00:23:11:16

수능완성

수학영역 수학Ⅰ · 수학Ⅱ · 미적분

이 책의 **구성과 특징**

STRUCTURE

이 책의 구성

❶ 유형편

유형에 따른 대표기출문제와 유제들로 유형별 학습을 할 수 있도록 하였다.

❷ 실전편

실전 모의고사 5회 구성으로 수능에 대비할 수 있도록 하였다.

2024학년도 대학수학능력시험 수학영역

❶ 출제원칙

수학 교과의 특성을 고려하여 개념과 원리를 바탕으로 한 사고력 중심의 문항을 출제한다.

❷ 출제방향

- 단순 암기에 의해 해결할 수 있는 문항이나 지나치게 복잡한 계산 위주의 문항 출제를 지양하고 계산, 이해, 추론, 문제해결 능력을 평가할 수 있는 문항을 출제한다.
- 2015 개정 수학과 교육과정에 따라 이수한 수학 과목의 개념과 원리 등은 출제범위에 속하는 내용과 통합하여 출제할 수 있다.
- 수학영역은 교육과정에 제시된 수학 교과의 수학 Ⅰ, 수학 Ⅱ, 확률과 통계, 미적분, 기하 과목을 바탕으로 출제한다.

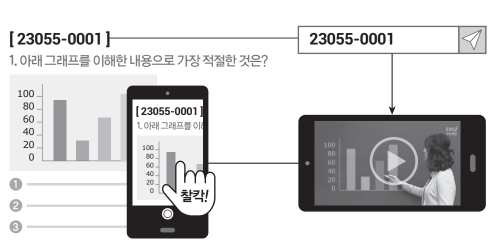
❸ 출제범위

- ‘공통과목 + 선택과목’ 구조에 따라 공통과목(수학 Ⅰ, 수학 Ⅱ)은 공통 응시하고 선택과목(확률과 통계, 미적분, 기하) 중 1개 과목을 선택한다.

구분 / 영역	문항수	문항유형	배점		시험 시간	출제범위(선택과목)
			문항	전체		
수학	30	5지 선다형, 단답형	2점 3점 4점	100점	100분	• 공통과목: 수학 Ⅰ, 수학 Ⅱ • 선택과목(택1): 확률과 통계, 미적분, 기하 • 공통 75%, 선택 25% 내외 • 단답형 30% 포함

학생 EBS 교재 문제 검색

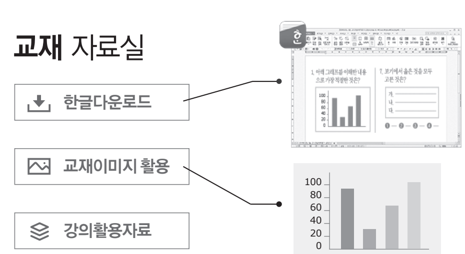
EBS 단추에서 문항코드나 사진으로
문제를 검색하면 푸리봇이 해설 영상을 제공합니다.



※ EBSi 사이트 및 모바일에서 이용이 가능합니다.
※ 사진 검색은 EBSi 고교강의 앱에서만 이용하실 수 있습니다.

교사 교사지원센터 교재 자료실

교재 문항 한글 문서(HWP)와
교재의 이미지 파일을 무료로 제공합니다.

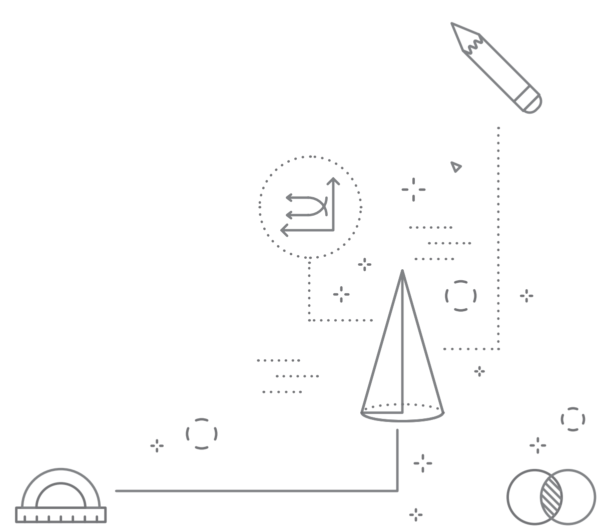


※ 교사지원센터(http://teacher.ebsi.co.kr) 접속 후 ‘교사인증’을 통해 이용 가능

이 책의 **차례**

CONTENTS

유형편



01 지수함수와 로그함수

1 거듭제곱근의 성질

(1) 실수 a와 2 이상의 자연수 n에 대하여 a의 n제곱근 중 실수인 것은 다음과 같다.

	$a>0$	$a=0$	$a<0$
n이 짝수	$\sqrt[n]{a}$, $-\sqrt[n]{a}$	0	없다.
n이 홀수	$\sqrt[n]{a}$	0	$\sqrt[n]{a}$

(2) $a>0$, $b>0$이고 m, n이 2 이상의 자연수일 때

① $(\sqrt[n]{a})^n=a$

② $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$

③ $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

④ $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$

⑤ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}=\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$

⑥ $\sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}$ (단, p는 자연수)

2 지수의 확장(1) – 정수

(1) $a\neq0$이고 n이 양의 정수일 때

① $a^0=1$

② $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$

(2) $a\neq0$, $b\neq0$이고 m, n이 정수일 때

① $a^ma^n=a^{m+n}$ ② $a^m\div a^n=a^{m-n}$ ③ $(a^m)^n=a^{mn}$ ④ $(ab)^n=a^nb^n$

3 지수의 확장(2) – 유리수와 실수

(1) $a>0$이고 m이 정수, n이 2 이상의 정수일 때

① $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$

② $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$

(2) $a>0$, $b>0$이고 r, s가 유리수일 때

① $a^ra^s=a^{r+s}$ ② $a^r\div a^s=a^{r-s}$ ③ $(a^r)^s=a^{rs}$ ④ $(ab)^r=a^rb^r$

(3) $a>0$, $b>0$이고 x, y가 실수일 때

① $a^xa^y=a^{x+y}$ ② $a^x\div a^y=a^{x-y}$ ③ $(a^x)^y=a^{xy}$ ④ $(ab)^x=a^xb^x$

4 로그의 뜻과 조건

(1) 로그의 뜻 : $a>0$, $a\neq1$, $N>0$일 때, $a^x=N \Longleftrightarrow x=\log_a N$

(2) 로그의 밑과 진수의 조건 : $\log_a N$이 정의되려면 밑 a는 $a>0$, $a\neq1$이고 진수 N은 $N>0$이어야 한다.

5 로그의 성질

$a>0$, $a\neq1$이고 $M>0$, $N>0$일 때

(1) $\log_a 1=0$, $\log_a a=1$

(2) $\log_a MN=\log_a M+\log_a N$

(3) $\log_a \dfrac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$

(4) $\log_a M^k=k\log_a M$ (단, k는 실수)

6 로그의 밑의 변환

(1) $a>0$, $a\neq1$, $b>0$, $c>0$, $c\neq1$일 때, $\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

(2) 로그의 밑의 변환의 활용 : $a>0$, $a\neq1$, $b>0$, $c>0$일 때

① $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$ (단, $b\neq1$)

② $\log_a b\times\log_b c=\log_a c$ (단, $b\neq1$)

③ $\log_{a^m} b^n=\dfrac{n}{m}\log_a b$ (단, m, n은 실수이고 $m\neq0$)

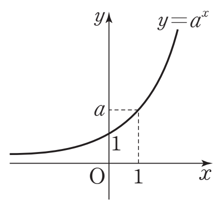
④ $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$ (단, $b\neq1$)

7 지수함수의 뜻과 그래프

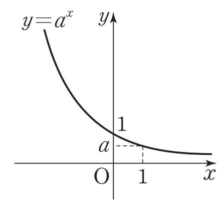
(1) $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$을 a를 밑으로 하는 지수함수라고 한다.

(2) 지수함수 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 그래프는 다음 그림과 같다.

① $a>1$일 때



② $0<a<1$일 때



8 지수함수 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 성질

(1) $a>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
$0<a<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

(2) a의 값에 관계없이 그래프는 점 $(0,\ 1)$을 지나고, 점근선은 x축(직선 $y=0$)이다.

(3) 함수 $y=a^x$의 그래프와 함수 $y=\left(\dfrac{1}{a}\right)^x$의 그래프는 y축에 대하여 서로 대칭이다.

(4) 함수 $y=a^{x-m}+n$의 그래프는 함수 $y=a^x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 것이다.

9 지수함수의 활용

(1) $a>0,\ a\neq1$일 때, $a^{f(x)}=a^{g(x)} \iff f(x)=g(x)$

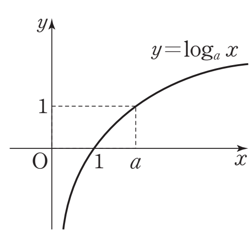
(2) $a>1$일 때, $a^{f(x)}<a^{g(x)} \iff f(x)<g(x)$
$0<a<1$일 때, $a^{f(x)}<a^{g(x)} \iff f(x)>g(x)$

10 로그함수의 뜻과 그래프

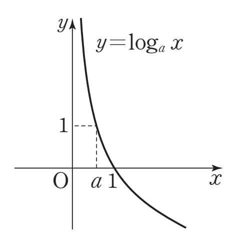
(1) $y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq1)$을 a를 밑으로 하는 로그함수라고 한다.

(2) 로그함수 $y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 그래프는 다음 그림과 같다.

① $a>1$일 때



② $0<a<1$일 때



11 로그함수 $y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 성질

(1) $a>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
$0<a<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

(2) a의 값에 관계없이 그래프는 점 $(1,\ 0)$을 지나고, 점근선은 y축(직선 $x=0$)이다.

(3) 함수 $y=\log_a x$의 그래프와 함수 $y=\log_{\frac{1}{a}} x$의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.

(4) 함수 $y=\log_a (x-m)+n$의 그래프는 함수 $y=\log_a x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 것이다.

(5) 지수함수 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 역함수는 $y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq1)$이다.

12 로그함수의 활용

(1) $a>0,\ a\neq1$일 때, $\log_a f(x)=\log_a g(x) \iff f(x)=g(x),\ f(x)>0,\ g(x)>0$

(2) $a>1$일 때, $\log_a f(x)<\log_a g(x) \iff 0<f(x)<g(x)$
$0<a<1$일 때, $\log_a f(x)<\log_a g(x) \iff f(x)>g(x)>0$

유형 1 거듭제곱근의 뜻과 성질

출제경향 | 거듭제곱근의 뜻과 성질을 이용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 거듭제곱근의 뜻과 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) 실수 a와 2 이상의 자연수 n에 대하여 a의 n제곱근 중 실수인 것은 다음과 같다.

	$a>0$	$a=0$	$a<0$
n이 짝수	$\sqrt[n]{a}$, $-\sqrt[n]{a}$	0	없다.
n이 홀수	$\sqrt[n]{a}$	0	$\sqrt[n]{a}$

(2) $a>0$, $b>0$이고 m, n이 2 이상의 자연수일 때

① $(\sqrt[n]{a})^n=a$

② $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$

③ $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

④ $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$

⑤ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}=\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$

⑥ $\sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}$ (단, p는 자연수)

필수 유형 ① | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

자연수 n이 $2\le n\le 11$일 때, $-n^2+9n-18$의 n제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n의 값의 합은? [3점]

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

01

▸ 23054-0001

$(\sqrt[3]{5})^3+\sqrt[3]{27}\times\sqrt[4]{16}-\sqrt[3]{\sqrt{64}}$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

02

▸ 23054-0002

$\sqrt[4]{5}$의 세제곱근 중 실수인 것을 a, $\sqrt[3]{3}$의 네제곱근 중 양수인 것을 b라 할 때, $(ab)^{12}$의 값은?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

03

▸ 23054-0003

자연수 m에 대하여 m^2-4m-5의 네제곱근 중 실수인 것이 존재하지 않을 때, m의 최댓값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

04

▸ 23054-0004

세 집합 A, B, C를

$A=\{x\,|\,x^2-65x+64=0,\ x$는 실수$\}$

$B=\{x\,|\,x^2-7x+10<0,\ x$는 자연수$\}$

$C=\{x\,|\,x$는 a의 n제곱근, $a\in A,\ n\in B\}$

라 하자. 집합 C의 원소 중 실수인 것의 개수를 구하시오.

유형 2 지수의 확장과 지수법칙

출제경향 | 거듭제곱근을 지수가 유리수인 꼴로 나타내는 문제, 지수법칙을 이용하여 식의 값을 계산하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 지수법칙을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) 0 또는 음의 정수인 지수

$a\neq0$이고 n은 양의 정수일 때

① $a^0=1$ ② $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$

(2) 유리수인 지수

$a>0$이고 m이 정수, n이 2 이상의 정수일 때

① $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$ ② $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$

(3) 지수법칙

$a>0$, $b>0$이고 x, y가 실수일 때

① $a^xa^y=a^{x+y}$ ② $a^x\div a^y=a^{x-y}$

③ $(a^x)^y=a^{xy}$ ④ $(ab)^x=a^xb^x$

필수 유형 ❷ | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

$\dfrac{1}{\sqrt[4]{3}}\times3^{-\frac{7}{4}}$의 값은? [2점]

① $\dfrac{1}{9}$ ② $\dfrac{1}{3}$ ③ 1

④ 3 ⑤ 9

05

▸ 23054-0005

$(2-\sqrt{2})^{1+\sqrt{3}}\times(2-\sqrt{2})^{1-\sqrt{3}}+2^{\frac{5}{2}}$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8

④ 9 ⑤ 10

06

▸ 23054-0006

$2^{\frac{4}{3}}\times6^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{2^p\times3^q}$일 때, $p+q$의 값은?

(단, p, q는 자연수이다.)

① 2 ② 4 ③ 6

④ 8 ⑤ 10

07

▸ 23054-0007

$x>0$에서 정의된 함수 $f(x)=x\sqrt{x}$에 대하여 $f(f(n))$의 값이 1보다 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 최솟값을 구하시오.

08

▸ 23054-0008

자연수 n에 대하여 한 내각의 크기가 $60°$이고 한 변의 길이가 $2^{\frac{n}{3}}$인 직각삼각형의 넓이의 최댓값을 $f(n)$이라 할 때, $f(3)\times f(6)$의 값을 구하시오.

유형 3 로그의 뜻과 기본 성질

출제경향 | 로그의 뜻과 로그의 성질을 이용하여 주어진 식의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 로그의 뜻과 로그의 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) $a>0$, $a\neq1$, $N>0$일 때, $a^x=N \Longleftrightarrow x=\log_a N$

(2) $\log_a N$이 정의되려면 밑 a는 $a>0$, $a\neq1$이고 진수 N은 $N>0$이어야 한다.

(3) 로그의 성질

$a>0$, $a\neq1$이고 $M>0$, $N>0$일 때

① $\log_a 1=0$, $\log_a a=1$

② $\log_a MN=\log_a M+\log_a N$

③ $\log_a \dfrac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$

④ $\log_a M^k=k\log_a M$ (단, k는 실수)

필수 유형 3 | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

$\log_4 \dfrac{2}{3}+\log_4 24$의 값을 구하시오. [3점]

09

▸ 23054-0009

$\log_2(\sqrt{17}+1)+\log_2(\sqrt{17}-1)-\log_2 8$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10

▸ 23054-0010

자연수 a에 대하여

$\log_{(x-2)}\{-x^2+(2a+3)x-a(a+3)\}$이 정의되도록 하는 자연수 x가 4뿐일 때, a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11

▸ 23054-0011

두 자연수 m, n에 대하여 $a=2^m$, $b=3^{3n+1}$일 때, $\log_2(\log_2 a)+\log_2(\log_3 b)=4$가 성립한다. $m+n$의 최솟값을 구하시오.

12

▸ 23054-0012

온도의 차이가 T인 두 공간 사이에 어느 물체를 두면 이 물체를 통해 열이 전달되고 이 물체가 단위 시간당 열을 전달하는 정도를 열전도율이라 한다. 어느 물체의 단면의 넓이가 S이고 두께가 L일 때, 이 물체의 열전도율을 P라 하면 다음이 성립한다.

$$\log_a P=k+\log_a \frac{ST}{L}$$

(단, a, k는 상수이고, $a>0$, $a\neq1$)

어느 물체 A의 열전도율을 P_A라 하고 물체 A에 비하여 단면의 넓이를 25 % 확장시키고 두께를 50 % 증가시킨 물체 B의 열전도율을 P_B라 할 때, $\dfrac{P_B}{P_A}$의 값은?

(단, 두 물체 A, B는 같은 재질이다.)

① $\dfrac{3}{4}$ ② $\dfrac{4}{5}$ ③ $\dfrac{5}{6}$ ④ 1 ⑤ $\dfrac{6}{5}$

유형 4 로그의 여러 가지 성질

출제경향 | 로그의 여러 가지 성질을 이용하여 주어진 식의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 로그의 여러 가지 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) 로그의 밑의 변환

$a>0$, $a\neq1$, $b>0$, $c>0$, $c\neq1$일 때

$$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$$

(2) 로그의 밑의 변환의 활용

$a>0$, $a\neq1$, $b>0$, $c>0$일 때

① $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$ (단, $b\neq1$)

② $\log_a b\times\log_b c=\log_a c$ (단, $b\neq1$)

③ $\log_{a^m} b^n=\dfrac{n}{m}\log_a b$ (단, m, n은 실수이고, $m\neq0$)

④ $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$ (단, $b\neq1$)

필수 유형 4 | 2021학년도 대수능 9월 모의평가 |

1보다 큰 세 실수 a, b, c가

$$\log_a b=\frac{\log_b c}{2}=\frac{\log_c a}{4}$$

를 만족시킬 때, $\log_a b+\log_b c+\log_c a$의 값은? [3점]

① $\dfrac{7}{2}$　② 4　③ $\dfrac{9}{2}$

④ 5　⑤ $\dfrac{11}{2}$

13

▸ 23054-0013

$\log_3 6\times\log_4 81-\dfrac{1}{\log_3 2}=k$일 때, 2^k의 값은?

(단, k는 상수이다.)

① 12　② 14　③ 16

④ 18　⑤ 20

14

▸ 23054-0014

두 점 $(\log_3 2,\ \log_9 a)$, $(\log_3 54,\ \log_9 a^2)$을 지나는 직선이 직선 $y=-2x+1$과 수직일 때, 양수 a의 값은?

① 18　② 21　③ 24

④ 27　⑤ 30

15

▸ 23054-0015

1이 아닌 두 양수 a, b에 대하여 두 집합 A, B를

$$A=\left\{\log_a b,\ \frac{1}{\log_9 27},\ \frac{1}{3}\log_b b^5\right\}$$

$$B=\{2,\ \log_a a^{\frac{2}{3}},\ \log_2 a+\log_2 b\}$$

라 하자. $A=B$일 때, $\log_a 2+\log_b 2=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

유형 5 지수함수와 그 그래프

출제경향 | 지수함수의 성질과 그 그래프의 특징을 이해하고 있는지를 묻는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 지수함수의 밑의 범위에 따른 지수함수의 증가와 감소, 지수함수의 그래프의 점근선, 평행이동과 대칭이동을 이해하여 문제를 해결한다.

필수 유형 ⑤

곡선 $y=2^{x+2}-1$을 x축에 대하여 대칭이동한 곡선을 $y=f(x)$라 하자. 곡선 $y=f(x)$와 y축이 만나는 점의 좌표를 $(0,\ a)$, 점근선을 직선 $y=b$라 할 때, $a+b$의 값은? (단, b는 상수이다.)

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

16

▸ 23054-0016

곡선 $y=2^{x+2}-3$을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 곡선을 $y=f(x)$라 하자. 곡선 $y=f(x)$의 점근선을 직선 $y=a$라 할 때, $a+f(a)$의 값은?

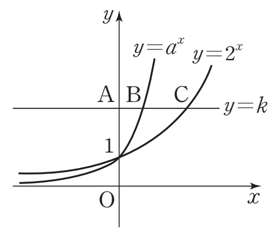
(단, a는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

17

▸ 23054-0017

직선 $y=k$ $(k>1)$이 y축 및 두 곡선 $y=a^x$ $(a>2)$, $y=2^x$과 만나는 점을 각각 A, B, C라 하자. $\overline{AB}:\overline{BC}=1:2$일 때, 실수 a의 값을 구하시오.



18

▸ 23054-0018

두 함수 $f(x)=2^{x+2}$, $g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}+1$에 대하여 **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수 $y=f(|x|)$의 치역은 $\{y\,|\,y\geq 4\}$이다.
ㄴ. 모든 실수 x에 대하여 $g(|x|)\leq 2$이다.
ㄷ. 두 함수 $y=f(|x|)$, $y=g(|x|)+k$의 그래프가 y축 위의 점에서 만날 때, 함수 $y=g(|x|)+k$의 그래프의 점근선은 직선 $y=3$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 6 지수함수의 활용

출제경향 | 지수에 미지수가 포함된 방정식, 지수에 미지수가 포함된 부등식의 해를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 지수에 미지수가 포함된 방정식, 지수에 미지수가 포함된 부등식의 해를 구할 때는 다음 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

① $a>0$, $a\neq 1$일 때, $a^{f(x)}=a^{g(x)} \iff f(x)=g(x)$

② $a>1$일 때, $a^{f(x)}<a^{g(x)} \iff f(x)<g(x)$

③ $0<a<1$일 때, $a^{f(x)}<a^{g(x)} \iff f(x)>g(x)$

(2) 같은 모양의 식이 반복되는 경우에는 치환을 이용하여 방정식과 부등식을 간단히 한 후 문제를 해결한다.

필수 유형 6 | 2021학년도 대수능 |

부등식 $\left(\frac{1}{9}\right)^{x}<3^{21-4x}$을 만족시키는 자연수 x의 개수는? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

19

▸ 23054-0019

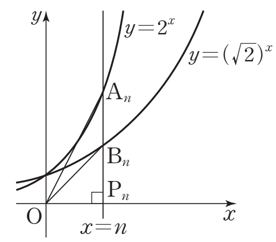
방정식 $2\times 9^{x}+63=(3^{x}+6)^{2}$을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

20

▸ 23054-0020

자연수 n에 대하여 그림과 같이 직선 $x=n$이 두 곡선 $y=2^{x}$, $y=(\sqrt{2})^{x}$과 만나는 점을 각각 A_n, B_n이라 하고 x축과 만나는 점을 P_n이라 하자. 원점 O에 대하여 두 직각삼각형 $\mathrm{OP}_n\mathrm{A}_n$, $\mathrm{OP}_n\mathrm{B}_n$의 넓이를 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, 부등식 $f(n)-4\times g(n)\geq 16n$을 만족시키는 n의 최솟값은?



① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

21

▸ 23054-0021

두 집합

$$A=\left\{x\,\middle|\,\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+4x+1}\leq 4^{x-3},\ x\text{는 정수}\right\},$$

$$B=\left\{x\,\middle|\,x=3^{a^2}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{6a-k},\ a\in A\right\}$$

에 대하여 집합 B의 모든 원소의 곱이 9일 때, 상수 k의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

유형 7 로그함수와 그 그래프

출제경향 | 로그함수의 성질과 그 그래프의 특징을 이해하고 있는지를 묻는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 로그함수의 그래프의 점근선, 평행이동과 대칭이동, 밑의 범위에 따른 함수의 증가와 감소를 이해하여 문제를 해결한다.

필수 유형 7 | 2021학년도 대수능 |

$\frac{1}{4}<a<1$인 실수 a에 대하여 직선 $y=1$이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=-1$이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

보기

ㄱ. 선분 AB를 $1:4$로 외분하는 점의 좌표는 $(0, 1)$이다.

