	8	06 ②	07 ③	08 ③
		09 253		
필수 유형 ❸	⑤	10 ①	11 ③	12 ⑤
필수 유형 ❹	②	13 ②	14 ④	15 ②
필수 유형 ❺	⑤	16 ④	17 ③	18 7
필수 유형 ❻	④	19 ④	20 ⑤	21 ④
		22 ①	23 ②	
필수 유형 ❼	17	24 ③	25 16	26 ②
필수 유형 ❽	②	27 ②	28 ①	29 ③

09 공간도형과 공간좌표

정답 본문 102~111쪽

필수 유형 ❶	③	01 ⑤	02 ④	
필수 유형 ❷	①	03 ⑤	04 ③	
필수 유형 ❸	③	05 ③	06 ③	07 ②
		08 ④		
필수 유형 ❹	①	09 ⑤	10 ①	11 80
필수 유형 ❺	162	12 ②	13 ①	14 ②
필수 유형 ❻	⑤	15 ④	16 ②	17 ①
필수 유형 ❼	④	18 ⑤	19 ④	
필수 유형 ❽	②	20 ②	21 ③	22 60
		23 7		

실전편

실전 모의고사 1회

본문 114~125쪽

01 ①	02 ②	03 ④	04 ⑤	05 ③
06 ④	07 ④	08 ①	09 ④	10 ①
11 ②	12 ⑤	13 ⑤	14 ⑤	15 ①
16 97	17 16	18 20	19 3	20 15
21 39	22 320	23 ①	24 ④	25 ③
26 ②	27 ④	28 ②	29 24	30 256

실전 모의고사 2회

본문 126~137쪽

01 ④	02 ②	03 ⑤	04 ①	05 ②
06 ③	07 ④	08 ③	09 ②	10 ④
11 ⑤	12 ⑤	13 ⑤	14 ①	15 ②
16 7	17 127	18 124	19 581	20 42
21 14	22 109	23 ③	24 ①	25 ③
26 ④	27 ④	28 ④	29 20	30 80

실전 모의고사 3회

본문 138~149쪽

01 ②	02 ③	03 ①	04 ⑤	05 ⑤
06 ④	07 ②	08 ②	09 ⑤	10 ③
11 ④	12 ②	13 ③	14 ②	15 ③
16 6	17 31	18 22	19 2	20 4
21 8	22 45	23 ①	24 ④	25 ④
26 ②	27 ③	28 ④	29 36	30 12

실전 모의고사 4회

본문 150~161쪽

01 ①	02 ④	03 ②	04 ⑤	05 ⑤
06 ③	07 ④	08 ③	09 ⑤	10 ②
11 ②	12 ①	13 ①	14 ⑤	15 ②
16 6	17 8	18 62	19 10	20 54
21 135	22 52	23 ③	24 ③	25 ④
26 ③	27 ③	28 ⑤	29 33	30 3

실전 모의고사 5회

본문 162~173쪽

01 ①	02 ②	03 ④	04 ⑤	05 ③
06 ③	07 ⑤	08 ①	09 ②	10 ⑤
11 ③	12 ③	13 ①	14 ③	15 ⑤
16 114	17 8	18 81	19 17	20 32
21 21	22 426	23 ⑤	24 ③	25 ①
26 ②	27 ④	28 ③	29 160	30 5