ㄴ. 사각형 ABCD가 직사각형이면 $a=\frac{1}{2}$이다.

ㄷ. $\overline{AB}<\overline{CD}$이면 $\frac{1}{2}<a<1$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22

▸ 23054-0022

점근선이 $x=-3$인 곡선 $y=\log_3(ax+b)$가 두 점 $(0, 2)$, $(2, k)$를 지날 때, k의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① $-1+\log_3 5$ ② $\log_3 5$ ③ $1+\log_3 5$
④ $2+\log_3 5$ ⑤ $3+\log_3 5$

23

▸ 23054-0023

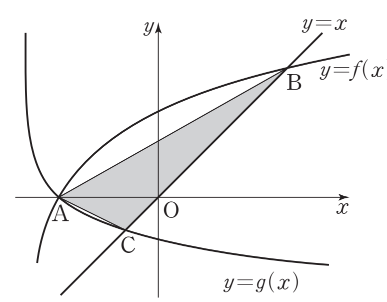
$a>1$인 상수 a와 2 이상의 자연수 n에 대하여 곡선 $y=\log_a x$와 직선 $x=n$이 만나는 점을 P_n이라 하자. 선분 P_nP_{n+1}을 대각선으로 하고 모든 변이 x축 또는 y축과 평행한 직사각형의 넓이를 $f(n)$이라 할 때, $f(2)+f(3)+f(4)+f(5)=3$이다. a의 값은?

① $\sqrt[3]{2}$ ② $\sqrt[3]{3}$ ③ $\sqrt[3]{4}$
④ $\sqrt[3]{5}$ ⑤ $\sqrt[3]{6}$

24

▸ 23054-0024

$a>1$인 실수 a와 상수 m에 대하여 그림과 같이 함수 $f(x)=\log_a(x-m)$의 그래프와 함수 $g(x)=\log_{\frac{1}{3}}(x+4)$의 그래프가 x축 위의 점 A에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$가 직선 $y=x$와 제1사분면에서 만나는 점을 B, 곡선 $y=g(x)$가 직선 $y=x$와 만나는 점을 C라 하자. 점 C의 좌표가 $(-1, -1)$이고 삼각형 ABC의 넓이가 $\frac{15}{2}$일 때, $a=2^{\frac{q}{p}}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



유형 8 로그함수의 활용

출제경향 | 진수에 미지수가 포함된 방정식, 진수에 미지수가 포함된 부등식의 해를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 진수에 미지수가 포함된 방정식, 진수에 미지수가 포함된 부등식의 해를 구할 때는 다음 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

① $a>0$, $a\neq 1$일 때
$\log_a f(x)=\log_a g(x) \iff f(x)=g(x)$, $f(x)>0$, $g(x)>0$

② $a>1$일 때
$\log_a f(x)<\log_a g(x) \iff 0<f(x)<g(x)$

③ $0<a<1$일 때
$\log_a f(x)<\log_a g(x) \iff f(x)>g(x)>0$

(2) 같은 모양의 식이 반복되는 경우에는 치환을 이용하여 방정식과 부등식을 간단히 한 후 문제를 해결한다.

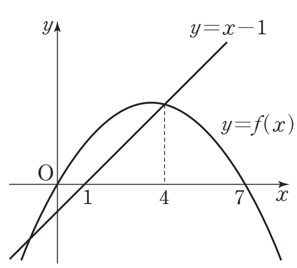
필수 유형 8 | 2020학년도 대수능 6월 모의평가 |

이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x-1$이 그림과 같을 때, 부등식

$$\log_3 f(x)+\log_{\frac{1}{3}}(x-1)\leq 0$$

을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합을 구하시오.

(단, $f(0)=f(7)=0$, $f(4)=3$) [3점]



25

▸ 23054-0025

방정식 $\log_4(3x-1)+\log_4(x-3)=\log_4 11$을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오.

26

▸ 23054-0026

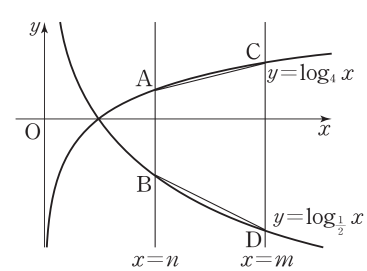
부등식 $\log_3 \frac{x}{3}\times\log_3 \frac{x}{9}<6$을 만족시키는 자연수 x의 최댓값은?

① 80 ② 81 ③ 82
④ 83 ⑤ 84

27

▸ 23054-0027

그림과 같이 2 이상의 두 자연수 m, n $(m>n)$에 대하여 두 곡선 $y=\log_4 x$, $y=\log_{\frac{1}{2}} x$가 직선 $x=n$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고 두 곡선 $y=\log_4 x$, $y=\log_{\frac{1}{2}} x$가 직선 $x=m$과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사각형 ABDC의 넓이가 $\frac{9}{2}$일 때, $m+n$의 값을 구하시오.



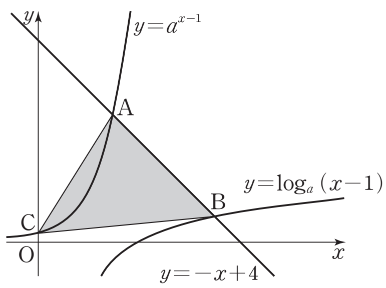
유형 9 지수함수와 로그함수의 관계

출제경향 | 지수함수의 그래프와 로그함수의 그래프를 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 지수함수의 그래프와 로그함수의 그래프, 지수의 성질과 로그의 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 9 | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

$a>1$인 실수 a에 대하여 직선 $y=-x+4$가 두 곡선 $y=a^{x-1}$, $y=\log_a(x-1)$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=a^{x-1}$이 y축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S이다. $50\times S$의 값을 구하시오. [4점]



28

▸ 23054-0028

함수 $f(x)=2^{x-1}+a$의 역함수가 $g(x)=\log_2(x-2)+1$이고, 함수 $y=g(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼 평행이동한 함수의 그래프의 점근선은 직선 $x=5$이다. 두 상수 a, m에 대하여 $a+m$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

29

▸ 23054-0029

곡선 $y=\log_2(x-1)-1$과 기울기가 -1인 직선 l이 점 $(5,\ 1)$에서 만난다. 직선 l과 곡선 $y=2^x$이 점 $(a,\ b)$에서 만날 때, $\frac{b}{a}$의 값은?

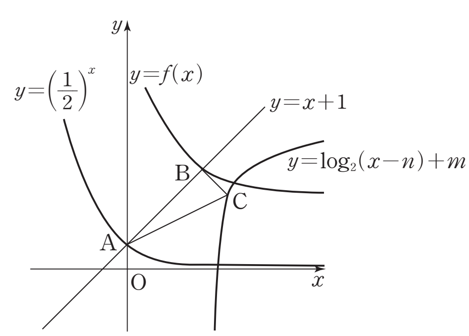
① 2 ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{14}{3}$

30

▸ 23054-0030

함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면 함수 $y=f(x)$의 그래프와 일치한다. 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프가 y축과 만나는 점 A는 이 평행이동에 의하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=x+1$이 만나는 점 B로 이동된다. 또 점 B를 지나고 기울기가 -1인 직선이 함수 $y=\log_2(x-n)+m$의 그래프와 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 6일 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

(단, m, n은 양의 실수이다.)



유형 10 지수함수와 로그함수의 최댓값과 최솟값

출제경향 | 주어진 범위에서 지수함수와 로그함수의 증가와 감소를 이용하여 최댓값과 최솟값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 밑의 범위에 따른 지수함수와 로그함수의 증가와 감소를 이해하여 주어진 구간에서 지수함수 또는 로그함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제를 해결한다.
같은 식이 반복되는 경우에는 치환을 이용하여 주어진 식을 간단히 변형한 후 문제를 해결한다.

필수 유형 ⑩ | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수

$$f(x)=2\log_{\frac{1}{2}}(x+k)$$

가 닫힌구간 $[0,\ 12]$에서 최댓값 -4, 최솟값 m을 갖는다. $k+m$의 값은? (단, k는 상수이다.) [3점]

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

31

▸ 23054-0031

두 함수

$$f(x)=x^2-2x+3,\ g(x)=2^x$$

에 대하여 함수 $y=(g\circ f)(x)$의 최솟값은?

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

32

▸ 23054-0032

$a>1$인 상수 a에 대하여 $-1\le x\le 2$에서 함수 $f(x)=2^{x+2}+\log_a(x+2)$의 최댓값과 최솟값의 합이 19일 때, a의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

33

▸ 23054-0033

함수 $f(x)$를

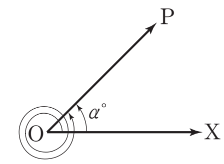
$$f(x)=\begin{cases}\log_3(9x-9) & (1<x<4)\\ (\sqrt{3})^{6-x} & (x\ge 4)\end{cases}$$

라 하자. $t\le x\le t+2$에서 함수 $f(x)$의 최댓값이 3이 되도록 하는 모든 자연수 t의 개수를 a, $s\le x\le s+1$에서 함수 $f(x)$의 최솟값이 1이 되도록 하는 모든 실수 s의 값의 곱을 b라 할 때, $a+3b$의 값을 구하시오. (단, $t>1$, $s>1$)

02 삼각함수

1 일반각과 호도법

(1) 일반각 : 시초선 OX와 동경 OP에 의하여 $\angle$XOP가 주어질 때, 동경 OP가 나타내는 한 각의 크기를 $\alpha°$라 하면 $\angle$XOP의 크기를 $360°\times n+\alpha°$ (n은 정수)로 나타내고, 이것을 동경 OP가 나타내는 일반각이라고 한다.



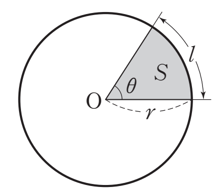
(2) 육십분법과 호도법의 관계

① 1(라디안)$=\dfrac{180°}{\pi}$　　② $1°=\dfrac{\pi}{180}$(라디안)

(3) 부채꼴의 호의 길이와 넓이

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 θ(라디안)인 부채꼴에서 호의 길이를 l, 넓이를 S라 하면

① $l=r\theta$　　② $S=\dfrac{1}{2}r^2\theta=\dfrac{1}{2}rl$

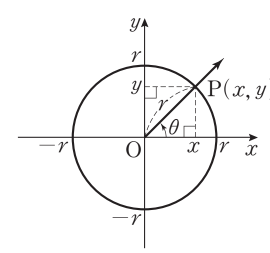


2 삼각함수의 정의와 삼각함수 사이의 관계

(1) 삼각함수의 정의

좌표평면에서 중심이 원점 O이고 반지름의 길이가 r인 원 위의 한 점을 P(x, y)라 하고, x축의 양의 방향을 시초선으로 하는 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ라 할 때, θ에 대한 삼각함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\sin\theta=\frac{y}{r},\ \cos\theta=\frac{x}{r},\ \tan\theta=\frac{y}{x}\ (x\neq0)$$



(2) 삼각함수 사이의 관계

① $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　　② $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

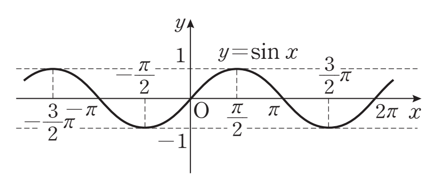
3 삼각함수의 그래프

(1) 함수 $y=\sin x$의 그래프와 그 성질

① 정의역은 실수 전체의 집합이고, 치역은 $\{y\,|\,-1\le y\le1\}$이다.

② 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

③ 주기가 2π인 주기함수이다. 즉, 모든 실수 x에 대하여 $\sin(2n\pi+x)=\sin x$ (n은 정수)이다.

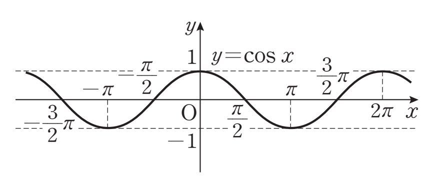


(2) 함수 $y=\cos x$의 그래프와 그 성질

① 정의역은 실수 전체의 집합이고, 치역은 $\{y\,|\,-1\le y\le1\}$이다.

② 그래프는 y축에 대하여 대칭이다.

③ 주기가 2π인 주기함수이다. 즉, 모든 실수 x에 대하여 $\cos(2n\pi+x)=\cos x$ (n은 정수)이다.



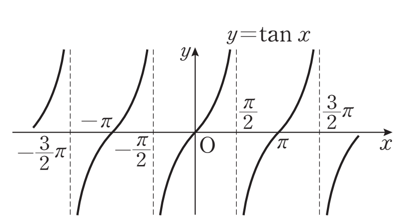
(3) 함수 $y=\tan x$의 그래프와 그 성질

① 정의역은 $x\neq n\pi+\dfrac{\pi}{2}$ (n은 정수)인 실수 전체의 집합이고, 치역은 실수 전체의 집합이다.

② 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

③ 주기가 π인 주기함수이다. 즉, 모든 실수 x에 대하여 $\tan(n\pi+x)=\tan x$ (n은 정수)이다.

④ 그래프의 점근선은 직선 $x=n\pi+\dfrac{\pi}{2}$ (n은 정수)이다.



4 삼각함수의 성질

(1) $2n\pi+\theta$의 삼각함수 (단, n은 정수)

① $\sin(2n\pi+\theta)=\sin\theta$ ② $\cos(2n\pi+\theta)=\cos\theta$ ③ $\tan(2n\pi+\theta)=\tan\theta$

(2) $-\theta$의 삼각함수

① $\sin(-\theta)=-\sin\theta$ ② $\cos(-\theta)=\cos\theta$ ③ $\tan(-\theta)=-\tan\theta$

(3) $\pi+\theta$의 삼각함수

① $\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$ ② $\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$ ③ $\tan(\pi+\theta)=\tan\theta$

(4) $\frac{\pi}{2}+\theta$의 삼각함수

① $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos\theta$ ② $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta$ ③ $\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\frac{1}{\tan\theta}$

5 삼각함수의 활용

(1) **방정식에의 활용** : 방정식 $2\sin x-1=0$, $\sqrt{2}\cos x+1=0$, $\tan x-\sqrt{3}=0$과 같이 각의 크기가 미지수인 삼각함수를 포함한 방정식은 삼각함수의 그래프를 이용하여 다음과 같이 풀 수 있다.

① 주어진 방정식을 $\sin x=k$ ($\cos x=k$, $\tan x=k$)의 꼴로 변형한다.

② 주어진 범위에서 함수 $y=\sin x$ ($y=\cos x$, $y=\tan x$)의 그래프와 직선 $y=k$를 그린 후 두 그래프의 교점의 x좌표를 찾아서 해를 구한다.

(2) **부등식에의 활용** : 부등식 $2\sin x+1>0$, $2\cos x-\sqrt{3}<0$, $\tan x-1<0$과 같이 각의 크기가 미지수인 삼각함수를 포함한 부등식은 삼각함수의 그래프를 이용하여 다음과 같이 풀 수 있다.

① 주어진 부등식을 $\sin x>k$ ($\cos x<k$, $\tan x<k$)의 꼴로 변형한다.

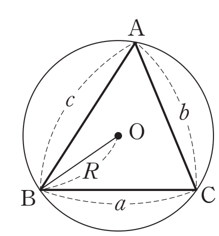
② 주어진 범위에서 함수 $y=\sin x$ ($y=\cos x$, $y=\tan x$)의 그래프와 직선 $y=k$를 그린 후 두 그래프의 교점의 x좌표를 찾는다.

③ 함수 $y=\sin x$ ($y=\cos x$, $y=\tan x$)의 그래프가 직선 $y=k$보다 위쪽(또는 아래쪽)에 있는 x의 값의 범위를 찾아서 해를 구한다.

6 사인법칙

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$



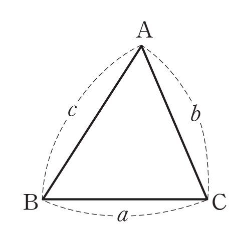
7 코사인법칙

삼각형 ABC에서

(1) $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ (2) $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$ (3) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

참고 코사인법칙을 변형하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

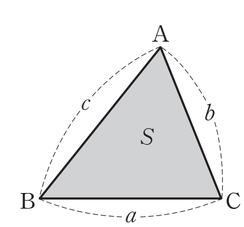
(1) $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ (2) $\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$ (3) $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$



8 삼각형의 넓이

삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면

$$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B$$



유형 1 부채꼴의 호의 길이와 넓이

출제경향 | 호도법을 이용하여 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 부채꼴의 반지름의 길이 r와 중심각의 크기 θ가 주어질 때, 부채꼴의 호의 길이 l과 넓이 S는 다음을 이용하여 구한다.

(1) $l=r\theta$

(2) $S=\frac{1}{2}r^2\theta=\frac{1}{2}rl$

필수 유형 1

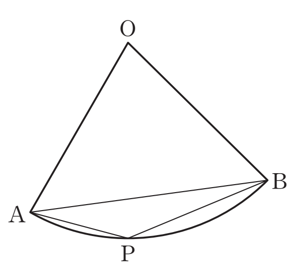
중심각의 크기가 $\frac{5}{9}\pi$이고 호의 길이가 $\frac{10}{3}\pi$인 부채꼴의 넓이는?

① 6π ② 8π ③ 10π ④ 12π ⑤ 14π

01

▸ 23054-0034

그림과 같이 부채꼴 OAB의 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\angle\mathrm{ABP}=\frac{\pi}{12}$, $\angle\mathrm{BAP}=\frac{\pi}{8}$이다. 부채꼴 OAB의 넓이가 30π일 때, 호 AB의 길이는?

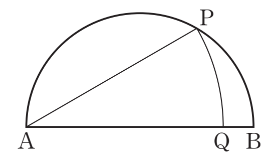


① 4π ② 5π ③ 6π ④ 7π ⑤ 8π

02

▸ 23054-0035

그림과 같이 길이가 6인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위에 점 P가 있다. 선분 AB 위에 점 Q를 $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{AQ}}$가 되도록 잡고 부채꼴 APQ의 호 PQ를 그린다. 호 BP의 길이가 π일 때, 부채꼴 APQ의 호 PQ의 길이는?



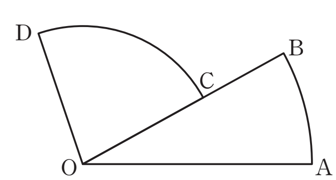
① $\frac{3\sqrt{3}}{8}\pi$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{12}\pi$ ③ $\frac{11\sqrt{3}}{24}\pi$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$ ⑤ $\frac{13\sqrt{3}}{24}\pi$

03

▸ 23054-0036

그림과 같이 중심각의 크기가 $\frac{4}{25}\pi$이고 호의 길이가 $\frac{8}{5}\pi$인 부채꼴 OAB가 있다. 선분 OB를 $3:2$로 내분하는 점을 C라 할 때, 부채꼴 OAB의 넓이와 부채꼴 OCD의 넓이가 같게 되도록 부채꼴 OCD를 그린다. 부채꼴 OCD의 호 CD의 길이가 $\frac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



유형 2 삼각함수의 정의와 삼각함수 사이의 관계

출제경향 | 삼각함수의 정의와 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 식의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수의 정의와 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 문제를 해결한다.

(1) 각 θ를 나타내는 동경과 중심이 원점이고 반지름의 길이가 r인 원이 만나는 점의 좌표를 (x, y)라 하면

$$\sin\theta=\frac{y}{r},\ \cos\theta=\frac{x}{r},\ \tan\theta=\frac{y}{x}\ (x\neq0)$$

(2) 삼각함수 사이의 관계

① $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

② $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

필수 유형 2 | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

$\dfrac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\cos^2\theta=\dfrac{4}{9}$일 때, $\sin^2\theta+\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\dfrac{4}{9}$ ② $-\dfrac{1}{3}$ ③ $-\dfrac{2}{9}$
④ $-\dfrac{1}{9}$ ⑤ 0

04

▸ 23054-0037

$\dfrac{3}{2}\pi<\theta<2\pi$인 θ에 대하여 $\sin\theta=-\dfrac{\sqrt{7}}{4}$일 때, $\dfrac{2\cos\theta}{1+\cos\theta}$의 값은?

① $\dfrac{4}{7}$ ② $\dfrac{9}{14}$ ③ $\dfrac{5}{7}$
④ $\dfrac{11}{14}$ ⑤ $\dfrac{6}{7}$

05

▸ 23054-0038

$\dfrac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}=-4$일 때, $\sin\theta-\cos\theta$의 값은?

① $-\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ ② $-\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ ③ 0
④ $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

06

▸ 23054-0039

좌표평면에서 직선 $y=\dfrac{1}{2}x+5$ 위의 점 P에 대하여 직선 $y=\dfrac{1}{2}x+5$와 직선 OP가 서로 수직이다. 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ라 할 때, $\sin\theta\times\cos\theta$의 값은? (단, O는 원점이다.)

① $-\dfrac{2}{5}$ ② $-\dfrac{1}{2}$ ③ $-\dfrac{3}{5}$
④ $-\dfrac{7}{10}$ ⑤ $-\dfrac{4}{5}$

07

▸ 23054-0040

좌표평면에 점 $\mathrm{A}(6, 0)$과 원 $x^2+y^2=36$ 위의 점 P가 있다. 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ라 할 때, 점 P와 θ가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 선분 AP를 포함하는 부채꼴 AOP의 호 AP의 길이는 4π이다.
(나) $\dfrac{\tan\theta}{\cos\theta}<0$

$\cos\theta+\tan^2\theta$의 값은? (단, O는 원점이다.)

① $\dfrac{1}{2}$ ② 1 ③ $\dfrac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\dfrac{5}{2}$

유형 3 삼각함수의 그래프

출제경향 | 삼각함수의 그래프의 성질을 이용하여 주기를 구하거나 미지수의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수의 그래프에서 주기, 최댓값, 최솟값 등을 이용하여 조건을 만족시키는 미지수의 값을 구하는 문제를 해결한다.
0이 아닌 두 상수 a, b에 대하여 세 함수

$y=a\sin bx$, $y=a\cos bx$, $y=a\tan bx$

의 주기는 각각

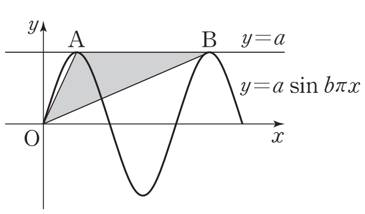
$\frac{2\pi}{|b|}$, $\frac{2\pi}{|b|}$, $\frac{\pi}{|b|}$

이다.

필수 유형 ③ | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

두 양수 a, b에 대하여 곡선 $y=a\sin b\pi x\left(0\le x\le\frac{3}{b}\right)$이 직선 $y=a$와 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자.
삼각형 OAB의 넓이가 5이고 직선 OA의 기울기와 직선 OB의 기울기의 곱이 $\frac{5}{4}$일 때, $a+b$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



08

▶ 23054-0041

두 양수 a, b에 대하여 정의역이 $\{x\,|\,0\le x\le 2b\}$인 함수 $f(x)=-a\cos\frac{\pi x}{b}$는 $x=c$에서 최댓값을 갖는다. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 x축과 만나는 두 점을 x좌표가 작은 것부터 차례로 A, B라 할 때, 네 점 A, B, C$(c, f(c))$, D$(0, f(0))$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 AC의 기울기와 직선 BC의 기울기의 곱은 -16이다.
(나) 삼각형 BCD의 넓이는 72이다.

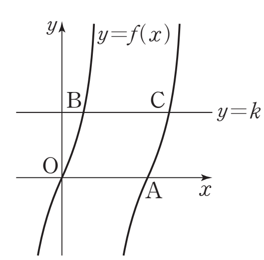
$a+b+c$의 값을 구하시오.

09

▶ 23054-0042

두 양수 a, b에 대하여 주기가 2인 함수 $f(x)=a\tan bx$가 있다. $0<x<3$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프가 x축과 만나는 점을 A, $0<x<3$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프가 직선 $y=k$ $(k>0)$과 만나는 두 점을 각각 B, C, 동경 OB가 나타내는 각의 크기를 θ라 하자. $\tan\theta=3$, $\angle\text{BAO}=\frac{\pi}{4}$일 때, $f\left(\frac{k}{3}\right)+\overline{\text{OC}}^2$의 값은? (단, O는 원점이고, $\overline{\text{OB}}<\overline{\text{OC}}$이다.)

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10



유형 4 삼각함수의 성질

출제경향 | 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수의 값을 구하는 문제를 해결한다.

(1) $\pi+\theta$의 삼각함수

① $\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$ ② $\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$

③ $\tan(\pi+\theta)=\tan\theta$

(2) $\pi-\theta$의 삼각함수

① $\sin(\pi-\theta)=\sin\theta$ ② $\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$

③ $\tan(\pi-\theta)=-\tan\theta$

(3) $\frac{\pi}{2}+\theta$의 삼각함수

① $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos\theta$ ② $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta$

③ $\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\frac{1}{\tan\theta}$

(4) $\frac{\pi}{2}-\theta$의 삼각함수

① $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$ ② $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$

③ $\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\frac{1}{\tan\theta}$

필수 유형 ④ | 2023학년도 대수능 |

$\tan\theta<0$이고 $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\frac{\sqrt{5}}{5}$일 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0

④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

10

▸ 23054-0043

$\sin\left(-\frac{5}{6}\pi\right)+\cos\frac{8}{3}\pi$의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0

④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

11

▸ 23054-0044

$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\cos\theta=-\frac{1}{3}$일 때,

$\sin(\pi+\theta)\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)+\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\cos(\pi-\theta)$의 값은?

① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{7}{9}$

④ $\frac{8}{9}$ ⑤ 1

12

▸ 23054-0045

$\frac{3}{2}\pi<\theta<2\pi$인 θ에 대하여

$$\sin(2\pi-\theta)+\cos(\pi+\theta)+2\cos\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)=3\sin\theta$$

일 때, $\sin\theta+\cos\theta$의 값은?

① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0

④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

유형 5 삼각함수의 최댓값과 최솟값

출제경향 | 삼각함수 또는 삼각함수가 포함된 함수의 최댓값 또는 최솟값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수 사이의 관계, 삼각함수의 성질 및 삼각함수의 그래프의 성질을 이용하여 삼각함수 또는 삼각함수가 포함된 함수의 최댓값 또는 최솟값을 구하는 문제를 해결한다.

세 상수 a $(a\neq0)$, b $(b\neq0)$, c에 대하여

(1) 함수 $y=a\sin bx+c$의 최댓값은 $|a|+c$, 최솟값은 $-|a|+c$이다.

(2) 함수 $y=a\cos bx+c$의 최댓값은 $|a|+c$, 최솟값은 $-|a|+c$이다.

필수 유형 5 | 2023학년도 대수능 |

함수

$$f(x)=a-\sqrt{3}\tan 2x$$

가 닫힌구간 $\left[-\frac{\pi}{6},\ b\right]$에서 최댓값 7, 최솟값 3을 가질 때, $a\times b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① $\frac{\pi}{2}$　② $\frac{5\pi}{12}$　③ $\frac{\pi}{3}$
④ $\frac{\pi}{4}$　⑤ $\frac{\pi}{6}$

13

▸ 23054-0046

두 상수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=a\sin\frac{x}{2}+b$의 최솟값이 -1이고 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=5$일 때, $a+b$의 값은? (단, $a>0$)

① 4　② 5　③ 6
④ 7　⑤ 8

14

▸ 23054-0047

함수 $f(x)=2\sin(\pi+x)\sin(\pi-x)+\sin\left(\frac{3}{2}\pi+x\right)+3$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은?

① $\frac{37}{8}$　② $\frac{19}{4}$　③ $\frac{39}{8}$
④ 5　⑤ $\frac{41}{8}$

15

▸ 23054-0048

자연수 a에 대하여 두 함수

$$f(x)=\frac{1}{3}\log_4(x-3),\ g(x)=\tan\frac{\pi x}{a}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $y=f(x)$의 그래프의 점근선과 함수 $y=g(x)$의 그래프는 만나지 않는다.

(나) $g\left(\frac{2}{3}\right)>1$

정의역이 $\left\{x\,\middle|\,\frac{13}{4}\le x\le 19\right\}$인 합성함수 $(g\circ f)(x)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $12(M-m)^2$의 값을 구하시오.

유형 6 삼각함수를 포함한 방정식과 부등식

출제경향 | 삼각함수의 그래프와 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수를 포함한 방정식과 부등식을 푸는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수의 그래프와 직선의 교점 또는 위치 관계를 이용하거나 삼각함수의 성질을 이용하여 각의 크기가 미지수인 삼각함수를 포함한 방정식 또는 부등식의 해를 구하는 문제를 해결한다.

필수 유형 6 | 2021학년도 대수능 |

$0\le x<4\pi$일 때, 방정식

$$4\sin^2 x-4\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-3=0$$

의 모든 해의 합은? [4점]

① 5π　② 6π　③ 7π　④ 8π　⑤ 9π

16
▸ 23054-0049

$0\le x<2\pi$에서 부등식

$$(2\sin x-1)(\sqrt{2}\cos x-1)>0$$

의 해가

$$\alpha<x<\beta \text{ 또는 } \gamma<x<\delta$$

일 때, $\sin(\delta-\beta)+\cos(\gamma-\alpha)$의 값은? (단, $\alpha<\beta<\gamma<\delta$)

① $-\frac{3}{2}$　② $-\frac{1}{2}$　③ 0　④ $\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{3}{2}$

17
▸ 23054-0050

$0\le x<2\pi$에서 x에 대한 방정식 $|8\cos x+2|=k$가 서로 다른 세 실근 α, β, γ $(\alpha<\beta<\gamma)$를 가질 때, $\frac{k(\gamma-\alpha)}{\beta}$의 값은?

(단, k는 상수이다.)

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

18
▸ 23054-0051

$0\le\theta<2\pi$일 때, x에 대한 이차방정식

$$x^2+(4\sin\theta)x-2+10\cos\theta=0$$

이 실근을 갖도록 하는 모든 θ의 값의 범위는 $\alpha\le\theta\le\beta$이다. $\beta-\alpha$의 값은?

① $\frac{7}{6}\pi$　② $\frac{4}{3}\pi$　③ $\frac{3}{2}\pi$　④ $\frac{5}{3}\pi$　⑤ $\frac{11}{6}\pi$

19
▸ 23054-0052

정의역이 $\{x\,|\,x\ge0\}$인 함수 $f(x)$가 모든 자연수 n에 대하여 다음을 만족시킨다.

> $2n-2\le x<2n$일 때, $f(x)=\sin(n\pi x)$이다.

$0\le x<8$에서 방정식 $2f(x)-1=0$의 서로 다른 실근 중 가장 작은 값을 α, 가장 큰 값을 β라 할 때, $\frac{4\beta}{\alpha}$의 값을 구하시오.

수학 I

유형 7 사인법칙과 활용

출제경향 | 삼각함수의 성질과 사인법칙을 이용하여 삼각형의 변의 길이, 각의 크기, 외접원의 반지름의 길이 등을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=c$, $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$일 때, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

가 성립함을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 7 | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

반지름의 길이가 15인 원에 내접하는 삼각형 ABC에서 $\sin B=\frac{7}{10}$일 때, 선분 AC의 길이를 구하시오. [3점]

20

▸ 23054-0053

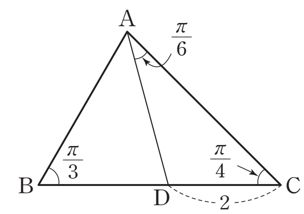
반지름의 길이가 16인 원에 내접하는 삼각형 ABC에서 $\cos A=\frac{\sqrt{7}}{4}$일 때, 선분 BC의 길이는?

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

21

▸ 23054-0054

그림과 같이 $\angle ABC=\frac{\pi}{3}$, $\angle ACB=\frac{\pi}{4}$이고 $\overline{BC}>2$인 삼각형 ABC가 있다. 변 BC 위의 점 D에 대하여 $\overline{CD}=2$이고 $\angle CAD=\frac{\pi}{6}$일 때, 삼각형 ABD의 외접원의 반지름의 길이는?

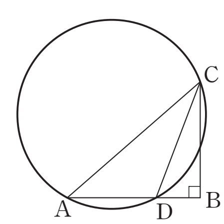


① $\frac{\sqrt{22}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{26}}{3}$ ④ $\frac{2\sqrt{7}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{30}}{3}$

22

▸ 23054-0055

그림과 같이 $\angle ABC=90°$이고 $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=4$인 직각삼각형 ABC가 있다. 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점을 D라 할 때, 삼각형 ADC의 외접원의 넓이는 $\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



유형 8 코사인법칙과 활용

출제경향 | 삼각함수의 성질과 코사인법칙을 이용하여 삼각형의 변의 길이, 각의 크기 등을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=c$, $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$일 때, 다음과 같은 코사인법칙을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

(2) $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

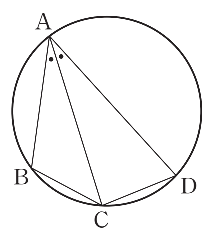
(3) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

필수 유형 8 | 2023학년도 대수능 |

그림과 같이 사각형 ABCD가 한 원에 내접하고

$\overline{AB}=5$, $\overline{AC}=3\sqrt{5}$, $\overline{AD}=7$, $\angle BAC=\angle CAD$

일 때, 이 원의 반지름의 길이는? [4점]



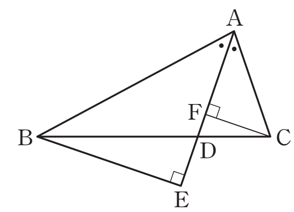
① $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$

④ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

23

▶ 23054-0056

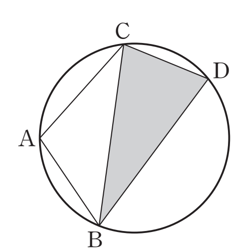
그림과 같이 $\overline{AB}=4\sqrt{2}$, $\overline{AC}=2\sqrt{2}$인 예각삼각형 ABC가 있다. $\angle A$의 이등분선과 변 BC가 만나는 점을 D, 점 B에서 직선 AD에 내린 수선의 발을 E, 점 C에서 직선 AD에 내린 수선의 발을 F라 하자. $\cos(\angle ABC)=\frac{5\sqrt{2}}{8}$일 때, $\overline{AF}\times\overline{AE}$의 값을 구하시오. (단, $\overline{AB}<\overline{BC}$)



24

▶ 23054-0057

그림과 같이 반지름의 길이가 $\frac{4\sqrt{10}}{5}$인 원에 내접하고 $\overline{BC}=2\sqrt{6}$인 삼각형 ABC가 있다. 점 A를 포함하지 않은 호 BC 위의 점 D에 대하여 $\overline{BD}=2\overline{CD}$이다. 삼각형 BDC의 넓이를 S라 할 때, $4S^2$의 값을 구하시오. $\left(단, \frac{\pi}{2}<\angle CAB<\pi\right)$



03 수열

1 등차수열

(1) 첫째항이 a, 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 일반항 a_n은

$$a_n=a+(n-1)d \text{ (단, } n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

(2) 세 수 a, b, c가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, b를 a와 c의 등차중항이라고 한다.

이때 $b-a=c-b$이므로 $b=\dfrac{a+c}{2}$이다.

참고 일반항 a_n이 n에 대한 일차식 $a_n=An+B$ (A, B는 상수, $n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$)인 수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 $A+B$, 공차가 A인 등차수열이다.

2 등차수열의 합

등차수열의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n은 다음과 같다.

(1) 첫째항이 a, 제n항이 l일 때, $S_n=\dfrac{n(a+l)}{2}$

(2) 첫째항이 a, 공차가 d일 때, $S_n=\dfrac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$

참고 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 n에 대한 이차식 $S_n=An^2+Bn$ (A, B는 상수, $n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$)인 수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 $A+B$이고 공차가 $2A$인 등차수열이다.

3 등비수열

(1) 첫째항이 a, 공비가 r ($r\neq0$)인 등비수열 $\{a_n\}$의 일반항 a_n은

$$a_n=ar^{n-1} \text{ (단, } n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

(2) 0이 아닌 세 수 a, b, c가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, b를 a와 c의 등비중항이라고 한다.

이때 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{c}{b}$이므로 $b^2=ac$이다.

4 등비수열의 합

첫째항이 a, 공비가 r ($r\neq0$)인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n은 다음과 같다.

(1) $r=1$일 때, $S_n=na$

(2) $r\neq1$일 때, $S_n=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$

5 수열의 합과 일반항 사이의 관계

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하면

$$a_1=S_1,\ a_n=S_n-S_{n-1} \text{ (단, } n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$$

6 합의 기호 $\sum$의 뜻

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$을 기호 $\sum$를 사용하여 다음과 같이 나타낸다.

제n항까지

$$a_1+a_2+a_3+\ \cdots\ +a_n=\sum_{k=1}^{n} a_k \leftarrow \text{일반항}$$

첫째항부터

7 합의 기호 $\sum$의 성질

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

(1) $\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k+\sum_{k=1}^{n}b_k$

(2) $\sum_{k=1}^{n}(a_k-b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=1}^{n}b_k$

(3) $\sum_{k=1}^{n}ca_k=c\sum_{k=1}^{n}a_k$ (단, c는 상수)

(4) $\sum_{k=1}^{n}c=cn$ (단, c는 상수)

8 자연수의 거듭제곱의 합

(1) $\sum_{k=1}^{n}k=1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$

(2) $\sum_{k=1}^{n}k^2=1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(3) $\sum_{k=1}^{n}k^3=1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2=\left(\sum_{k=1}^{n}k\right)^2$

9 여러 가지 수열의 합

(1) 일반항이 분수 꼴이고 분모가 서로 다른 두 일차식의 곱으로 나타내어져 있을 때, 두 개의 분수로 분해하는 방법, 즉

$\frac{1}{AB}=\frac{1}{B-A}\left(\frac{1}{A}-\frac{1}{B}\right)$ $(A\neq B)$를 이용하여 계산한다.

① $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+a)}=\frac{1}{a}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+a}\right)$ (단, $a\neq0$)

② $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(k+a)(k+b)}=\frac{1}{b-a}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k+a}-\frac{1}{k+b}\right)$ (단, $a\neq b$)

(2) 일반항의 분모가 근호가 있는 두 식의 합으로 나타내어져 있을 때, 분모를 유리화하는 방법을 이용하여 계산한다.

① $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k+a}+\sqrt{k}}=\frac{1}{a}\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+a}-\sqrt{k})$ (단, $a\neq0$)

② $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k+a}+\sqrt{k+b}}=\frac{1}{a-b}\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+a}-\sqrt{k+b})$ (단, $a\neq b$)

10 수열의 귀납적 정의

처음 몇 개의 항의 값과 이웃하는 항들 사이의 관계식으로 수열 $\{a_n\}$을 정의하는 것을 수열의 귀납적 정의라고 한다. 귀납적으로 정의된 수열 $\{a_n\}$의 항의 값을 구할 때에는 n에 1, 2, 3, $\cdots$을 차례로 대입한다.

예를 들면 $a_1=1$, $a_{n+1}=a_n+2$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$과 같이 귀납적으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에서

$$a_2=a_1+2=1+2=3,\ a_3=a_2+2=3+2=5,\ a_4=a_3+2=5+2=7,\ \cdots$$

이므로 수열 $\{a_n\}$은 1, 3, 5, 7, $\cdots$이다.

11 수학적 귀납법

자연수 n에 대한 명제 $p(n)$이 모든 자연수 n에 대하여 성립함을 증명하려면 다음 두 가지를 보이면 된다.

(i) $n=1$일 때, 명제 $p(n)$이 성립한다. 즉, $p(1)$이 성립한다.

(ii) $n=k$일 때, 명제 $p(n)$이 성립한다고 가정하면 $n=k+1$일 때도 명제 $p(n)$이 성립한다.

이와 같은 방법으로 모든 자연수 n에 대하여 명제 $p(n)$이 참임을 증명하는 것을 수학적 귀납법이라고 한다.

유형 1 등차수열의 뜻과 일반항

출제경향 | 등차수열의 일반항을 이용하여 공차 또는 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건을 만족시키는 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항 a와 공차 d를 구한 후 등차수열의 일반항

$a_n=a+(n-1)d\ (n=1, 2, 3, \cdots)$

을 이용하여 문제를 해결한다.

특히 서로 다른 두 항 a_m과 a_n 사이에

$a_m-a_n=(m-n)d$

가 성립함을 이용하면 편리할 수 있다.

필수 유형 ❶ | 2019학년도 대수능 |

첫째항이 4인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_{10}-a_7=6$

일 때, a_4의 값은? [3점]

① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

01

▸ 23054-0058

공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_2=3,\ a_7-a_5=3-d$

일 때, a_4의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

02

▸ 23054-0059

첫째항이 45이고 공차가 -7인 등차수열 $\{a_n\}$과 첫째항과 공차가 같고 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{b_n\}$에 대하여 수열 $\{c_n\}$을 $c_n=a_n+b_n$이라 하자. $c_n>100$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값이 10일 때, b_1의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

03

▸ 23054-0060

3으로 나눈 나머지가 1인 모든 자연수를 작은 것부터 크기순으로 나열한 수열을 $\{a_n\}$, 4로 나눈 나머지가 2인 모든 자연수를 작은 것부터 크기순으로 나열한 수열을 $\{b_n\}$이라 하자. $a_k=b_m$을 만족시키는 20 이하의 두 자연수 k, m에 대하여 $k+m$의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오.

유형 2 등차수열의 합

출제경향 | 주어진 조건으로부터 등차수열의 합을 구하거나 등차수열의 합을 이용하여 첫째항, 공차, 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건에서 첫째항과 공차를 구하고 등차수열의 합의 공식을 이용하여 문제를 해결한다.
등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 다음을 이용하여 S_n을 구한다.
(1) 첫째항이 a, 제n항(끝항)이 l일 때

$$S_n=\frac{n(a+l)}{2}$$

(2) 첫째항이 a, 공차가 d일 때

$$S_n=\frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$$

필수 유형 ② | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_k=-16$, $S_{k+2}=-12$를 만족시키는 자연수 k에 대하여 a_{2k}의 값을 구하시오. [4점]

04

▸ 23054-0061

첫째항이 3이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $b_n=a_{2n-1}+a_{2n}$이라 하자. 수열 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, S_5의 값은?

① 118 ② 119 ③ 120 ④ 121 ⑤ 122

05

▸ 23054-0062

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여 $S_{n+1}+S_n=3n^2-28n-14$를 만족시킬 때, a_6의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

06

▸ 23054-0063

모든 항이 양수이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$이 있다. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하고 수열 $\{b_n\}$을 $b_n=\frac{(a_{n+1})^2-(a_n)^2}{3}$이라 하자. $b_1=4$, $b_3=\frac{1}{3}S_6$일 때, a_4의 값은?

① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$

07

▸ 23054-0064

두 함수 $f(x)=\sin \pi x$, $g(x)=-x-1$이 있다. 자연수 n에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=g(x-2n)$의 그래프가 만나는 점 중 y좌표가 0이 아닌 두 점을 각각 A_n, B_n이라 하고 두 점 A_n, B_n의 x좌표를 각각 a_n, b_n $(a_n<b_n)$이라 하자. 수열 $\{c_n\}$을 $c_n=a_n+b_n$이라 하고 수열 $\{c_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $S_n>100$을 만족시키는 n의 최솟값을 구하시오.

유형 3 등비수열의 뜻과 일반항

출제경향 | 등비수열의 일반항을 이용하여 공비 또는 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건을 만족시키는 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항 a와 공비 r를 구한 후 등비수열의 일반항

$a_n=ar^{n-1}$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$

을 이용하여 문제를 해결한다.

특히 서로 다른 두 항 a_m과 a_n 사이에

$\dfrac{a_m}{a_n}=r^{m-n}$ $(a_1\neq 0, r\neq 0)$

이 성립함을 이용하면 편리할 수 있다.

필수 유형 ❸ | 2020학년도 대수능 |

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{a_{16}}{a_{14}}+\frac{a_8}{a_7}=12$$

일 때, $\dfrac{a_3}{a_1}+\dfrac{a_6}{a_3}$의 값을 구하시오. [3점]

08

▸ 23054-0065

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1=\frac{1}{9},\ \frac{a_4}{a_3}=\sqrt{6}$$

일 때, a_5의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

09

▸ 23054-0066

모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_3-a_1=4,\ a_7-a_5=36$$

일 때, a_9의 값은?

① 162 ② 163 ③ 164 ④ 165 ⑤ 166

10

▸ 23054-0067

첫째항이 자연수이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{a_1+a_2}{a_4+a_5}=\frac{1}{2},\ a_{10}\leq 40$$

을 만족시키는 모든 a_1의 값의 합은?

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

유형 4 등비수열의 합

출제경향 | 주어진 조건으로부터 등비수열의 합을 구하거나 등비수열의 합을 이용하여 공비 또는 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건에서 첫째항과 공비를 구하고 등비수열의 합의 공식을 이용하여 문제를 해결한다.
첫째항이 a, 공비가 r $(r\neq 0)$인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 다음을 이용하여 S_n을 구한다.
(1) $r=1$일 때, $S_n=na$
(2) $r\neq 1$일 때, $S_n=\frac{a(r^n-1)}{r-1}=\frac{a(1-r^n)}{1-r}$

필수 유형 4 | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$a_1=1,\ \frac{S_6}{S_3}=2a_4-7$$

일 때, a_7의 값을 구하시오. [3점]

11

▸ 23054-0068

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$a_1=3,\ S_8=10S_4$$

일 때, a_3의 값은?

① 9 ② $9\sqrt{3}$ ③ 27
④ $27\sqrt{3}$ ⑤ 81

12

▸ 23054-0069

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$이

$$\frac{a_1a_4}{a_3}=2,\ a_2+a_6=10$$

을 만족시킨다. 모든 자연수 n에 대하여 $b_n=\frac{a_{2n}}{2a_{n+1}}$이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제8항까지의 합은?

① $\frac{7}{2}(\sqrt{2}+1)$ ② $\frac{11}{2}(\sqrt{2}+1)$ ③ $\frac{15}{2}(\sqrt{2}+1)$
④ $\frac{19}{2}(\sqrt{2}+1)$ ⑤ $\frac{23}{2}(\sqrt{2}+1)$

13

▸ 23054-0070

등비수열 $\{a_n\}$의 공비는 $\sqrt[5]{3}$이다. 모든 자연수 n에 대하여

$$\begin{cases} b_n=a_n+a_{n+1} \\ c_n=a_{2n-1}+a_{2n} \end{cases}$$

이라 하자. 두 수열 $\{b_n\}$, $\{c_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 각각 S_n, T_n이라 할 때, $T_5-S_5=8$을 만족시킨다. $a_2+a_3+a_4+a_5$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

수학 I

유형 5 등차중항과 등비중항

출제경향 | 3개 이상의 수가 등차수열 또는 등비수열을 이루는 조건이 주어지는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 3개 이상의 수가 등차수열 또는 등비수열을 이루는 조건이 주어진 문제에서는 다음의 등차중항 또는 등비중항의 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) 세 수 a, b, c가 이 순서대로 등차수열을 이루면 $2b=a+c$가 성립한다.

(2) 0이 아닌 세 수 a, b, c가 이 순서대로 등비수열을 이루면 $b^2=ac$가 성립한다.

필수 유형 5 | 2020학년도 대수능 6월 모의평가 |

자연수 n에 대하여 x에 대한 이차방정식

$$x^2-nx+4(n-4)=0$$

이 서로 다른 두 실근 α, β $(\alpha<\beta)$를 갖고, 세 수 1, α, β가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, n의 값은? [3점]

① 5 ② 8 ③ 11
④ 14 ⑤ 17

14

▸ 23054-0071

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1+a_3=24,\ a_2a_4=256$$

일 때, a_5의 값은?

① 16 ② 24 ③ 32
④ 40 ⑤ 48

15

▸ 23054-0072

0이 아닌 두 실수 a, b가 다음 조건을 만족시킬 때, ab의 값은?

(가) 세 수 a, $a+b$, ab는 이 순서대로 등차수열을 이룬다.
(나) 세 수 a^2, ab, $2b$는 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

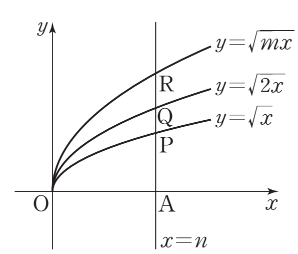
① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

16

▸ 23054-0073

$m>2$, $n>0$인 두 상수 m, n에 대하여 그림과 같이 세 함수 $y=\sqrt{x}$, $y=\sqrt{2x}$, $y=\sqrt{mx}$의 그래프와 직선 $x=n$이 만나는 점을 각각 P, Q, R라 하자. 점 A$(n,\ 0)$에 대하여 $\overline{\mathrm{PA}}$, $\overline{\mathrm{QA}}$, $\overline{\mathrm{RA}}$가 이 순서대로 등비수열을 이루고, $\overline{\mathrm{OP}}^2$, $\overline{\mathrm{OQ}}^2+4$, $\overline{\mathrm{OR}}^2+5$가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $m+n$의 값은?

(단, O는 원점이다.)



① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

유형 6 수열의 합과 일반항 사이의 관계

출제경향 | 수열의 합과 일반항 사이의 관계를 이용하여 일반항을 구하거나 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 다음과 같은 수열의 합과 일반항 사이의 관계를 이용하여 문제를 해결한다.

$a_1=S_1$

$a_n=S_n-S_{n-1}$ (단, $n=2, 3, 4, \cdots$)

필수 유형 6 | 2021학년도 대수능 9월 모의평가 |

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여

$$S_{n+3}-S_n=13\times 3^{n-1}$$

일 때, a_4의 값을 구하시오. [4점]

17

▸ 23054-0074

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여

$$S_n=2n^2+kn$$

이고 $a_4=20$일 때, a_1의 값은? (단, k는 상수이다.)

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

18

▸ 23054-0075

첫째항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\frac{S_{10}-S_8}{S_7-S_5}=4,\ (S_2-S_1)^3=108$$

일 때, $a_2\times a_6$의 값은?

① 100 ② 121 ③ 144 ④ 169 ⑤ 196

19

▸ 23054-0076

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, S_n이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 수열 $\{S_{2n-1}\}$은 공차가 3인 등차수열이다.
(나) 수열 $\{S_{2n}\}$은 공차가 4인 등차수열이다.

$a_{11}=a_{12}$일 때, a_7의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

유형 7 합의 기호 $\sum$의 뜻과 성질

출제경향 | 합의 기호 $\sum$의 뜻과 성질을 이용하여 수열의 합을 구하거나 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수열 $\{a_n\}$에서 합의 기호 $\sum$가 포함된 문제는 다음을 이용하여 해결한다.

(1) $\sum$의 뜻

① $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$

② $\sum_{k=m}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=1}^{m-1}a_k$ (단, $2\le m\le n$)

(2) $\sum$의 성질

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

① $\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k+\sum_{k=1}^{n}b_k$

② $\sum_{k=1}^{n}(a_k-b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=1}^{n}b_k$

③ $\sum_{k=1}^{n}ca_k=c\sum_{k=1}^{n}a_k$ (단, c는 상수)

④ $\sum_{k=1}^{n}c=cn$ (단, c는 상수)

필수 유형 7 | 2023학년도 대수능 |

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{5}(3a_k+5)=55,\ \sum_{k=1}^{5}(a_k+b_k)=32$$

일 때, $\sum_{k=1}^{5}b_k$의 값을 구하시오. [3점]

20 ▸ 23054-0077

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{15}a_k=12,\ \sum_{k=1}^{15}(2a_k-b_k)=17$$

일 때, $\sum_{k=1}^{15}(b_k+1)$의 값은?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

21 ▸ 23054-0078

수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}\{ka_{k+1}-(k+1)a_k\}=70$$

이고 $a_{11}=15$일 때, $\sum_{k=1}^{10}a_k(a_k+6)-\sum_{k=1}^{10}(a_k+2)^2$의 값은?

① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

22 ▸ 23054-0079

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n+b_n=2$$

를 만족시키고,

$$\sum_{k=1}^{10}\{(a_k)^2-(b_k)^2\}=310$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}(2a_k-4b_k)$의 값은?

① 415 ② 425 ③ 435 ④ 445 ⑤ 455

유형 8 자연수의 거듭제곱의 합

출제경향 | 자연수의 거듭제곱의 합을 나타내는 $\sum$의 공식을 이용하여 식의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 자연수의 거듭제곱의 합을 나타내는 $\sum$의 공식을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) $\sum_{k=1}^{n} k=\frac{n(n+1)}{2}$

(2) $\sum_{k=1}^{n} k^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(3) $\sum_{k=1}^{n} k^3=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

필수 유형 8 | 2020학년도 대수능 |

자연수 n에 대하여 다항식 $2x^2-3x+1$을 $x-n$으로 나누었을 때의 나머지를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{7}(a_n-n^2+n)$의 값을 구하시오.

[3점]

23

▸ 23054-0080

$\sum_{k=1}^{10} k(k^2+16)-\sum_{k=1}^{10} k^2(k+2)$의 값은?

① 102 ② 106 ③ 110
④ 114 ⑤ 118

24

▸ 23054-0081

$\sum_{k=1}^{20}\left(\frac{1}{3}k+a\right)=\sum_{k=1}^{12} k^2$일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

25

▸ 23054-0082

자연수 n에 대하여 x에 대한 이차방정식

$$nx^2-(n^2-12n)x-8=0$$

의 두 근의 합을 a_n, 두 근의 곱을 b_n이라 할 때, $\sum_{k=1}^{15}\frac{a_k}{b_k}$의 값은?

① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

26

▸ 23054-0083

자연수 n에 대하여 x에 대한 부등식

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2n}\ge\left(\frac{1}{2}\right)^{-x-8}$$

을 만족시키는 자연수 x의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$의 값은?

① 128 ② 136 ③ 144
④ 152 ⑤ 160

유형 9 여러 가지 수열의 합

출제경향 | 수열의 일반항을 소거되는 꼴로 변형하여 수열의 합을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수열의 일반항을 소거되는 꼴로 변형할 때에는 다음을 이용하여 해결한다.

(1) 일반항이 분수 꼴이고 분모가 서로 다른 두 일차식의 곱이면 다음과 같이 변형하여 문제를 해결한다.

① $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+a)}=\frac{1}{a}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+a}\right)$ (단, $a\neq0$)

② $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(k+a)(k+b)}=\frac{1}{b-a}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k+a}-\frac{1}{k+b}\right)$ (단, $a\neq b$)

(2) 일반항의 분모가 근호가 있는 두 식의 합이면 다음과 같이 변형하여 문제를 해결한다.

① $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k+a}+\sqrt{k}}=\frac{1}{a}\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+a}-\sqrt{k})$ (단, $a\neq0$)

② $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k+a}+\sqrt{k+b}}=\frac{1}{a-b}\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+a}-\sqrt{k+b})$ (단, $a\neq b$)

필수 유형 9 | 2023학년도 대수능 |

모든 항이 양수이고 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$이

$$\sum_{k=1}^{15}\frac{1}{\sqrt{a_k}+\sqrt{a_{k+1}}}=2$$

를 만족시킬 때, a_4의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

27

▸ 23054-0084

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1=1,\ a_4=a_2+8$$

일 때, $\sum_{k=1}^{15}\frac{1}{a_k a_{k+1}}$의 값은?

① $\frac{12}{61}$ ② $\frac{15}{61}$ ③ $\frac{18}{61}$ ④ $\frac{21}{61}$ ⑤ $\frac{24}{61}$

28

▸ 23054-0085

공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\sum_{k=1}^{10}\frac{a_k}{S_{k+1}S_k}=p$$

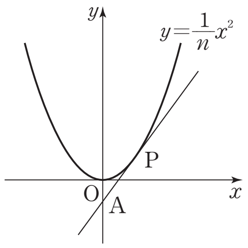
일 때, $\log_2(2^{11}-1)+\log_2(1-pa_1)$의 값은? (단, $a_1\neq0$)

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

29

▸ 23054-0086

그림과 같이 자연수 n에 대하여 점 $\mathrm{A}(0,\ -1)$에서 함수 $y=\frac{1}{n}x^2$의 그래프에 그은 기울기가 양수인 접선의 접점을 $\mathrm{P}(x_n,\ y_n)$이라 할 때, $\sum_{n=1}^{15}\frac{y_n}{x_n+x_{n+1}}$의 값은?



① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

유형 10 수열의 귀납적 정의

출제경향 | 처음 몇 개의 항의 값과 이웃하는 항들 사이의 관계식으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에서 특정한 항의 값을 구하는 문제, 귀납적으로 정의된 등차수열 또는 등비수열에 대한 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 첫째항 a_1의 값과 이웃하는 항들 사이의 관계식에서 n 대신 1, 2, 3, ⋯을 차례로 대입하거나 귀납적으로 정의된 등차수열 또는 등비수열에 대한 문제를 해결한다.

(1) 등차수열과 수열의 귀납적 정의
모든 자연수 n에 대하여
① $a_{n+1}-a_n=d$ (d는 상수)를 만족시키는 수열 $\{a_n\}$은 공차가 d인 등차수열이다.
② $2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$를 만족시키는 수열 $\{a_n\}$은 등차수열이다.

(2) 등비수열과 수열의 귀납적 정의
모든 자연수 n에 대하여
① $a_{n+1}=ra_n$ (r는 상수)를 만족시키는 수열 $\{a_n\}$은 공비가 r인 등비수열이다. (단, $a_n\neq 0$)
② $(a_{n+1})^2=a_na_{n+2}$를 만족시키는 수열 $\{a_n\}$은 등비수열이다.

필수 유형 ⑩ | 2021학년도 대수능 9월 모의평가 |

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=12$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}+a_n=(-1)^{n+1}\times n$$

을 만족시킨다. $a_k>a_1$인 자연수 k의 최솟값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

30 ▸ 23054-0087

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_7의 값을 구하시오.

(가) $2a_2+4a_3=3$
(나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_n=-\frac{1}{2}a_{n+1}$이다.

31 ▸ 23054-0088

모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=2$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\log_2 a_n\times\log_2 a_{n+1}=2n-1$$

을 만족시킬 때, $\log_2\frac{a_5}{a_2}$의 값은?

① 2 ② $\frac{12}{5}$ ③ $\frac{14}{5}$
④ $\frac{16}{5}$ ⑤ $\frac{18}{5}$

32 ▸ 23054-0089

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $\frac{a_1\times a_2}{4}$의 값을 구하시오.

(가) 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}=a_n+4$이다.
(나) $\sum_{k=1}^{10}a_k=a_1+a_2$

수학 I

유형 11 다양한 수열의 규칙성 찾기

출제경향 | 주어진 조건을 만족시키는 몇 개의 항을 나열하여 수열의 규칙을 찾는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건을 만족시키는 몇 개의 항을 구하여 규칙을 찾아 문제를 해결한다.

필수 유형 ⑪ | 2023학년도 대수능 |

모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_9의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값은? [4점]

(가) $a_7=40$
(나) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases} a_{n+1}+a_n & (a_{n+1}\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3}a_{n+1} & (a_{n+1}\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

① 216　② 218　③ 220　④ 222　⑤ 224

33
▸ 23054-0090

첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} 2a_n & (a_n<10) \\ a_n-10 & (a_n\geq 10) \end{cases}$$

일 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$의 값은?

① 103　② 114　③ 125　④ 136　⑤ 147

34
▸ 23054-0091

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n+a_{n+1}=\frac{1}{2}n+2$$

를 만족시킨다. $a_{25}=20$일 때, a_1의 값은?

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

35
▸ 23054-0092

모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} 6a_n & (a_n\text{이 홀수}) \\ \frac{1}{2}a_n+1 & (a_n\text{이 짝수}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_3=4$이고 $a_2>a_1$일 때, $a_k<a_2$를 만족시키는 20 이하의 자연수 k의 개수는?

① 7　② 8　③ 9　④ 10　⑤ 11

유형 12 수학적 귀납법

출제경향 | 수학적 귀납법을 이용하여 명제를 증명하는 과정에서 빈칸에 알맞은 식이나 수를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 명제를 수학적 귀납법으로 증명하는 과정의 앞뒤 관계를 파악하여 빈칸에 알맞은 식이나 수를 구한다.

필수 유형 ⑫ | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n=(2^{2n}-1)\times 2^{n(n-1)}+(n-1)\times 2^{-n}$$

이다. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k=2^{n(n+1)}-(n+1)\times 2^{-n} \quad \cdots\cdots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$일 때, (좌변)$=3$, (우변)$=3$이므로 $(*)$이 성립한다.

(ii) $n=m$일 때, $(*)$이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{m} a_k=2^{m(m+1)}-(m+1)\times 2^{-m}$$

이다. $n=m+1$일 때,

$$\sum_{k=1}^{m+1} a_k=2^{m(m+1)}-(m+1)\times 2^{-m}+(2^{2m+2}-1)\times \boxed{(가)}+m\times 2^{-m-1}$$

$$=\boxed{(가)}\times\boxed{(나)}-\frac{m+2}{2}\times 2^{-m}$$

$$=2^{(m+1)(m+2)}-(m+2)\times 2^{-(m+1)}$$

이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k=2^{n(n+1)}-(n+1)\times 2^{-n}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $\frac{g(7)}{f(3)}$의 값은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 8
④ 16 ⑤ 32

36

▶ 23054-0093

다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\frac{1\times 2^2}{2n^2-1}+\frac{5\times 4^2}{2n^2-1}+\frac{9\times 6^2}{2n^2-1}+\cdots+\frac{(4n-3)\times(2n)^2}{2n^2-1}$$
$$=2n(n+1) \quad \cdots\cdots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$일 때,

(좌변)$=4$, (우변)$=4$이므로 $(*)$이 성립한다.

(ii) $n=k$일 때, $(*)$이 성립한다고 가정하면

$$\frac{1\times 2^2}{2k^2-1}+\frac{5\times 4^2}{2k^2-1}+\frac{9\times 6^2}{2k^2-1}+\cdots+\frac{(4k-3)\times(2k)^2}{2k^2-1}$$
$$=2k(k+1)$$

이다. 이때

$$1\times 2^2+5\times 4^2+9\times 6^2+\cdots+(4k-3)\times(2k)^2+(4k+1)\times(2k+2)^2$$
$$=\boxed{(가)}+(4k+1)\times(2k+2)^2$$
$$=2(k+1)\times(k+2)\times\{2\times(\boxed{(나)})+1\}$$

이므로

$$\frac{1\times 2^2}{2(k+1)^2-1}+\frac{5\times 4^2}{2(k+1)^2-1}+\frac{9\times 6^2}{2(k+1)^2-1}+\cdots+\frac{(4k+1)\times\{2(k+1)\}^2}{2(k+1)^2-1}$$
$$=2(k+1)(k+2)$$

이다. 따라서 $n=k+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여

$$\frac{1\times 2^2}{2n^2-1}+\frac{5\times 4^2}{2n^2-1}+\frac{9\times 6^2}{2n^2-1}+\cdots+\frac{(4n-3)\times(2n)^2}{2n^2-1}$$
$$=2n(n+1)$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$라 할 때, $\frac{f(5)}{g(3)}$의 값은?

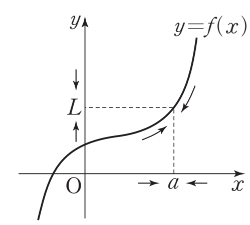
① 194 ② 196 ③ 198
④ 200 ⑤ 202

수학 I

04 함수의 극한과 연속

1 함수의 수렴과 발산

(1) 함수의 수렴



① 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a가 아니면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$는 L에 수렴한다고 한다. 이때 L을 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 극한값 또는 극한이라고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to a} f(x)=L$ 또는 $x \to a$일 때 $f(x) \to L$

② 함수 $f(x)$에서 x의 값이 한없이 커질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$는 L에 수렴한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to \infty} f(x)=L$ 또는 $x \to \infty$일 때 $f(x) \to L$

③ 함수 $f(x)$에서 x의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$는 L에 수렴한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to -\infty} f(x)=L$ 또는 $x \to -\infty$일 때 $f(x) \to L$

(2) 함수의 발산

① 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a가 아니면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 한없이 커지면 함수 $f(x)$는 양의 무한대로 발산한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to a} f(x)=\infty$ 또는 $x \to a$일 때 $f(x) \to \infty$

또 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a가 아니면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지면 함수 $f(x)$는 음의 무한대로 발산한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to a} f(x)=-\infty$ 또는 $x \to a$일 때 $f(x) \to -\infty$

② 함수 $f(x)$에서 x의 값이 한없이 커지거나 x의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, 함수 $f(x)$가 양의 무한대나 음의 무한대로 발산하면 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to \infty} f(x)=\infty$, $\lim_{x \to \infty} f(x)=-\infty$, $\lim_{x \to -\infty} f(x)=\infty$, $\lim_{x \to -\infty} f(x)=-\infty$

2 함수의 좌극한과 우극한

(1) 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a보다 작으면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 L을 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 좌극한이라고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to a-} f(x)=L$ 또는 $x \to a-$일 때 $f(x) \to L$

또 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a보다 크면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 L을 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 우극한이라고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to a+} f(x)=L$ 또는 $x \to a+$일 때 $f(x) \to L$

(2) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서의 좌극한 $\lim_{x \to a-} f(x)$와 우극한 $\lim_{x \to a+} f(x)$가 모두 존재하고 그 값이 서로 같으면 극한값 $\lim_{x \to a} f(x)$가 존재한다. 또한 그 역도 성립한다. 즉, $\lim_{x \to a-} f(x)=\lim_{x \to a+} f(x)=L \Longleftrightarrow \lim_{x \to a} f(x)=L$ (단, L은 실수)

3 함수의 극한에 대한 성질

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x \to a} f(x)=\alpha$, $\lim_{x \to a} g(x)=\beta$ (α, β는 실수)일 때

(1) $\lim_{x \to a} \{cf(x)\}=c\lim_{x \to a} f(x)=c\alpha$ (단, c는 상수)

(2) $\lim_{x \to a} \{f(x)+g(x)\}=\lim_{x \to a} f(x)+\lim_{x \to a} g(x)=\alpha+\beta$

(3) $\lim_{x \to a} \{f(x)-g(x)\}=\lim_{x \to a} f(x)-\lim_{x \to a} g(x)=\alpha-\beta$

(4) $\lim_{x \to a} \{f(x)g(x)\}=\lim_{x \to a} f(x)\times\lim_{x \to a} g(x)=\alpha\beta$

(5) $\lim_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)}=\dfrac{\alpha}{\beta}$ (단, $\beta \neq 0$)

4 미정계수의 결정

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 다음 성질을 이용하여 미정계수를 결정할 수 있다.

(1) $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}=\alpha$ (α는 실수)이고 $\lim\limits_{x \to a} g(x)=0$이면 $\lim\limits_{x \to a} f(x)=0$이다.

(2) $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}=\alpha$ ($\alpha \neq 0$인 실수)이고 $\lim\limits_{x \to a} f(x)=0$이면 $\lim\limits_{x \to a} g(x)=0$이다.

5 함수의 극한의 대소 관계

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim\limits_{x \to a} f(x)=\alpha$, $\lim\limits_{x \to a} g(x)=\beta$ (α, β는 실수)일 때, a에 가까운 모든 실수 x에 대하여

(1) $f(x) \leq g(x)$이면 $\alpha \leq \beta$이다.

(2) 함수 $h(x)$에 대하여 $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$이고 $\alpha=\beta$이면 $\lim\limits_{x \to a} h(x)=\alpha$이다.

6 함수의 연속

(1) 함수 $f(x)$가

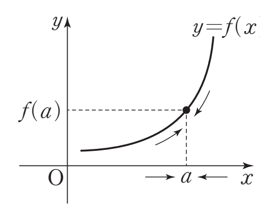
(ⅰ) $x=a$에서 정의되어 있고

(ⅱ) $\lim\limits_{x \to a} f(x)$가 존재하며

(ⅲ) $\lim\limits_{x \to a} f(x)=f(a)$

일 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이라고 한다.

또 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이 아닐 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 불연속이라고 한다.



(2) 함수 $f(x)$가 열린구간 (a, b)의 모든 실수에 대하여 연속일 때, 함수 $f(x)$는 열린구간 (a, b)에서 연속 또는 연속함수라고 한다.

한편, 함수 $f(x)$가 다음 두 조건을 모두 만족시킬 때, 함수 $f(x)$는 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이라고 한다.

(ⅰ) 함수 $f(x)$가 열린구간 (a, b)에서 연속이다.

(ⅱ) $\lim\limits_{x \to a+} f(x)=f(a)$, $\lim\limits_{x \to b-} f(x)=f(b)$

7 연속함수의 성질

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $x=a$에서 연속이면 다음 함수도 $x=a$에서 연속이다.

(1) $cf(x)$ (단, c는 상수)

(2) $f(x)+g(x)$, $f(x)-g(x)$

(3) $f(x)g(x)$

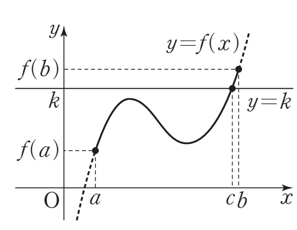
(4) $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ (단, $g(a) \neq 0$)

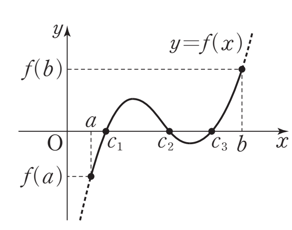
8 최대 · 최소 정리

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이면 함수 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.

9 사잇값의 정리

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$이면 $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k에 대하여 $f(c)=k$인 c가 열린구간 (a, b)에 적어도 하나 존재한다.





참고 사잇값의 정리에 의하여 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a)$와 $f(b)$의 부호가 서로 다르면 $f(c)=0$인 c가 열린구간 (a, b)에 적어도 하나 존재한다.

즉, 방정식 $f(x)=0$은 열린구간 (a, b)에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

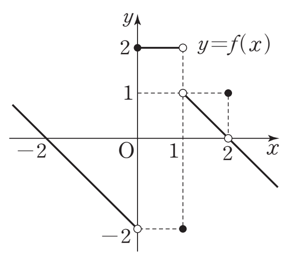
유형 1 함수의 좌극한과 우극한

출제경향 | 함수의 식과 그래프에서 좌극한과 우극한, 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 정의역의 범위에 따라 다르게 정의된 함수 또는 그래프에서 좌극한과 우극한, 극한값을 구하는 과정을 이해하여 해결한다.

필수 유형 1 | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to0-}f(x)+\lim_{x\to1+}f(x)$의 값은? [3점]

① -2　② -1　③ 0
④ 1　⑤ 2

01

▸ 23054-0094

함수 $f(x)=\begin{cases} x+2 & (x\le1) \\ \frac{1}{2}(x-1)^2-2 & (x>1) \end{cases}$ 에 대하여

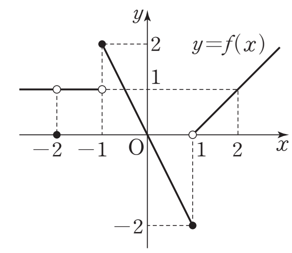
$\lim_{x\to1-}f(x)+\lim_{x\to1+}f(x)$의 값은?

① 0　② 1　③ 2
④ 3　⑤ 4

02

▸ 23054-0095

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to-1+}\{f(x)-2\}+\lim_{x\to2-}f(x-1)$의 값은?

① -3　② -2　③ -1
④ 0　⑤ 1

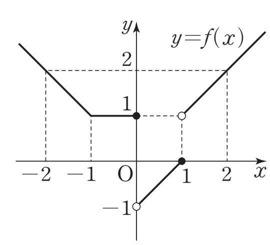
03

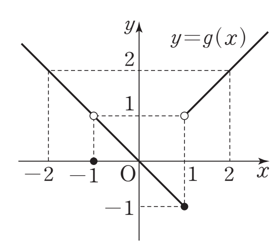
▸ 23054-0096

두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같다.

$$\lim_{x\to1-}f(x)+\lim_{x\to1+}g(x)=f(k)+\lim_{x\to-1}g(x)$$

를 만족시키는 상수 k의 값은? (단, $-2\le k\le2$)





① -2　② -1　③ 0
④ 1　⑤ 2

유형 2 함수의 극한값의 계산

출제경향 | $\frac{0}{0}$ 꼴, $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴, $\infty-\infty$ 꼴의 함수의 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) $\frac{0}{0}$ 꼴의 유리식은 분모, 분자를 각각 인수분해하고 약분한 다음 극한값을 구한다.

(2) $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 유리식은 분모의 최고차항으로 분모, 분자를 나눈 다음 극한값을 구한다.

(3) $\infty-\infty$ 꼴의 무리식은 분모 또는 분자의 무리식을 유리화한 다음 극한값을 구한다.

필수 유형 ❷ | 2021학년도 대수능 9월 모의평가 |

$\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2+9x+8}{x+1}$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

04

▸ 23054-0097

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{10x-x^2}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

05

▸ 23054-0098

$\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x(2x+3)}{3x^2+2x+1}$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

06

▸ 23054-0099

$\lim\limits_{x \to \infty} \{\sqrt{x(x+k)}-x\}=2$일 때, 상수 k의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

07

▸ 23054-0100

모든 양의 실수 x에 대하여 함수 $f(x)$가

$$\frac{x^2-2}{6x} \le f(x) \le \frac{x^2+2}{6x}$$

를 만족시킬 때, $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2f(x)}{x}$의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

유형 3 함수의 극한에 대한 성질

출제경향 | 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 문제를 해결한다.
즉, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여
$\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$, $\lim_{x\to a} g(x)=\beta$ (α, β는 실수)일 때

(1) $\lim_{x\to a}\{cf(x)\}=c\alpha$ (단, c는 상수)

(2) $\lim_{x\to a}\{f(x)+g(x)\}=\alpha+\beta$

$\lim_{x\to a}\{f(x)-g(x)\}=\alpha-\beta$

(3) $\lim_{x\to a}\{f(x)g(x)\}=\alpha\beta$

(4) $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\alpha}{\beta}$ (단, $\beta\neq0$)

필수 유형 ③ | 2018학년도 대수능 |

함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to1}(x+1)f(x)=1$을 만족시킬 때, $\lim_{x\to1}(2x^2+1)f(x)=a$이다. $20a$의 값을 구하시오. [3점]

08

▸ 23054-0101

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x\to0}f(x)=2,\ \lim_{x\to0}\{f(x)g(x)-2f(x)\}=6$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x\to0}g(x)$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

09

▸ 23054-0102

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x^2-1}=\frac{3}{2}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x\to1}\dfrac{x^3-1}{xf(x)}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10

▸ 23054-0103

일차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to0}f(x)=2,\ \lim_{x\to1}\frac{3(x^2-1)}{(x-1)f(x)}=2$$

를 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

11

▸ 23054-0104

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to1-}f(x)+\lim_{x\to1+}2f(x)=6$

(나) $\lim_{x\to1}\{f(x)g(x)+2xf(x)\}=10$

$\lim_{x\to1}\{3f(x)+2g(x)\}$의 값을 구하시오.

유형 4 극한을 이용한 미정계수 또는 함수의 결정

출제경향 | 함수의 극한에 대한 조건이 주어질 때, 미정계수를 구하거나 다항함수 또는 함숫값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$ (α는 실수)일 때

(1) $\lim_{x \to a} g(x) = 0$이면 $\lim_{x \to a} f(x) = 0$

(2) $\alpha \neq 0$이고 $\lim_{x \to a} f(x) = 0$이면 $\lim_{x \to a} g(x) = 0$

필수 유형 4 | 2018학년도 대수능 9월 모의평가 |

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2$

(나) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = 3$

$f(2)$의 값은? [3점]

① 11 ② 14 ③ 17
④ 20 ⑤ 23

12

▸ 23054-0105

두 상수 a, b에 대하여

$\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x+a}-b}{x^2-4} = \frac{1}{16}$일 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

13

▸ 23054-0106

다항함수 $y=f(x)$의 그래프가 점 $(1, 4)$를 지나고

$\lim_{x \to 1} \frac{(x-1)f(x)}{(x+a)(x+b)} = \frac{1}{4}$이 성립한다. $a+b$의 값을 구하시오.

(단, a, b는 상수이다.)

14

▸ 23054-0107

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)-ax^2}{x+1} = 4$

(나) $\lim_{x \to -2} \frac{f(x)}{x+2} = 4$

$f(1)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

유형 5 함수의 극한의 활용

출제경향 | 주어진 조건을 활용하여 좌표평면에서 교점의 개수, 선분의 길이, 도형의 넓이 등을 함수로 나타내고 그 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

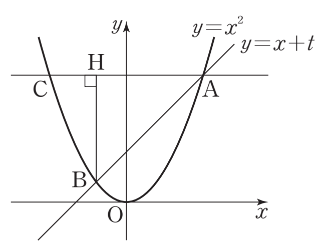
출제유형잡기 | 함수의 그래프의 개형, 도형의 성질 등을 활용하여 교점의 개수, 선분의 길이, 도형의 넓이 등을 한 문자에 대한 함수로 나타내고, 함수의 극한의 뜻, 좌극한과 우극한의 뜻, 함수의 극한에 대한 기본 성질을 이용하여 극한값을 구한다.

필수 유형 5 | 2023학년도 대수능 9월 모의평가 |

실수 t $(t>0)$에 대하여 직선 $y=x+t$와 곡선 $y=x^2$이 만나는 두 점을 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=x^2$과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C, 점 B에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\lim_{t\to 0+}\frac{\overline{\mathrm{AH}}-\overline{\mathrm{CH}}}{t}$의 값은?

(단, 점 A의 x좌표는 양수이다.) [4점]

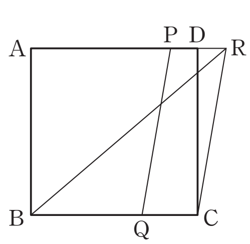
① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5



15

▸ 23054-0108

그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD의 변 AD 위에 $\overline{\mathrm{PD}}=t$ $(0<t<1)$인 점 P가 있다. 선분 BC를 2 : 1로 내분하는 점을 Q라 하고 점 C를 지나고 직선 PQ와 평행한 직선이 직선 AD와 만나는 점을 R라 하자. $\lim_{t\to 0+}\frac{\overline{\mathrm{PD}}}{5-\overline{\mathrm{BR}}}$의 값은?

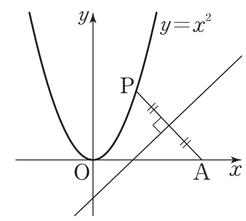


① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

16

▸ 23054-0109

그림과 같이 $t\neq 4$인 양의 실수 t에 대하여 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $\mathrm{P}(t, t^2)$과 x축 위의 점 $\mathrm{A}(4, 0)$이 있다. 선분 PA의 수직이등분선의 x절편을 $f(t)$라 할 때, $\lim_{t\to\infty}\frac{f(t)}{t^3}$의 값은?

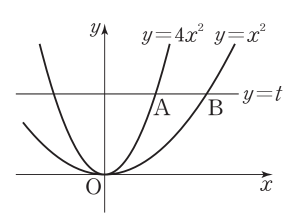


① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

17

▸ 23054-0110

그림과 같이 양의 실수 t에 대하여 두 함수 $y=4x^2$, $y=x^2$의 그래프가 직선 $y=t$와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 원점 O에 대하여 선분 OA의 길이를 $f(t)$, 선분 OB의 길이를 $g(t)$라 할 때, $\lim_{t\to\infty}\{g(t)-f(t)\}$의 값은?



① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

18

▸ 23054-0111

3보다 큰 실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 두 함수 $y=\frac{3x+4}{x-2}$, $y=\frac{3x-8}{x-2}$의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 원점 O에 대하여 삼각형 OAB의 넓이를 $f(t)$라 할 때, $\lim_{t\to3+}(t^2-4t+3)f(t)$의 값은?

① 24 ② 28 ③ 32
④ 36 ⑤ 40

19

▸ 23054-0112

정의역이 $\{x\,|\,x\geq0\}$인 함수 $y=f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0\leq x<2$일 때, $f(x)=|x-1|$이다.
(나) $x\geq0$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2)=f(x)$이다.

양의 실수 t에 대하여 직선 $y=\frac{x}{t}$가 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하자.
$\lim_{t\to4-}g(t)+g(6)+\lim_{t\to8+}g(t)$의 값을 구하시오.

유형 6 함수의 연속

출제경향 | 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이기 위한 조건을 이용하여 함수의 미정계수를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수 $f(x)$가 실수 a에 대하여 다음 세 조건을 만족시키면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이다.
(i) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 정의되어 있다.
(ii) $\lim_{x\to a}f(x)$가 존재한다.
(iii) $\lim_{x\to a}f(x)=f(a)$
그러므로 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 연속성은
$\lim_{x\to a-}f(x)$, $\lim_{x\to a+}f(x)$, $f(a)$
의 세 값을 비교하여 결정한다.

필수 유형 6 | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} x+a & (x<-1) \\ x & (-1\leq x<3) \\ bx-2 & (x\geq3) \end{cases}$$

이다. 함수 $|f(x)|$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3
④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

20

▸ 23054-0113

상수 a에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} x-a & (x<2) \\ ax+3 & (x\geq2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(1)+f(3)$의 값은?

① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3
④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

21

▸ 23054-0114

함수

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} & (x\neq 1) \\ a & (x=1) \end{cases}$$

이 $x=1$에서 연속일 때, 상수 a의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

22

▸ 23054-0115

이차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 두 상수 a, b에 대하여 함수 $g(x)$가 다음과 같다.

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+x+a}{x^2-x} & (x<0) \\ x+b & (0\leq x<2) \\ f(x) & (x\geq 2) \end{cases}$$

함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이고 $x\geq 2$에서 함수 $f(x)$의 최솟값이 0일 때, 닫힌구간 $[-5, 5]$에서 함수 $g(x)$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

23

▸ 23054-0116

이차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{2} & (x<1) \\ \dfrac{1}{f(x)} & (1\leq x\leq 3) \\ \dfrac{1}{6} & (x>3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이다. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표를 $(0, k)$라 할 때, 자연수 k의 최댓값을 구하시오.

24

▸ 23054-0117

정의역이 $\{x|x\geq 0\}$인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0\leq x<3$일 때, $f(x)=(x-1)^2$이다.
(나) 3 이상의 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x-3)+3$이다.

$t\neq 1$인 실수 t에 대하여 직선 $y=tx+1$이 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $g(0)=2$
ㄴ. $\lim_{t\to 1+} g(t)=\infty$
ㄷ. 함수 $g(t)$가 $t=a$에서 불연속인 실수 a의 값을 작은 것부터 순서대로 나열한 것이 a_1, a_2, a_3, $\cdots$일 때, $a_3=-14+6\sqrt{6}$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 7 연속함수의 성질과 사잇값의 정리

출제경향 | 연속 또는 불연속인 함수들의 합, 차, 곱 또는 몫으로 만들어진 함수의 연속성을 묻는 문제와 연속함수에서 사잇값의 정리를 이용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $x=a$에서 연속이면 함수 $cf(x)$, $f(x)+g(x)$, $f(x)-g(x)$, $f(x)g(x)$, $\dfrac{f(x)}{g(x)}$도 $x=a$에서 연속임을 이용한다. (단, c는 상수, $g(a)\neq 0$)

(2) 사잇값의 정리를 이용하면 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a)f(b)<0$이면 방정식 $f(x)=0$은 열린구간 (a, b)에서 적어도 하나의 실근을 갖는다는 것을 알 수 있다.

필수 유형 7 | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수

$$f(x)=\begin{cases} -2x+6 & (x<a) \\ 2x-a & (x\geq a) \end{cases}$$

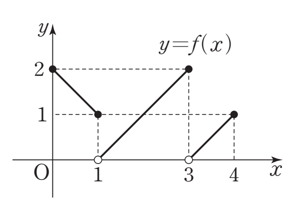
에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a의 값의 합은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

25

▸ 23054-0118

닫힌구간 $[0, 4]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



이차함수 $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)=f(x)g(x)$가 닫힌구간 $[0, 4]$에서 연속이고 $h(0)-h(4)=-6$일 때, 함수 $g(x)$는 $x=k$에서 최댓값 M을 갖는다. $k+M$의 값은?

(단, k는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26

▸ 23054-0119

두 함수 $f(x)=x^2-x-2$, $g(x)=x-|3x|+4$에 대하여 함수

$$h(x)=\begin{cases} \dfrac{f(x)}{g(x)} & (x\neq -1,\ x\neq 2) \\ a & (x=-1) \\ b & (x=2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a\times b$의 값은?

① $\dfrac{3}{4}$ ② $\dfrac{7}{8}$ ③ 1 ④ $\dfrac{9}{8}$ ⑤ $\dfrac{5}{4}$

27

▸ 23054-0120

두 함수 $f(x)=x^5+x^4+3x^3-1$, $g(x)=x^4+2x^3-x+k$에 대하여 방정식 $f(x)-g(x)=0$은 실수 k의 값에 관계없이 오직 하나의 실근을 갖는다. 이 실근이 열린구간 $(1, 2)$에 속하도록 하는 정수 k의 개수를 구하시오.

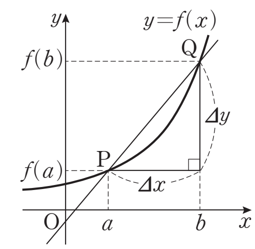
05 다항함수의 미분법

1 평균변화율

(1) 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 b까지 변할 때, 함수 $y=f(x)$의 평균변화율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x} \text{ (단, } \Delta x=b-a\text{)}$$

(2) 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 b까지 변할 때의 함수 $y=f(x)$의 평균변화율은 곡선 $y=f(x)$ 위의 두 점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$, $\mathrm{Q}(b,\ f(b))$를 지나는 직선 PQ의 기울기를 나타낸다.

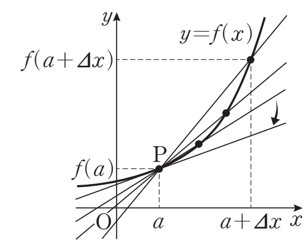


2 미분계수

(1) 함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$는

$$f'(a)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

(2) 함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$는 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$에서의 접선의 기울기를 나타낸다.

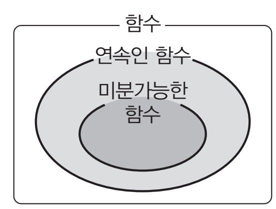


3 미분가능과 연속

(1) 함수 $f(x)$에 대하여 $x=a$에서 미분계수 $f'(a)$가 존재할 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하다고 한다.

(2) 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에서 미분가능할 때, 함수 $f(x)$는 그 구간에서 미분가능하다고 한다. 또한 함수 $f(x)$를 그 구간에서 미분가능한 함수라고 한다.

(3) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이다. 그러나 일반적으로 그 역은 성립하지 않는다.



4 도함수

(1) 미분가능한 함수 $y=f(x)$의 정의역에 속하는 모든 x에 대하여 각각의 미분계수 $f'(x)$를 대응시키는 함수를 함수 $y=f(x)$의 도함수라 하고, 이것을 기호로 $f'(x)$, y', $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d}{dx}f(x)$와 같이 나타낸다.

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

(2) 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$를 구하는 것을 함수 $f(x)$를 x에 대하여 미분한다고 하고, 그 계산법을 미분법이라고 한다.

5 미분법의 공식

(1) 함수 $y=x^n$ (n은 양의 정수)와 상수함수의 도함수

① $y=x^n$ (n은 양의 정수)이면 $y'=nx^{n-1}$

② $y=c$ (c는 상수)이면 $y'=0$

(2) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때

① $\{cf(x)\}'=cf'(x)$ (단, c는 상수)

② $\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)$

③ $\{f(x)-g(x)\}'=f'(x)-g'(x)$

④ $\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

6 접선의 방정식

함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

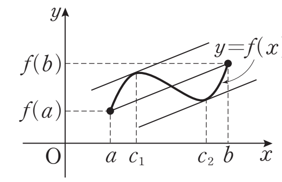
7 평균값 정리

(1) 롤의 정리

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 열린구간 (a, b)에서 미분가능할 때, $f(a)=f(b)$이면 $f'(c)=0$인 c가 a와 b 사이에 적어도 하나 존재한다.

(2) 평균값 정리

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 열린구간 (a, b)에서 미분가능하면 $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$인 c가 a와 b 사이에 적어도 하나 존재한다.



8 함수의 증가와 감소

(1) 함수 $f(x)$가 어떤 구간에 속하는 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여

① $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)<f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다고 한다.

② $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)>f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다고 한다.

(2) 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에서 미분가능할 때, 그 구간에 속하는 모든 x에 대하여

① $f'(x)>0$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다.

② $f'(x)<0$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다.

9 함수의 극대와 극소

(1) 함수의 극대와 극소

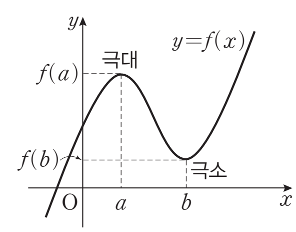
① 함수 $f(x)$가 $x=a$를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x)\le f(a)$를 만족시키면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대라고 하며, 함숫값 $f(a)$를 극댓값이라고 한다.

② 함수 $f(x)$가 $x=b$를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x)\ge f(b)$를 만족시키면 함수 $f(x)$는 $x=b$에서 극소라고 하며, 함숫값 $f(b)$를 극솟값이라고 한다.

(2) 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$일 때, $x=a$의 좌우에서 $f'(x)$의 부호가

① 양에서 음으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이다.

② 음에서 양으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.



10 함수의 최대와 최소

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 이 구간에서 극값을 가지면 함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값, $f(a)$, $f(b)$ 중에서 가장 큰 값이 함수 $f(x)$의 최댓값이고, 가장 작은 값이 함수 $f(x)$의 최솟값이다.

11 방정식에의 활용

방정식 $f(x)=0$의 실근은 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축이 만나는 점의 x좌표와 같다. 따라서 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축이 만나는 점의 개수와 같다.

12 부등식에의 활용

어떤 구간에서 부등식 $f(x)\ge 0$이 성립함을 보이려면 주어진 구간에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 구하여 $(f(x)$의 최솟값$)\ge 0$임을 보인다.

13 속도와 가속도

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치가 $x=f(t)$일 때, 점 P의 시각 t에서의 속도 v와 가속도 a는

(1) $v=\lim\limits_{\varDelta t\to 0}\dfrac{\varDelta x}{\varDelta t}=\dfrac{dx}{dt}=f'(t)$

(2) $a=\lim\limits_{\varDelta t\to 0}\dfrac{\varDelta v}{\varDelta t}=\dfrac{dv}{dt}$

정답과 풀이 31쪽

유형 1 평균변화율과 미분계수

출제경향 | 평균변화율과 미분계수의 정의를 이해하고 있는지를 묻는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 b까지 변할 때, 함수 $y=f(x)$의 평균변화율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

(2) 함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수는

$$f'(a)=\lim_{h \to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{x \to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

필수 유형 ① | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

함수 $f(x)=x^3-6x^2+5x$에서 x의 값이 0에서 4까지 변할 때의 평균변화율과 $f'(a)$의 값이 같게 되도록 하는 $0<a<4$인 모든 실수 a의 값의 곱은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

01

▸ 23054-0121

다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x \to 2}\frac{f(x)-1}{x-2}=5$를 만족시킨다. 함수 $f(x)$에서 x의 값이 2에서 4까지 변할 때의 평균변화율이 $\frac{1}{2}f'(2)$의 값과 같을 때, $f(4)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

02

▸ 23054-0122

다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(3)=2$이고

$$\lim_{h \to 0}\frac{\{f(3+h)\}^2-\{f(3)\}^2}{2h}=16$$

일 때, $f'(3)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

03

▸ 23054-0123

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x \to 1}\frac{f(x)+3}{x-1}=4,\ \lim_{x \to 1}\frac{f(x)+g(x)}{x-1}=10$$

을 만족시킨다. $g(1)+g'(1)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

유형 2 미분가능과 연속

출제경향 | 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 미분가능성과 연속성의 관계를 이용하여 해결하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때,

$$\lim_{x\to a-} f(x)=\lim_{x\to a+} f(x)=f(a)$$

$$\lim_{h\to 0-}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{h\to 0+}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

가 성립함을 이용한다.

필수 유형 ❷ | 2018학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2+ax+b & (x\le -2) \\ 2x & (x>-2)\end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$의 값은?

(단, a와 b는 상수이다.) [4점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

04 ▸ 23054-0124

함수

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+x-3 & (x<-1) \\ bx+1 & (x\ge -1)\end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $f(2)-f(-2)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 32 ② 34 ③ 36
④ 38 ⑤ 40

05 ▸ 23054-0125

함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & (x<0) \\ 1-x^3 & (0\le x<1) \\ 3-3x & (x\ge 1)\end{cases}$$

일 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $\lim_{x\to 0-}\frac{f(x)+1}{x}=0$

ㄴ. 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 미분가능하다.

ㄷ. 함수 $|f(x)|$는 $x=1$에서 미분가능하다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

06 ▸ 23054-0126

함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0\le x\le k$일 때, $f(x)=x^3-6x^2+10x$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+k)=f(x)+f(k)$이다.

함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 양수 k의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

유형 3 미분법의 공식

출제경향 | 미분법을 이용하여 미분계수를 구하거나 함수의 미정계수를 구하는 문제가 출제된다. 특히 곱의 미분법을 이용하는 문제가 자주 출제된다.

출제유형잡기 | 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때

(1) $y=x^n$ (n은 양의 정수)이면 $y'=nx^{n-1}$

(2) $y=c$ (c는 상수)이면 $y'=0$

(3) $\{cf(x)\}'=cf'(x)$ (단, c는 상수)

(4) $\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)$

(5) $\{f(x)-g(x)\}'=f'(x)-g'(x)$

(6) $\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

필수 유형 ❸ | 2023학년도 대수능 |

다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=x^2f(x)$$

라 하자. $f(2)=1$, $f'(2)=3$일 때, $g'(2)$의 값은? [3점]

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

07

▸ 23054-0127

함수 $f(x)=(x^2+1)(x^2+ax-3)$에 대하여

$$f'(2)=f'(1)+60$$

일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

08

▸ 23054-0128

다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x \to 1}\frac{f(x)-2}{x-1}=3$을 만족시킨다. 함수 $g(x)$가

$$g(x)=(3x^2+2)f(x)$$

일 때, $g(1)+g'(1)$의 값은?

① 31 ② 33 ③ 35
④ 37 ⑤ 39

09

▸ 23054-0129

함수 $f(x)=2x^3+ax^2-5x+b$가

$$\lim_{x \to \infty} x\left\{f\left(2+\frac{3}{x}\right)-21\right\}=f(2)$$

를 만족시킬 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 22 ② 24 ③ 26
④ 28 ⑤ 30

유형 4 접선의 방정식

출제경향 | 곡선 위의 점에서의 접선의 방정식, 기울기가 주어진 접선의 방정식, 곡선 밖의 점에서 곡선에 그은 접선의 방정식을 구하는 문제가 출제된다. 또는 평균값 정리를 이용하여 해결하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

임을 이용한다.

(2) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 열린구간 (a, b)에서 미분가능하면 평균값 정리에 의하여

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$$

인 c가 a와 b 사이에 적어도 하나 존재함을 이용한다.

필수 유형 4 | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $f(5)$의 최솟값은? [3점]

(가) $f(1)=3$
(나) $1<x<5$인 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)\geq 5$이다.

① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

10 ▸ 23054-0130

다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은?

(가) $f(4)=10$
(나) $2<x<4$인 모든 실수 x에 대하여 $|f'(x)|\leq 6$이다.

① 18 ② 20 ③ 22
④ 24 ⑤ 26

11 ▸ 23054-0131

곡선 $y=x^3-2x-5$에 접하고 기울기가 1인 두 직선을 각각 l_1, l_2라 하자. 두 직선 l_1, l_2와 x축, y축으로 둘러싸인 사각형의 넓이는?

① 16 ② 17 ③ 18
④ 19 ⑤ 20

12 ▸ 23054-0132

좌표평면 위에 네 점 $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(2, 2)$, $(0, 2)$를 꼭짓점으로 하는 정사각형이 있다. 실수 t에 대하여 직선 $y=t-x$의 아랫부분과 정사각형의 내부가 겹치는 부분의 넓이를 $f(t)$라 하자. 함수 $|f(x)-mx|$가 $x=0$에서만 미분가능하지 않도록 하는 양의 실수 m의 최솟값이 $a+b\sqrt{2}$일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.)

유형 5 함수의 증가와 감소

출제경향 | 함수가 증가 또는 감소하는 구간을 찾거나, 증가 또는 감소할 조건을 이용하여 미정계수를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 함수 $f(x)$가 어떤 구간에 속하는 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여

① $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)<f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다고 한다.

② $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)>f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다고 한다.

(2) 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에서 미분가능할 때, 그 구간에 속하는 모든 x에 대하여

① $f'(x)>0$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다.

② $f'(x)<0$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다.

필수 유형 5 | 2022학년도 대수능 |

함수 $f(x)=x^3+ax^2-(a^2-8a)x+3$이 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 실수 a의 최댓값을 구하시오. [3점]

13

▸ 23054-0133

함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+1$이 구간 $(-3, 0)$에서 감소하고 구간 $(0, \infty)$에서 증가할 때, $f(1)$의 최솟값은? (단, a, b는 상수이다.)

① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$
④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

14

▸ 23054-0134

자연수 n에 대하여 닫힌구간 $[n, n+2]$에서 정의된 함수 $f(x)=x^3-9x^2+24x+5$가 있다. 함수 $f(x)$가 일대일함수가 되도록 하는 10 이하의 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.

15

▸ 23054-0135

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=x^3+x^2+|x-a|+2$$

의 역함수가 존재하도록 하는 실수 a의 최댓값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

유형 6 함수의 극대와 극소

출제경향 | 함수의 극값을 구하거나 극값을 가질 조건을 이용하는 등 극대, 극소와 관련된 다양한 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$일 때, $x=a$의 좌우에서 $f'(x)$의 부호가
① 양에서 음으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이다.
② 음에서 양으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

필수 유형 6 | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수 $f(x)=x^4+ax^2+b$는 $x=1$에서 극소이다. 함수 $f(x)$의 극댓값이 4일 때, $a+b$의 값을 구하시오.
(단, a와 b는 상수이다.) [3점]

16
▶ 23054-0136

함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$가 닫힌구간 $[p, q]$에서 감소하도록 하는 실수 p의 최솟값이 1이고 실수 q의 최댓값이 5일 때, $a+b$의 값은? (단 a, b는 상수이다.)

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

17
▶ 23054-0137

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=3$에서 극댓값 0을 갖는다.
(나) 방정식 $f(x)=0$의 세 실근을 작은 것부터 차례로 나열하면 등차수열을 이룬다.

함수 $f(x)$의 극솟값이 -16일 때, $f(0)$의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

18
▶ 23054-0138

두 함수 $f(x)=2x^3+ax^2+bx+18$, $g(x)=2x+3$에 대하여 함수

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x)\ge g(x)) \\ g(x) & (f(x)<g(x)) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $h(x)$가 미분가능하지 않은 x의 개수는 3이다.
(나) 함수 $h(x)$는 $x=1$에서 극대, $x=3$에서 극소이다.

함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 합은? (단, a, b는 상수이다.)

① 31 ② 32 ③ 33
④ 34 ⑤ 35

수학 Ⅱ

정답과 풀이 36쪽

유형 7 함수의 그래프

출제경향 | 함수 $y=f'(x)$의 그래프 또는 도함수 $f'(x)$의 여러 가지 성질을 이용하여 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형을 추론하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$의 부호를 조사하여 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 파악하고, 극대와 극소를 찾아 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형을 그려서 문제를 해결한다.

필수 유형 7 | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

두 양수 p, q와 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-12$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$의 값은? [4점]

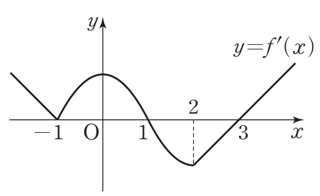
(가) 모든 실수 x에 대하여 $xg(x)=|xf(x-p)+qx|$이다.
(나) 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 1이다.

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

19

▸ 23054-0139

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같다. (단, $x\le-1$일 때 $f'(x)=-x-1$이고, $x\ge2$일 때 $f'(x)=x-3$이다.)



함수 $f(x)$에 대하여 **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
ㄴ. 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극대이다.
ㄷ. $f(3)>0$이면 함수 $y=f(x)$의 그래프는 x축과 오직 한 점에서만 만난다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20

▸ 23054-0140

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)=x+3$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프는 서로 다른 두 점에서 만난다.
(나) 함수 $|f(x)-g(x)|$는 $x=1$에서만 미분가능하지 않다.
(다) 함수 $|f(x)-g(x)|$는 $x=0$에서 극댓값을 갖는다.

$f(2)$의 값은?

① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

21

▸ 23054-0141

함수 $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+k$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=f(x)$가 x축에 접한다.
(나) 함수 $|f(x)|$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 2이다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, k는 상수이다.)

보기

ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 서로 다른 세 실근을 갖는다.
ㄴ. 함수 $f(x)$의 극댓값은 0이다.
ㄷ. 조건을 만족시키는 모든 k의 값의 합은 5이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 8 함수의 최대와 최소

출제경향 | 연속함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제, 최댓값과 최솟값이 존재할 조건을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 $f(x)$의 극댓값, 극솟값, $f(a)$, $f(b)$ 중 가장 큰 값이 최댓값, 가장 작은 값이 최솟값임을 이용한다.

필수 유형 8 | 2020학년도 대수능 6월 모의평가 |

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{2} & (x<0) \\ f(x) & (x\geq 0) \end{cases}$$

이다. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g(x)$의 최솟값이 $\frac{1}{2}$보다 작을 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. $g(0)+g'(0)=\frac{1}{2}$

ㄴ. $g(1)<\frac{3}{2}$

ㄷ. 함수 $g(x)$의 최솟값이 0일 때, $g(2)=\frac{5}{2}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22

▸ 23054-0142

닫힌구간 $[0, 4]$에서 함수 $f(x)=2x^3-3x^2-12x+a$의 최솟값이 -18이고 최댓값이 M일 때, $a+M$의 값은?

(단, a는 상수이다.)

① 32 ② 34 ③ 36
④ 38 ⑤ 40

23

▸ 23054-0143

곡선 $C : y=2x^4-3x^2-2x+4$ 위의 x좌표가 양수인 점에서 접하는 직선 중 기울기가 최소인 직선의 y절편이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값은? (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

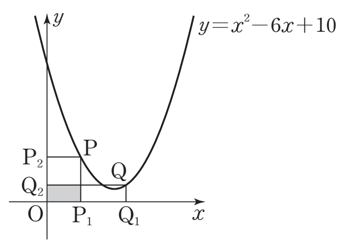
① 39 ② 41 ③ 43
④ 45 ⑤ 47

수학 Ⅱ

24

▸ 23054-0144

그림과 같이 양수 t에 대하여 곡선 $y=x^2-6x+10$ 위의 x좌표가 t인 점을 P, x좌표가 $t+2$인 점을 Q라 하자. 점 P에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 $\mathrm{P_1}$, $\mathrm{P_2}$라 하고, 점 Q에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 $\mathrm{Q_1}$, $\mathrm{Q_2}$라 하자. 원점 O에 대하여 두 사각형 $\mathrm{PP_2OP_1}$, $\mathrm{QQ_2OQ_1}$의 내부의 공통부분의 넓이를 $f(t)$라 하자. 구간 $(0,\ a]$에서 함수 $f(t)$의 최댓값이 4가 되도록 하는 양수 a의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은?



① $2+2\sqrt{2}$ ② $4+\sqrt{2}$ ③ $3+2\sqrt{2}$
④ $5+\sqrt{2}$ ⑤ $4+2\sqrt{2}$

25

▸ 23054-0145

실수 t에 대하여 닫힌구간 $[t-1,\ t+1]$에서 함수

$$f(x)=x^3-5x^2+2x+13$$

의 최댓값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=a$에서 미분가능하지 않을 때 $g'(a-1)+g'(a+1)$의 값은?

① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

유형 9 방정식의 실근의 개수

출제경향 | 함수의 그래프의 개형을 이용하여 방정식의 실근의 개수를 구하거나 실근의 개수가 주어졌을 때 미정계수의 값이나 범위를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 방정식 $f(x)=g(x)$의 서로 다른 실근의 개수는 함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=g(x)$의 그래프의 교점의 개수와 같음을 이용한다. 또는 함수 $y=f(x)-g(x)$의 그래프와 x축의 교점의 개수를 이용할 수도 있다.

필수 유형 ❾ | 2022학년도 대수능 |

방정식 $2x^3-3x^2-12x+k=0$이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 k의 개수는? [3점]

① 20 ② 23 ③ 26
④ 29 ⑤ 32

26

▸ 23054-0146

방정식 $3x^4-8x^3-6x^2+24x-k=0$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든 상수 k의 값의 합은?

① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

27

▸ 23054-0147

자연수 n에 대하여 x에 대한 방정식

$$x^3-3x+n-2=0$$

의 서로 다른 실근의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은?

① 16 ② 17 ③ 18
④ 19 ⑤ 20

28

▸ 23054-0148

두 함수

$$f(x)=2x^3+5x^2-7x,\ g(x)=2x^2+5x+a$$

에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=g(x)$가 서로 다른 세 실근을 갖고 세 실근의 곱이 양수가 되도록 하는 모든 정수 a의 개수는?

① 16 ② 17 ③ 18
④ 19 ⑤ 20

29

▸ 23054-0149

최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $|f(x)|$가 극소인 서로 다른 x의 값이 3개이고, 극솟값은 모두 0이다. **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수 $|f(x)|$가 극대인 서로 다른 x의 값이 2개이다.
ㄴ. 함수 $f(x)$의 극댓값은 0보다 크거나 같다.
ㄷ. 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

30

▸ 23054-0150

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$의 모든 실근은 0, 3이다.
(나) x에 대한 방정식 $|f(x)|-mx=0$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 실수 m의 값은 $\frac{9}{2}$뿐이다.

함수 $|f(x)|$의 극댓값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

수학 Ⅱ

유형 10 부등식에의 활용

출제경향 | 주어진 범위에서 부등식이 항상 성립할 조건을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 어떤 구간에서 부등식 $f(x)\geq 0$이 성립함을 보이려면 주어진 구간에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 구하여 ($f(x)$의 최솟값)≥ 0임을 보이면 된다.

필수 유형 ⑩ | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

두 함수

$$f(x)=x^3-x+6,\ g(x)=x^2+a$$

가 있다. $x\geq 0$인 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$f(x)\geq g(x)$$

가 성립할 때, 실수 a의 최댓값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

31

▸ 23054-0151

모든 실수 x에 대하여 부등식

$$x^4+2x^3+x^2-12x+a\geq 0$$

이 성립하도록 하는 실수 a의 최솟값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

32

▸ 23054-0152

두 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2x^3-9x^2+12x+1 & (x\geq 0) \\ 1-x & (x<0) \end{cases},$$

$$g(x)=mx+1$$

이 있다. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x)\geq g(x)$가 성립하도록 하는 실수 m의 최댓값과 최솟값의 합은?

① $\frac{11}{16}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{13}{16}$ ④ $\frac{7}{8}$ ⑤ $\frac{15}{16}$

33

▸ 23054-0153

최고차항의 계수가 1이고 모든 항의 계수가 정수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)-f'(x)$$

라 하자. $f(0)=g(0)=0$이고, $x\leq k$인 모든 실수 x에 대하여 $g(x)\leq 0$을 만족시키는 실수 k의 최댓값이 0일 때, $f(3)$의 최댓값은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

유형 11 속도와 가속도

출제경향 | 수직선 위를 움직이는 점의 시각 t에서의 위치가 주어졌을 때, 속도나 가속도를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치가 $x=f(t)$일 때

(1) 점 P의 시각 t에서의 속도 v는 $v=\dfrac{dx}{dt}=f'(t)$

(2) 점 P의 시각 t에서의 가속도 a는 $a=\dfrac{dv}{dt}$

필수 유형 11 | 2019학년도 대수능 |

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 위치 x가

$$x=-\frac{1}{3}t^3+3t^2+k \ (k\text{는 상수})$$

이다. 점 P의 가속도가 0일 때 점 P의 위치는 40이다. k의 값을 구하시오. [4점]

34

▸ 23054-0154

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 위치 x_1, x_2가

$$x_1=2t^3-3t^2-4t,\ x_2=t^2+4t$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q의 가속도의 합은?

① 16 ② 17 ③ 18
④ 19 ⑤ 20

35

▸ 23054-0155

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 위치 x가

$$x=\frac{1}{4}t^4-6t^2+9t$$

일 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 점 P는 운동 방향을 두 번 바꾼다.

ㄴ. $1\leq t\leq 3$에서 점 P의 속력의 최댓값은 7이다.

ㄷ. 점 P가 마지막으로 운동 방향을 바꾸는 순간 점 P의 가속도는 15이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

36

▸ 23054-0156

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 위치 x가

$$x=t^3-at^2+bt \ (a,\ b\text{는 양의 상수})$$

이고, 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 P는 운동 방향을 바꾸지 않는다.

(나) 점 P의 속력은 $t=\dfrac{2}{3}$일 때 최소이다.

점 P의 시각 $t=3$에서의 위치의 최솟값을 구하시오.

수학 Ⅱ

06 다항함수의 적분법

1 부정적분

(1) 함수 $f(x)$에 대하여 $F'(x)=f(x)$를 만족시키는 함수 $F(x)$를 $f(x)$의 부정적분이라 하고, $f(x)$의 부정적분을 구하는 것을 $f(x)$를 적분한다고 한다.

(2) 함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하면

$$\int f(x)dx=F(x)+C \ (C\text{는 상수})$$

로 나타내며, C를 적분상수라고 한다.

설명 두 함수 $F(x)$, $G(x)$가 모두 함수 $f(x)$의 부정적분이면 $F'(x)=G'(x)=f(x)$이므로

$$\{G(x)-F(x)\}'=f(x)-f(x)=0$$

이다. 그런데 평균값 정리에 의하여 도함수가 0인 함수는 상수함수이므로 그 상수를 C라 하면

$$G(x)-F(x)=C, \text{ 즉 } G(x)=F(x)+C$$

따라서 함수 $f(x)$의 임의의 부정적분은 $F(x)+C$의 꼴로 나타낼 수 있다.

참고 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여

① $\dfrac{d}{dx}\left\{\int f(x)\,dx\right\}=f(x)$ ② $\int\left\{\dfrac{d}{dx}f(x)\right\}dx=f(x)+C$ (단, C는 적분상수)

2 함수 $y=x^n$ (n은 양의 정수)와 함수 $y=1$의 부정적분

(1) n이 양의 정수일 때,

$$\int x^n\,dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C \ (C\text{는 적분상수})$$

(2) $\int 1\,dx=x+C$ (C는 적분상수)

3 함수의 실수배, 합, 차의 부정적분

두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 부정적분이 각각 존재할 때

(1) $\int kf(x)dx=k\int f(x)dx$ (단, k는 0이 아닌 상수)

(2) $\int\{f(x)+g(x)\}dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$

(3) $\int\{f(x)-g(x)\}dx=\int f(x)dx-\int g(x)dx$

4 정적분의 정의

함수 $f(x)$가 두 실수 a, b를 포함하는 구간에서 연속일 때, $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하면 $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분은

$$\int_a^b f(x)dx=\Big[F(x)\Big]_a^b=F(b)-F(a)$$

이때 정적분 $\int_a^b f(x)dx$의 값을 구하는 것을 함수 $f(x)$를 a에서 b까지 적분한다고 한다.

참고 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때

① $\int_a^a f(x)dx=0$ ② $\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$

5 정적분과 미분의 관계

함수 $f(t)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때,

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=f(x) \ (\text{단, } a<x<b)$$

6 정적분의 성질

(1) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때

① $\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$ (단, k는 상수)

② $\int_a^b \{f(x)+g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$

③ $\int_a^b \{f(x)-g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx-\int_a^b g(x)dx$

(2) 함수 $f(x)$가 임의의 세 실수 a, b, c를 포함하는 닫힌구간에서 연속일 때,

$$\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx=\int_a^b f(x)dx$$

설명 $\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx=\Big[F(x)\Big]_a^c+\Big[F(x)\Big]_c^b$

$$=\{F(c)-F(a)\}+\{F(b)-F(c)\}=F(b)-F(a)$$

$$=\int_a^b f(x)dx$$

참고 함수의 성질을 이용한 정적분

① 연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$를 만족시킬 때,

$$\int_{-a}^a f(x)dx=2\int_0^a f(x)dx$$

② 연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$를 만족시킬 때,

$$\int_{-a}^a f(x)dx=0$$

7 정적분으로 나타내어진 함수의 극한

함수 $f(x)$가 실수 a를 포함하는 구간에서 연속일 때

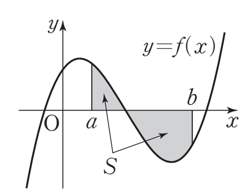
(1) $\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\int_a^{a+h} f(t)dt=f(a)$

(2) $\lim_{x\to a}\frac{1}{x-a}\int_a^x f(t)dt=f(a)$

8 곡선과 x축 사이의 넓이

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

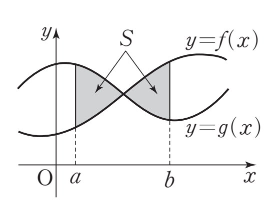
$$S=\int_a^b |f(x)|dx$$



9 두 곡선 사이의 넓이

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx$$



10 수직선 위를 움직이는 점의 위치와 거리

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도를 $v(t)$, 시각 $t=a$에서의 위치를 $x(a)$라 하자.

(1) 시각 t에서의 점 P의 위치를 $x=x(t)$라 하면 $x(t)=x(a)+\int_a^t v(t)dt$

(2) 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P의 위치의 변화량은 $\int_a^b v(t)dt$

(3) 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리 s는 $s=\int_a^b |v(t)|dt$

06 다항함수의 적분법

유형 1 부정적분의 뜻과 성질

출제경향 | 부정적분의 뜻과 부정적분의 성질을 이용하여 함숫값을 구하거나 부정적분을 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 양의 정수 n에 대하여

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1}+C \text{ (단, } C\text{는 적분상수)}$$

(2) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 부정적분이 각각 존재할 때

① $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$ (단, k는 0이 아닌 상수)

② $\int \{f(x)+g(x)\}dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

③ $\int \{f(x)-g(x)\}dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$

[참고]

(1) $\frac{d}{dx}\left\{\int f(x)dx\right\} = f(x)$

(2) $\int\left\{\frac{d}{dx}f(x)\right\}dx = f(x)+C$ (단, C는 적분상수)

필수 유형 ❶ | 2022학년도 대수능 |

함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^2+2x$이고 $f(0)=2$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

01
▸ 23054-0157

함수 $f(x)=\int(4x+3)\,dx$에 대하여 $f(1)=0$일 때, $f(2)$의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

02
▸ 23054-0158

함수 $f(x)$가

$$f(x)=\int(5x-k)\,dx-\int(x+k)\,dx$$

이고 $f(1)=0$, $f'(1)=2$일 때, $f(2)$의 값은? (단, k는 상수이다.)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

03
▸ 23054-0159

다항함수 $f(x)$에 대하여 $2xf(x)$의 한 부정적분을 $G(x)$라 할 때, 함수 $G(x)$는 모든 실수 x에 대하여

$$G(x)=x^2f(x)-2x^6+3x^5$$

을 만족시킨다. $G(1)=4$일 때, $f(2)$의 값은?

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

04

▸ 23054-0160

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점 $(x,\ f(x))$에서의 접선의 기울기가 $kx(x-2)$이다.
(나) 함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 합은 0이다.

$f(0)=2$일 때, $f(-1)$의 값은? (단, k는 상수이다.)

① -3 ② -2 ③ -1
④ 0 ⑤ 1

05

▸ 23054-0161

다항함수 $f(x)$에 대하여

$$f(x)=\int(3x^2+ax)\,dx$$

이고, $\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x^2-1}=\frac{1}{2}$일 때, $f(2)$의 값은?

(단, a는 상수이다.)

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

유형 2 정적분의 뜻과 성질

출제경향 | 정적분의 뜻과 성질을 이용하여 정적분의 값을 구하거나 정적분을 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때

① $\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$ (단, k는 상수)

② $\int_a^b \{f(x)+g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$

③ $\int_a^b \{f(x)-g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx-\int_a^b g(x)dx$

(2) 함수 $f(x)$가 임의의 세 실수 a, b, c를 포함하는 닫힌구간에서 연속일 때,

$$\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx=\int_a^b f(x)dx$$

필수 유형 ❷ | 2020학년도 대수능 9월 모의평가 |

$\int_0^2(3x^2+6x)\,dx$의 값은? [3점]

① 20 ② 22 ③ 24
④ 26 ⑤ 28

06

▸ 23054-0162

$\int_0^3(x^2+x|1-x|)\,dx$의 값은?

① $\frac{83}{6}$ ② 14 ③ $\frac{85}{6}$
④ $\frac{43}{3}$ ⑤ $\frac{29}{2}$

수학 Ⅱ

07

▸ 23054-0163

$\int_0^1 \left(\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{9}x+\frac{k}{6}\right)dx=-\frac{1}{18}$을 만족시키는 상수 k의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

08

▸ 23054-0164

함수 $f(x)=2x^2+6ax+10$에 대하여

$$\int_0^1 \{f(x)+x^2\}\,dx=f(1)$$

이 성립할 때, 상수 a의 값은?

① -1 ② $-\frac{5}{6}$ ③ $-\frac{2}{3}$
④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

09

▸ 23054-0165

$\int_0^a (3x^2+x+5)\,dx=\int_0^a (x+9)\,dx$를 만족시키는 양수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

10

▸ 23054-0166

양의 상수 k와 $f(x)=(x^2-4)(x+a)$에 대하여 함수 $y=|f(x)|$가 $x=k$에서만 미분가능하지 않을 때, $\int_0^{2a} f'(x)\,dx$의 값을 구하시오. (단, a는 실수이다.)

11

▸ 23054-0167

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=-3$

(나) 실수 a에 대하여 $\int_0^a f'(x)\,dx=\int_1^a f'(x)\,dx=0$이다.

$\int_0^1 f(x)\,dx$의 값은?

① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

유형 3 함수의 성질을 이용한 정적분

출제경향 | 함수의 그래프가 y축 또는 원점에 대하여 대칭임을 이용하거나 함수의 그래프를 평행이동하여 정적분의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 연속함수 $y=f(x)$의 그래프가 y축에 대하여 대칭일 때, 즉 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이면

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx=2\int_{0}^{a} f(x)dx$$

(2) 연속함수 $y=f(x)$의 그래프가 원점에 대하여 대칭일 때, 즉 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이면

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx=0$$

필수 유형 ❸

$\int_{-a}^{a} 3x(x+1)^2dx=56$을 만족시키는 상수 a에 대하여 a^3의 값을 구하시오.

12

▸ 23054-0168

$\int_{-1}^{1}(4x^3+ax^2+ax)\,dx=2$일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

13

▸ 23054-0169

삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $4\int_{-1}^{1} f(x)\,dx+5\int_{-1}^{1} xf(x)\,dx=0$

(나) 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극솟값을 갖는다.

$f(3)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

14

▸ 23054-0170

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a에 대하여

$$\int_{-a}^{a} f'(x)\,dx=0$$

(나) 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극값 0을 갖는다.

$30\times\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$의 값을 구하시오.

유형 4 정적분으로 나타내어진 함수

출제경향 | 정적분으로 나타내어진 함수에서 미분을 통해 함수를 구하거나 함숫값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 함수 $f(x)$가

$$f(x)=g(x)+\int_a^b f(t)\,dt \ (a, b\text{는 상수})$$

로 주어지면 다음을 이용하여 문제를 해결한다.

① $\int_a^b f(t)\,dt=k$ (k는 상수)라 하면 $f(x)=g(x)+k$

② $\int_a^b \{g(t)+k\}\,dt=k$로부터 구한 k의 값에서 $f(x)$를 구한다.

(2) 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\int_a^x f(t)\,dt \ (a\text{는 상수})$$

로 주어지면 다음을 이용하여 문제를 해결한다.

① 양변에 $x=a$를 대입하면 $g(a)=0$

② 양변을 x에 대하여 미분하면 $g'(x)=f(x)$

필수 유형 4 | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=4x^3+x\int_0^1 f(t)\,dt$$

를 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

15

▸ 23054-0171

함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$f(x)=4x^2-6x+\int_0^1 tf(t)dt$를 만족시킬 때, $f(-1)$의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

16

▸ 23054-0172

함수 $f(x)=ax^2+\int_1^x (t-1)(t-5)\,dt$에 대하여 $f(1)=3$일 때, $f'(3)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

17

▸ 23054-0173

함수

$$f(x)=\int_0^x x(2t+a)\,dt$$

에 대하여 $f'(1)=5$일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

18

▸ 23054-0174

함수 $f(x)=\int_0^x (3t^2+a)\,dt$에 대하여

$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-3}{x^2-1}=b$일 때, $a+10b$의 값을 구하시오.

(단, a, b는 상수이다.)

19

▸ 23054-0175

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x f(t)\,dt=(x+1)f(x)+x^3-3x$$

를 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?

① $-\frac{5}{6}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$
④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

20

▸ 23054-0176

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x \left\{\frac{d}{dt}f(t)\right\}dt=x^3+ax^2+bx+1$$

(나) 함수 $f(x)$는 $x=3$에서 극값을 갖는다.

$\int_1^3 f'(x)\,dx$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① -9 ② -8 ③ -7
④ -6 ⑤ -5

유형 5 정적분으로 나타내어진 함수의 활용

출제경향 | 정적분으로 나타내어진 함수에 대하여 함수의 극댓값과 극솟값, 함수의 그래프의 개형, 방정식의 실근의 개수 등과 관련된 미분법을 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\int_0^x f(t)dt$$

와 같이 주어지면 다음을 이용하여 문제를 해결한다.

① 양변을 x에 대하여 미분하여 방정식 $g'(x)=0$, 즉 $f(x)=0$을 만족시키는 x의 값을 구한다.

② ①에서 구한 x의 값을 이용하여 함수 $y=g(x)$의 그래프의 개형을 그려 본다.

필수 유형 ⑤ | 2021학년도 대수능 9월 모의평가 |

함수 $f(x)=-x^2-4x+a$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$$

가 닫힌구간 $[0,\ 1]$에서 증가하도록 하는 실수 a의 최솟값을 구하시오. [4점]

21

▸ 23054-0177

함수 $f(x)=\int_0^x (3t^2-4)\,dt$에 대하여 함수 $g(x)$가

$g'(x)=f(x)$, $g(2)=0$을 만족시킬 때, 함수 $g(x)$의 극댓값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

수학 Ⅱ

22

▸ 23054-0178

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x f'(t)\,dt+(x+1)f(x)+1$$

이라 할 때, $g(1)=8$이다. 함수 $g(x)$가 $x=0$에서 극솟값 3을 가질 때, $f(-1)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

23

▸ 23054-0179

삼차함수 $f(x)=x^3-3x^2+a$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$$

라 하고 실수 k에 대하여 방정식 $g(x)=k$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(k)$라 하자. $h(k)$의 최댓값이 2일 때, 양수 a의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

유형 6 정적분과 넓이

출제경향 | 곡선과 x축 사이의 넓이, 두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 정적분을 이용하여 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)|\,dx$$

(2) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|\,dx$$

필수 유형 6 | 2021학년도 대수능 |

곡선 $y=x^2-7x+10$과 직선 $y=-x+10$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

24

▸ 23054-0180

곡선 $y=6x^2-12x$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

25
▸ 23054-0181

곡선 $y=-x^2+2x+1$과 직선 $y=1$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$
④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

26
▸ 23054-0182

양수 a에 대하여 함수 $f(x)=x^3-ax$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 18일 때, $f(-1)$의 값은?

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5
④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

27
▸ 23054-0183

함수 $f(x)=x^3-2x^2+k$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\ f(0))$에서의 접선과 이 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, k는 상수이다.)

① 1 ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{4}{3}$
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

28
▸ 23054-0184

양수 k에 대하여 곡선 $y=x^2-kx$와 직선 $y=2x$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1이라 하고, 곡선 $y=x^2-kx$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. $S_1=8S_2$일 때, k의 값은?

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$
④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

29
▸ 23054-0185

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(x)=3x^2-2x+a$
(나) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-1}{x}=-1$

함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 할 때, $30S$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

수학 Ⅱ

유형 7 여러 가지 조건이 포함된 정적분의 활용

출제경향 | 주기를 갖는 함수의 성질, 함수의 그래프의 개형, 정적분의 정의와 성질 등의 여러 가지 조건이 포함된 정적분을 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수의 성질을 이해하고 주기를 구하거나 함수의 그래프의 개형 및 여러 가지 조건을 이해하여 정적분의 정의와 넓이의 관계로부터 정적분의 값을 구한다.

필수 유형 7 | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

닫힌구간 $[0, 1]$에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$f(0)=0,\ f(1)=1,\ \int_0^1 f(x)\,dx=\frac{1}{6}$$

을 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-3}^{2} g(x)\,dx$의 값은? [4점]

(가) $g(x)=\begin{cases} -f(x+1)+1 & (-1<x<0) \\ f(x) & (0\le x\le 1) \end{cases}$

(나) 모든 실수 x에 대하여 $g(x+2)=g(x)$이다.

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{17}{6}$ ③ $\frac{19}{6}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{23}{6}$

30

▸ 23054-0186

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 상수 a, b에 대하여

$$f(x)=\begin{cases} x+3 & (-3<x<0) \\ x^2+ax+b & (0\le x\le 3) \end{cases}$$

(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x-3)=f(x+3)$이다.

$\int_{-33}^{-29} f(x)\,dx-\int_{57}^{60} f(x)\,dx$의 값은?

① $\frac{5}{6}$ ② 1 ③ $\frac{7}{6}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

31

▸ 23054-0187

역함수가 존재하는 삼차함수 $f(x)=-x^3+ax^2-3ax+10$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 실수 a가 최솟값을 가질 때, $\int_{2}^{10} g(x)\,dx$의 값을 구하시오.

유형 8 수직선 위를 움직이는 점의 속도와 거리

출제경향 | 수직선 위를 움직이는 점의 시각 t에서의 속도에 대한 식이나 그래프로부터 점의 위치, 위치의 변화량, 움직인 거리를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도가 $v(t)$이고, 시각 $t=a$에서 점 P의 위치가 $x(a)$일 때

(1) 시각 t에서의 점 P의 위치는

$$x(a)+\int_a^t v(t)dt$$

(2) 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P의 위치의 변화량은

$$\int_a^b v(t)dt$$

(3) 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리는

$$\int_a^b |v(t)|dt$$

필수 유형 8 | 2021학년도 대수능 |

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$v(t)=2t-6$

이다. 점 P가 시각 $t=3$에서 $t=k$ $(k>3)$까지 움직인 거리가 25일 때, 상수 k의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

32

▸ 23054-0188

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$v(t)=-2t+10$

이다. 점 P의 시각 $t=4$에서의 위치가 30일 때, 시각 $t=1$에서의 위치는?

① 14 ② 15 ③ 16
④ 17 ⑤ 18

33

▸ 23054-0189

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$v(t)=3t^2-4t+k$

이다. 시각 $t=0$에서의 점 P의 위치는 0이고 시각 $t=1$에서의 점 P의 위치는 -5이다. 점 P가 시각 $t=0$일 때부터 움직이는 방향이 바뀔 때까지 움직인 거리는? (단, k는 상수이다.)

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

34

▸ 23054-0190

시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 속도가 각각

$v_1(t)=3t^2+t$, $v_2(t)=2t^2+3t$

이다. 두 점 P, Q가 동시에 원점을 출발한 후 다시 만나는 위치 x가 $x=k$일 때, $2k$의 값을 구하시오.

07 수열의 극한

1 수열의 수렴과 발산

(1) 수열 $\{a_n\}$이 수렴하는 경우 : $\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$ (단, α는 상수)

(2) 수열 $\{a_n\}$이 발산하는 경우 : $\begin{cases} \lim_{n\to\infty} a_n = \infty \text{ (양의 무한대로 발산)} \\ \lim_{n\to\infty} a_n = -\infty \text{ (음의 무한대로 발산)} \\ \text{진동} \end{cases}$

2 수열의 극한에 대한 기본 성질

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 수렴하고 $\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$, $\lim_{n\to\infty} b_n = \beta$ (α, β는 실수)일 때

(1) $\lim_{n\to\infty} ka_n = k\lim_{n\to\infty} a_n = k\alpha$ (단, k는 상수)

(2) $\lim_{n\to\infty} (a_n+b_n) = \lim_{n\to\infty} a_n + \lim_{n\to\infty} b_n = \alpha+\beta$

(3) $\lim_{n\to\infty} (a_n-b_n) = \lim_{n\to\infty} a_n - \lim_{n\to\infty} b_n = \alpha-\beta$

(4) $\lim_{n\to\infty} a_nb_n = \lim_{n\to\infty} a_n \times \lim_{n\to\infty} b_n = \alpha\beta$

(5) $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim_{n\to\infty} a_n}{\lim_{n\to\infty} b_n} = \frac{\alpha}{\beta}$ (단, $b_n \neq 0$, $\beta \neq 0$)

3 수열의 극한값의 계산

(1) $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 극한

분모, 분자가 다항식인 경우 분모의 최고차항으로 분자, 분모를 각각 나누어서 극한값을 구한다.

① (분모의 차수)$=$(분자의 차수) : 극한값은 분자와 분모의 최고차항의 계수의 비와 같다.

② (분모의 차수)$>$(분자의 차수) : 극한값은 0이다.

③ (분모의 차수)$<$(분자의 차수) : ∞ 또는 $-\infty$로 발산한다.

(2) 무리식이 포함된 $\infty-\infty$ 꼴의 극한

$\sqrt{a_n}-\sqrt{b_n} = \frac{a_n-b_n}{\sqrt{a_n}+\sqrt{b_n}}$임을 이용하여 주어진 식을 변형한 후 극한값을 구한다.

(3) $0\times\infty$ 꼴의 극한

통분, 유리화 등의 방법으로 주어진 식을 변형한 후 극한값을 구한다.

4 수열의 극한의 대소 관계

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$, $\lim_{n\to\infty} b_n = \beta$ (α, β는 실수)일 때

(1) 모든 자연수 n에 대하여 $a_n \le b_n$이면 $\alpha \le \beta$이다.

(2) 수열 $\{c_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $a_n \le c_n \le b_n$이고 $\alpha=\beta$이면 $\lim_{n\to\infty} c_n = \alpha$이다.

5 등비수열의 극한

등비수열 $\{r^n\}$의 수렴과 발산은 r의 값의 범위에 따라 다음과 같다.

(1) $r>1$일 때, $\lim_{n\to\infty} r^n = \infty$ (발산)

(2) $r=1$일 때, $\lim_{n\to\infty} r^n = 1$ (수렴)

(3) $|r|<1$일 때, $\lim_{n\to\infty} r^n = 0$ (수렴)

(4) $r\le -1$일 때, 수열 $\{r^n\}$은 진동한다. (발산)

6 급수

(1) 수열 $\{a_n\}$의 각 항을 차례로 덧셈 기호 $+$를 사용하여 연결한 식

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$$

을 급수라고 한다.

(2) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$에서 첫째항부터 제n항까지의 합

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$$

를 이 급수의 제n항까지의 부분합이라고 한다.

7 급수의 수렴과 발산

(1) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$의 제n항까지의 부분합으로 이루어진 수열 $\{S_n\}$이 일정한 값 S에 수렴할 때, 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$은 S에 수렴한다고 하고, S를 급수의 합이라고 한다. 즉,

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} a_k = S$$

(2) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$의 제n항까지의 부분합으로 이루어진 수열 $\{S_n\}$이 발산할 때, 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$은 발산한다고 한다.

8 급수와 수열의 극한 사이의 관계

(1) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 수렴하면 $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$이다.

(2) $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$이면 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$은 발산한다.

참고 일반적으로 (1)의 역은 성립하지 않는다. 즉, $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$일 때 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 발산하는 경우가 있다.

9 급수의 성질

두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$이 수렴하고 그 합이 각각 S, T일 때

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} ka_n = k\sum_{n=1}^{\infty} a_n = kS$ (단, k는 상수)

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n = S + T$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n - \sum_{n=1}^{\infty} b_n = S - T$

10 등비급수

(1) 첫째항이 a $(a \neq 0)$, 공비가 r인 등비수열 $\{ar^{n-1}\}$의 각 항을 차례로 덧셈 기호 $+$를 사용하여 연결한 급수

$$\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1} = a + ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-1} + \cdots$$

을 등비급수라고 한다.

(2) 등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ $(a \neq 0)$은

① $|r| < 1$일 때, 수렴하고 그 합은 $\frac{a}{1-r}$이다.

② $|r| \geq 1$일 때, 발산한다.

유형 1 수열의 극한에 대한 기본 성질

출제경향 | 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이용하여 다양한 형태로 주어진 수열의 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 수렴하고 $\lim_{n\to\infty} a_n=\alpha$, $\lim_{n\to\infty} b_n=\beta$ (α, β는 실수)일 때

(1) $\lim_{n\to\infty} ka_n=k\lim_{n\to\infty} a_n=k\alpha$ (단, k는 상수)

(2) $\lim_{n\to\infty}(a_n+b_n)=\lim_{n\to\infty} a_n+\lim_{n\to\infty} b_n=\alpha+\beta$

(3) $\lim_{n\to\infty}(a_n-b_n)=\lim_{n\to\infty} a_n-\lim_{n\to\infty} b_n=\alpha-\beta$

(4) $\lim_{n\to\infty} a_nb_n=\lim_{n\to\infty} a_n\times\lim_{n\to\infty} b_n=\alpha\beta$

(5) $\lim_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}=\dfrac{\lim_{n\to\infty} a_n}{\lim_{n\to\infty} b_n}=\dfrac{\alpha}{\beta}$ (단, $b_n\neq0$, $\beta\neq0$)

필수 유형 ❶ | 2008학년도 대수능 6월 모의평가 |

수렴하는 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\dfrac{2a_n-3}{a_n+1}=\dfrac{3}{4}$일 때, $\lim_{n\to\infty} a_n$의 값은? [3점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

01

▸ 23055-0191

수렴하는 수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\left\{\dfrac{2a_n+1}{a_n-1}\right\}$이 발산할 때, $\lim_{n\to\infty}\dfrac{{a_n}^3-1}{a_n-1}$의 값은? (단, 모든 자연수 n에 대하여 $a_n\neq1$이다.)

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

02

▸ 23055-0192

수렴하는 수열 $\{a_n\}$과 자연수 m에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\dfrac{-a_n+3}{a_n-2}=m$일 때 $\lim_{n\to\infty} a_n$의 값을 $f(m)$이라 하자. $f(m)<\dfrac{32}{15}$를 만족시키는 m의 최솟값은?

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

03

▸ 23055-0193

네 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$, $\{d_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 수열 $\{a_n\}$, $\{c_n\}$은 각각 발산한다.
(나) 두 수열 $\{a_n+b_n\}$, $\{c_n+d_n\}$은 각각 수렴한다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 수열 $\{b_n\}$은 발산한다.
ㄴ. 수열 $\{a_n+c_n\}$이 수렴하면 수열 $\{b_n+d_n\}$도 수렴한다.
ㄷ. 수열 $\{a_n\times c_n\}$이 수렴하면 수열 $\{b_n\times d_n\}$도 수렴한다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 2 수열의 극한

출제경향 | 일반항이 다양한 형태로 주어진 수열의 극한을 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | (1) 일반항의 분자와 분모가 n에 대한 다항식인 분수꼴의 식으로 주어진 수열은 분모의 최고차항으로 분자와 분모를 각각 나누어서 극한값을 구한다.

(2) 일반항이 무리식이 포함된 $\infty-\infty$ 꼴로 주어진 수열은 $\sqrt{a_n}-\sqrt{b_n}=\dfrac{a_n-b_n}{\sqrt{a_n}+\sqrt{b_n}}$임을 이용하여 주어진 식을 변형한 후 극한값을 구한다.

필수 유형 ❷ | 2022학년도 대수능 |

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{5}{n}+\frac{3}{n^2}}{\frac{1}{n}-\frac{2}{n^3}}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

04

▶ 23055-0194

두 양수 a, b에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}(\sqrt{an^2+6n+5}-\sqrt{bn^2+2n+3})=\frac{2}{5}$$

일 때, $a+b$의 값은?

① 50 ② 52 ③ 54 ④ 56 ⑤ 58

05

▶ 23055-0195

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{\{f(n)-n^2\}\times\{f(n)-2n^2\}}{n^4+n^2+1}=2$

(나) $f'(0)=1$

함수 $g(x)=f(x)-f(0)$에 대하여 서로 다른 $g(3)$의 값의 합은?

① 27 ② 29 ③ 31 ④ 33 ⑤ 35

06

▶ 23055-0196

모든 항이 1 이상인 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{a_n+\frac{a_n}{n^2}}-\sqrt{a_n-\frac{a_n}{n^2}}\right)=1$$

일 때, 수열 $\left\{n^p\times\left(\sqrt{1+\left(\frac{1}{a_n}\right)^2}-\sqrt{1-\left(\frac{1}{a_n}\right)^2}\right)\right\}$이 수렴하도록 하는 자연수 p의 최댓값을 구하시오.

유형 3 수열의 극한의 대소 관계

출제경향 | 수열의 극한의 대소 관계를 이용하여 수열의 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | (1) 수열의 일반항 a_n이 포함된 모든 자연수 n에 대하여 성립하는 부등식이 주어지거나 그 부등식을 구할 수 있을 때는 수열의 극한의 대소 관계를 이용하여 극한값을 구한다.
(2) 세 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $a_n \le c_n \le b_n$이고, $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} b_n = \alpha$ (α는 실수)이면 $\lim_{n\to\infty} c_n = \alpha$이다.

필수 유형 3 | 2014학년도 대수능 6월 모의평가 |

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 부등식

$3n^2+2n < a_n < 3n^2+3n$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty} \frac{5a_n}{n^2+2n}$의 값을 구하시오. [3점]

07

▸ 23055-0197

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 부등식

$5n^2+3n < (n^2+n+1)a_n < 7n^2+4n+2$

를 만족시킨다. $\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$일 때, 가능한 모든 자연수 α의 값의 합은?

① 17 ② 18 ③ 19
④ 20 ⑤ 21

08

▸ 23055-0198

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\frac{3n+1}{3} < a_n < \sqrt{n^2+2n+2}$

(나) $\sqrt{4n^4+n^3} < b_n < 2n^2+4n$

$\lim_{n\to\infty} \frac{(5n+1)a_n}{7b_n}$의 값은?

① $\frac{3}{14}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{5}{14}$
④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

09

▸ 23055-0199

첫째항이 1이고 공차가 d_1인 등차수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n, 첫째항이 1이고 공차가 d_2인 등차수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 T_n이라 하자. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $S_n \times T_n < n^4 \times a_n < S_n \times T_n + n^3$을 만족시키고, $\lim_{n\to\infty} a_n = 1$일 때, $d_1 d_2$의 값을 구하시오.

유형 4 등비수열의 극한

출제경향 | 등비수열의 일반항을 포함하는 수열의 극한값을 구하는 문제, x^n을 포함하는 수열의 극한으로 정의되는 함수에 대한 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | 등비수열 $\{r^n\}$의 수렴과 발산은 다음과 같다.

(1) $r>1$일 때, $\lim_{n\to\infty} r^n=\infty$ (발산)

(2) $r=1$일 때, $\lim_{n\to\infty} r^n=1$ (수렴)

(3) $|r|<1$일 때, $\lim_{n\to\infty} r^n=0$ (수렴)

(4) $r\le -1$일 때, 수열 $\{r^n\}$은 진동한다. (발산)

필수 유형 4 | 2023학년도 대수능 |

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+1}{3^n+2^{2n-1}}=3$일 때, a_2의 값은? [3점]

① 16 ② 18 ③ 20
④ 22 ⑤ 24

10

▸ 23055-0200

$\lim_{n\to\infty}\frac{2^n(4^{n+1}-2^n)}{(2^n+1)(4^n-2^n+1)}$의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 4

11

▸ 23055-0201

양의 실수 a에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{a^{2n}-a^n}{a^{2n}+a^n}$의 값을 $f(a)$라 하자. 다음 조건을 만족시키는 임의의 네 양의 실수 a_1, a_2, a_3, a_4에 대하여 $f(a_1)+f(a_2)+f(a_3)+f(a_4)$의 값은?

(가) $f(a_1)\times f(a_2)\times f(a_3)\times f(a_4)=1$
(나) $a_1\times a_2\times a_3\times a_4=1$

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

12

▸ 23055-0202

1보다 큰 세 자연수 a, b, c에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a^n+b^{n+1}}{a^{n+1}+b^n}=p,\ \lim_{n\to\infty}\frac{b^n+c^{n+1}}{b^{n+1}+c^n}=q$$

라 하자. **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $a>b$, $b=c$이면 $p\times q<1$이다.
ㄴ. $p\times q>c$이면 $a<b<c$이다.
ㄷ. $p\times q=1$이면 $(a-b)(b-c)(c-a)=0$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

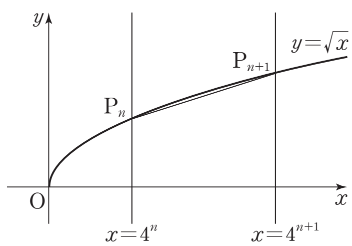
유형 5 수열의 극한의 활용

출제경향 | 주어진 방정식이나 도형 및 수열에서 일반항을 찾아 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | 주어진 함수의 그래프의 성질, 도형의 성질을 이용하여 수열의 일반항을 찾아 문제를 해결한다.

필수 유형 5 | 2017학년도 대수능 |

자연수 n에 대하여 직선 $x=4^n$이 곡선 $y=\sqrt{x}$와 만나는 점을 P_n이라 하자. 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$의 길이를 L_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{L_{n+1}}{L_n}\right)^2$의 값을 구하시오. [4점]



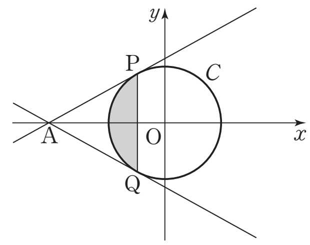
13
▸ 23055-0203

자연수 n에 대하여 x에 대한 방정식 $2x^3-9nx^2+12n^2x=k$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든 자연수 k의 개수를 a_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n^3+n^2+1}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

14
▸ 23055-0204

그림과 같이 자연수 n에 대하여 점 $\mathrm{A}(-2^{n+1}, 0)$에서 원 C: $x^2+y^2=4^n$에 그은 두 접선과 원 C가 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 선분 PQ와 호 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{4^{n+1}+4}$의 값은? (단, 점 P의 y좌표는 양수이고, 호 PQ는 점 $(-2^n, 0)$을 포함한다.)



① $\frac{\pi}{24}-\frac{\sqrt{3}}{16}$ ② $\frac{\pi}{24}-\frac{\sqrt{3}}{20}$ ③ $\frac{\pi}{12}-\frac{\sqrt{3}}{12}$
④ $\frac{\pi}{12}-\frac{\sqrt{3}}{16}$ ⑤ $\frac{\pi}{12}-\frac{\sqrt{3}}{20}$

15
▸ 23055-0205

자연수 n에 대하여 1부터 $3n+2$까지의 자연수 중 서로 다른 세 개 이상의 수를 택한 후 크기 순으로 나열한 수열이 공차가 n인 등차수열이 되는 경우의 수를 a_n이라 하자. 예를 들어, $n=2$인 경우 3, 5, 7은 공차가 2인 등차수열 중 하나이다. $\lim_{n\to\infty}\frac{a_1a_n}{n+1}$의 값은? (단, 수를 택하는 순서는 고려하지 않는다.)

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

유형 6 급수의 계산

출제경향 | 급수의 성질을 이해하고 여러 가지 급수의 합을 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | (1) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$에서 첫째항부터 제n항까지의 부분합을 S_n이라 할 때, 수열 $\{S_n\}$의 극한값으로 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$의 합을 구한다.

(2) 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$이 수렴하고 그 합이 각각 S, T일 때

① $\sum_{n=1}^{\infty} ka_n = k\sum_{n=1}^{\infty} a_n = kS$ (단, k는 상수)

② $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n+b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n = S+T$

③ $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n-b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n - \sum_{n=1}^{\infty} b_n = S-T$

필수 유형 6 | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

첫째항이 4인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 급수

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{n}-\frac{3n+7}{n+2}\right)$$

이 실수 S에 수렴할 때, S의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

16

▸ 23055-0206

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$이 각각 상수에 수렴할 때, 함수

$$f(x)=x^2+\sum_{n=1}^{\infty} x(a_n+b_n)+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-b_n)$$

은 $x=-2$에서 최솟값 -2를 갖는다. $\sum_{n=1}^{\infty}(2a_n+b_n)$의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

17

▸ 23055-0207

모든 자연수 n에 대하여 $a_n=\frac{5}{n}$인 수열 $\{a_n\}$이 어떤 자연수 p에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_{n+p-1}\times a_{n+p+1})=\frac{45}{8}$$

를 만족시킬 때, p의 값을 구하시오.

18

▸ 23055-0208

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n=2$

(나) 모든 자연수 p에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} a_{n+p}=\frac{2}{p+1}$이다.

a_3+a_5의 값은?

① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{5}$
④ $\frac{7}{30}$ ⑤ $\frac{4}{15}$

유형 7 등비급수의 수렴 조건과 합

출제경향 | 등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ $(a\neq 0)$이 수렴할 조건을 찾는 문제, 등비급수의 합을 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | (1) 등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ $(a\neq 0)$이 수렴할 조건은 $|r|<1$이다.

(2) 등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ $(a\neq 0)$은

① $|r|<1$일 때, 수렴하고 그 합은 $\frac{a}{1-r}$이다.

② $|r|\geq 1$일 때, 발산한다.

필수 유형 7 | 2022학년도 대수능 |

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_{2n-1}-a_{2n})=3,\ \sum_{n=1}^{\infty}a_n^{\ 2}=6$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

19

▸ 23055-0209

첫째항과 공비가 각각 0이 아닌 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$이 각각 수렴하고,

$\sum_{n=1}^{\infty}a_nb_n=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\times\sum_{n=1}^{\infty}b_n$이 성립할 때, $\left(\frac{1}{2}-\frac{a_2}{a_1}\right)\times\left(\frac{1}{2}-\frac{b_2}{b_1}\right)$의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

20

▸ 23055-0210

공비가 각각 r $(-1<r<1)$, r' $(-1<r'<1)$인 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $(1-r)\times\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)=a_1+b_1$
(나) $r+r'=1$

rr'의 값은? (단, $a_1b_1\neq 0$)

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{5}{32}$ ③ $\frac{3}{16}$
④ $\frac{7}{32}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

21

▸ 23055-0211

첫째항과 공비가 각각 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$은 수렴한다.
(나) $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+|a_n|)=0$
(다) $3\times\sum_{n=1}^{\infty}|a_{2n}|=7\times\sum_{n=1}^{\infty}|a_{3n}|$

$\frac{|a_1|+a_2}{a_1}=k$일 때, $16k^2$의 값을 구하시오.

유형 8 등비급수의 활용

출제경향 | 일정한 규칙과 비율에 의하여 무한히 그려지는 도형에서 길이 또는 넓이의 합을 등비급수를 이용하여 구하는 문제가 출제된다.

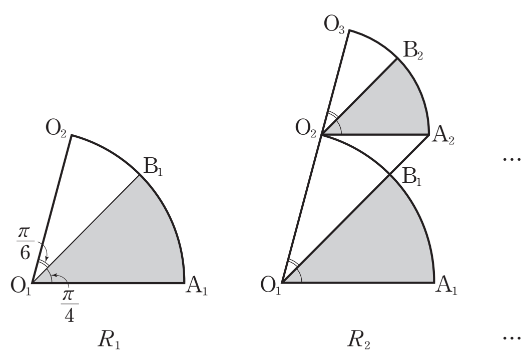
출제경향잡기 | 도형의 길이 또는 넓이를 등비수열 $\{a_n\}$으로 생각하여 a_1의 값을 구하고 a_n과 a_{n+1} 사이에 성립하는 관계식으로부터 공비를 구하여 등비급수의 합을 구한다.

필수 유형 8 | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

그림과 같이 중심이 O_1, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$인 부채꼴 $O_1A_1O_2$가 있다. 호 A_1O_2 위에 점 B_1을 $\angle A_1O_1B_1=\frac{\pi}{4}$가 되도록 잡고, 부채꼴 $O_1A_1B_1$에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 점 O_2를 지나고 선분 O_1A_1에 평행한 직선이 직선 O_1B_1과 만나는 점을 A_2라 하자. 중심이 O_2이고 중심각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$인 부채꼴 $O_2A_2O_3$을 부채꼴 $O_1A_1B_1$과 겹치지 않도록 그린다. 호 A_2O_3 위에 점 B_2를 $\angle A_2O_2B_2=\frac{\pi}{4}$가 되도록 잡고, 부채꼴 $O_2A_2B_2$에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]

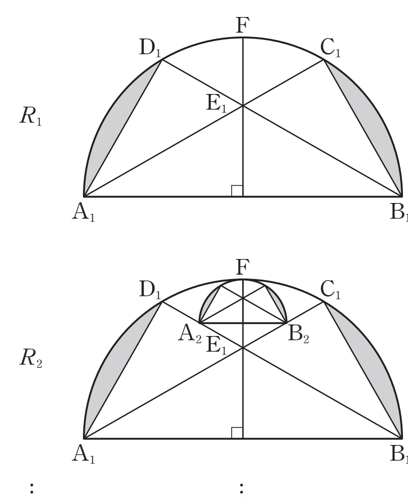


① $\frac{3\pi}{16}$ ② $\frac{7\pi}{32}$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{9\pi}{32}$ ⑤ $\frac{5\pi}{16}$

22

▶ 23055-0212

그림과 같이 길이가 2인 선분 A_1B_1을 지름으로 하는 반원이 있다. 호 A_1B_1 위의 두 점 C_1, D_1을 $\angle C_1A_1B_1=\angle D_1B_1A_1=\frac{\pi}{6}$가 되도록 잡는다. 두 선분 A_1C_1, B_1D_1의 교점을 E_1, 선분 A_1B_1의 수직이등분선과 호 A_1B_1의 교점을 F라 하고, 호 A_1D_1과 선분 A_1D_1로 둘러싸인 부분과 호 B_1C_1과 선분 B_1C_1로 둘러싸인 부분에 각각 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자. 그림 R_1에 선분 D_1E_1 위의 점 A_2, 선분 C_1E_1 위의 점 B_2를 선분 A_2B_2가 선분 A_1B_1과 평행하고 선분 A_2B_2를 지름으로 하는 반원이 선분 A_1B_1을 지름으로 하는 반원과 점 F에서 만나도록 잡는다. 선분 A_2B_2를 지름으로 하고, 선분 A_1B_1을 지름으로 하는 반원과 점 F에서 만나는 반원에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?



① $\frac{2\sqrt{3}+3}{18}\pi-\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{2\sqrt{3}+3}{18}\pi-\frac{2+\sqrt{3}}{5}$

③ $\frac{2\sqrt{3}+3}{18}\pi-\frac{2+\sqrt{3}}{6}$ ④ $\frac{2\sqrt{3}+3}{18}\pi-\frac{2+\sqrt{3}}{7}$

⑤ $\frac{2\sqrt{3}+3}{18}\pi-\frac{2+\sqrt{3}}{8}$

미적분

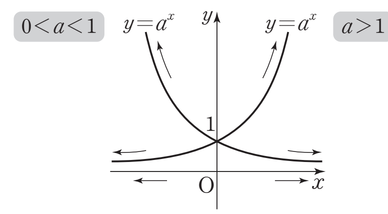
08 미분법

1 지수함수와 로그함수의 극한

(1) 지수함수의 극한

① $a>1$일 때, $\lim_{x\to-\infty} a^x=0$, $\lim_{x\to\infty} a^x=\infty$

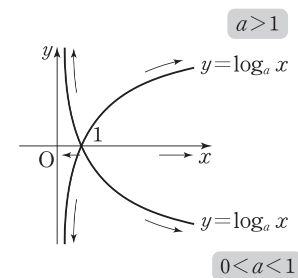
② $0<a<1$일 때, $\lim_{x\to-\infty} a^x=\infty$, $\lim_{x\to\infty} a^x=0$



(2) 로그함수의 극한

① $a>1$일 때, $\lim_{x\to0+} \log_a x=-\infty$, $\lim_{x\to\infty} \log_a x=\infty$

② $0<a<1$일 때, $\lim_{x\to0+} \log_a x=\infty$, $\lim_{x\to\infty} \log_a x=-\infty$



2 무리수 e의 정의와 자연로그

(1) $\lim_{x\to0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$, $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$ (단, $e=2.718\cdots$)

(2) 무리수 e를 밑으로 하는 로그, 즉 $\log_e x$를 x의 자연로그라고 하며, 이것을 간단히 $\ln x$와 같이 나타낸다.

3 무리수 e의 정의를 이용한 극한

(1) $\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$, $\lim_{x\to0}\frac{\log_a(1+x)}{x}=\frac{1}{\ln a}$ (단, $a>0$, $a\neq1$)

(2) $\lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}=1$, $\lim_{x\to0}\frac{a^x-1}{x}=\ln a$ (단, $a>0$, $a\neq1$)

4 지수함수와 로그함수의 도함수

(1) $y=e^x$이면 $y'=e^x$

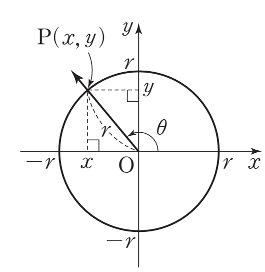
(2) $y=a^x$이면 $y'=a^x\ln a$ (단, $a>0$, $a\neq1$)

(3) $y=\ln x$이면 $y'=\frac{1}{x}$

(4) $y=\log_a x$이면 $y'=\frac{1}{x\ln a}$ (단, $a>0$, $a\neq1$)

5 삼각함수 사이의 관계

(1) 삼각함수의 정의 : 좌표평면의 원점 O에서 x축의 양의 방향을 시초선으로 할 때, 반지름의 길이가 r이고 중심이 원점 O인 원 위의 임의의 점 $\mathrm{P}(x, y)$에 대하여 동경 OP가 나타내는 일반각의 크기를 θ라 하면 θ에 대하여 $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$의 역수의 값을 대응시킨 관계



$$\theta \to \frac{r}{y}\ (y\neq0),\ \theta \to \frac{r}{x}\ (x\neq0),\ \theta \to \frac{x}{y}\ (y\neq0)$$

은 각각 θ에 대한 함수이다. 이 함수를 각각 코시컨트함수, 시컨트함수, 코탄젠트함수라 하고, 기호로

$$\csc\theta=\frac{r}{y}\ (y\neq0),\ \sec\theta=\frac{r}{x}\ (x\neq0),\ \cot\theta=\frac{x}{y}\ (y\neq0)$$

과 같이 나타낸다.

사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수, 코시컨트함수, 시컨트함수, 코탄젠트함수를 통틀어 θ에 대한 삼각함수라고 한다.

(2) 삼각함수 사이의 관계

① $\csc\theta=\frac{1}{\sin\theta}$, $\sec\theta=\frac{1}{\cos\theta}$, $\cot\theta=\frac{1}{\tan\theta}$

② $1+\tan^2\theta=\sec^2\theta$, $1+\cot^2\theta=\csc^2\theta$

6 삼각함수의 덧셈정리

(1) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$, $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

(2) $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$, $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

(3) $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$, $\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$

7 삼각함수의 극한

(1) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}=1$, $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\tan x}{x}=1$

(2) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin bx}{ax}=\dfrac{b}{a}$, $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\tan bx}{ax}=\dfrac{b}{a}$ (단, $a\neq0$)

8 사인함수와 코사인함수의 도함수

(1) $y=\sin x$이면 $y'=\cos x$

(2) $y=\cos x$이면 $y'=-\sin x$

9 여러 가지 미분법

(1) 함수의 몫의 미분법 : 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ $(g(x)\neq0)$이 미분가능할 때

① $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$이면 $y'=\dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$

② $y=\dfrac{1}{g(x)}$이면 $y'=-\dfrac{g'(x)}{\{g(x)\}^2}$

(2) 합성함수의 미분법 : 미분가능한 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$에 대하여 합성함수 $y=f(g(x))$의 도함수는

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dx} \text{ 또는 } y'=f'(g(x))g'(x)$$

(3) 매개변수로 나타내어진 함수의 미분법 : 매개변수 t로 나타내어진 함수 $x=f(t)$, $y=g(t)$에서 두 함수 $f(t)$, $g(t)$가 각각 미분가능할 때,

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{g'(t)}{f'(t)} \text{ (단, } f'(t)\neq0)$$

(4) 음함수의 미분법 : x에 대한 함수 y가 음함수 $f(x, y)=0$의 꼴로 주어졌을 때에는 y를 x에 대한 함수로 보고 각 항을 x에 대하여 미분하여 $\dfrac{dy}{dx}$를 구한다.

(5) 역함수의 미분법 : 미분가능한 함수 $f(x)$의 역함수 $f^{-1}(x)$가 존재하고 미분가능할 때, 함수 $y=f^{-1}(x)$의 도함수는

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{\frac{dx}{dy}} \text{ 또는 } (f^{-1})'(x)=\frac{1}{f'(f^{-1}(x))}=\frac{1}{f'(y)} \left(\text{단, } \frac{dx}{dy}\neq0,\ f'(y)\neq0\right)$$

(6) 이계도함수 : 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가 미분가능할 때, 함수 $f'(x)$의 도함수

$\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f'(x+h)-f'(x)}{h}$를 함수 $y=f(x)$의 이계도함수라고 하며, 이것을 기호로

$$f''(x),\ y'',\ \frac{d^2y}{dx^2},\ \frac{d^2}{dx^2}f(x)$$

와 같이 나타낸다.

10 도함수의 활용 (1)

(1) **접선의 방정식** : 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a,\ f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

(2) **함수의 증가와 감소의 판정** : 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에서 미분가능하고, 이 구간의 모든 x에 대하여

① $f'(x)>0$이면 $f(x)$는 이 구간에서 증가한다. ② $f'(x)<0$이면 $f(x)$는 이 구간에서 감소한다.

(3) **도함수를 이용한 함수의 극대와 극소의 판정** : 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$이고 $x=a$의 좌우에서

① $f'(x)$의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이다.

② $f'(x)$의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

(4) **이계도함수를 이용한 함수의 극대와 극소의 판정** : 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$일 때

① $f''(a)<0$이면 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이다. ② $f''(a)>0$이면 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

(5) **곡선의 오목과 볼록** : 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$가 어떤 구간의 모든 x에 대하여

① $f''(x)>0$이면 곡선 $y=f(x)$는 이 구간에서 아래로 볼록하다.

② $f''(x)<0$이면 곡선 $y=f(x)$는 이 구간에서 위로 볼록하다.

(6) **변곡점의 판정** : 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$에 대하여 $f''(a)=0$이고 $x=a$의 좌우에서 $f''(x)$의 부호가 바뀌면 점 $(a,\ f(a))$는 곡선 $y=f(x)$의 변곡점이다.

(7) **함수의 그래프** : 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형은 다음을 고려하여 그린다.

① 함수의 정의역과 치역
② 대칭성과 주기
③ 좌표축과 만나는 점
④ 함수의 증가와 감소, 극대와 극소
⑤ 곡선의 오목과 볼록, 변곡점
⑥ $\lim_{x\to\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, 곡선의 점근선

(8) **함수의 최대와 최소** : 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속이면 최대 · 최소 정리에 의하여 함수 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다. 이때 함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값, $f(a)$, $f(b)$의 값 중에서 가장 큰 값이 최댓값이고 가장 작은 값이 최솟값이다.

11 도함수의 활용 (2)

(1) **방정식에의 활용**

① 방정식 $f(x)=0$의 실근은 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축이 만나는 점의 x좌표와 같다. 따라서 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축이 만나는 점의 개수를 조사하여 구할 수 있다.

② 방정식 $f(x)=g(x)$의 실근은 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 만나는 점의 x좌표와 같다. 따라서 방정식 $f(x)=g(x)$의 서로 다른 실근의 개수는 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 만나는 점의 개수를 조사하여 구할 수 있다.

(2) **부등식에의 활용**

① 어떤 구간에서 부등식 $f(x)>0$이 성립함을 보이려면 일반적으로 이 구간에서 함수 $y=f(x)$의 그래프가 x축보다 위쪽에 있음을 보이면 된다.

② 어떤 구간에서 부등식 $f(x)>g(x)$가 성립함을 보이려면 $h(x)=f(x)-g(x)$로 놓고 이 구간에서 부등식 $h(x)>0$이 성립함을 보이면 된다.

(3) **속도와 가속도** : 좌표평면 위를 움직이는 점 $\mathrm{P}(x,\ y)$의 시각 t에서의 위치가 $x=f(t)$, $y=g(t)$일 때

① 시각 t에서의 점 P의 속도는 $\left(\frac{dx}{dt},\ \frac{dy}{dt}\right)$ 또는 $(f'(t),\ g'(t))$

② 시각 t에서의 점 P의 속력은 $\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}=\sqrt{\{f'(t)\}^2+\{g'(t)\}^2}$

③ 시각 t에서의 점 P의 가속도는 $\left(\frac{d^2x}{dt^2},\ \frac{d^2y}{dt^2}\right)$ 또는 $(f''(t),\ g''(t))$

④ 시각 t에서의 점 P의 가속도의 크기는 $\sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2+\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2}=\sqrt{\{f''(t)\}^2+\{g''(t)\}^2}$

유형 1 지수함수와 로그함수의 극한

출제경향 | 무리수 e의 정의를 이용하여 함수의 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | 무리수 e의 정의를 이용하여 극한값을 구한다.

(1) $\lim_{x\to0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$, $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$

(2) $\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$, $\lim_{x\to0}\frac{\log_a(1+x)}{x}=\frac{1}{\ln a}$ (단, $a>0$, $a\neq1$)

(3) $\lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}=1$, $\lim_{x\to0}\frac{a^x-1}{x}=\ln a$ (단, $a>0$, $a\neq1$)

필수 유형 ① | 2023학년도 대수능 |

$\lim_{x\to0}\frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x+4}-2}$의 값은? [2점]

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

01

▸ 23055-0213

$\lim_{x\to0}\frac{\log_5(1+x^2)}{x(5^x-1)}$의 값은?

① $\frac{1}{(\ln 5)^2}$　② $\frac{1}{\ln 5}$　③ 1
④ $\ln 5$　⑤ $(\ln 5)^2$

02

▸ 23055-0214

최고차항의 계수가 각각 1인 두 이차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=g(2)=0$

(나) $\lim_{x\to2}\frac{e^{f(x)g(x)}-1}{g(x)}=3$

(다) $\lim_{x\to1}\frac{\ln\left(1+\frac{f(x)}{g(x)}\right)}{f(x)}=-\frac{1}{3}$

$f(3)+g(3)$의 값은?

① 10　② 11　③ 12
④ 13　⑤ 14

03

▸ 23055-0215

두 자연수 m, n에 대하여 $\lim_{x\to0}\frac{e^{6x}+1-e^{mx}-e^{nx}}{x^2}=k$이다. 모든 실수 k의 값의 합은? (단, $m\leq n$)

① 21　② 22　③ 23
④ 24　⑤ 25

유형 2 지수함수와 로그함수의 미분

출제경향 | 지수함수와 로그함수의 도함수를 이용하여 주어진 함수의 미분계수를 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | 지수함수와 로그함수의 도함수를 이용하여 주어진 함수의 미분계수를 구한다.

(1) $y=e^x$이면 $y'=e^x$

(2) $y=a^x$이면 $y'=a^x \ln a$ (단, $a>0$, $a\neq1$)

(3) $y=\ln x$이면 $y'=\frac{1}{x}$

(4) $y=\log_a x$이면 $y'=\frac{1}{x\ln a}$ (단, $a>0$, $a\neq1$)

필수 유형 ❷ | 2020학년도 대수능 |

함수 $f(x)=x^3\ln x$에 대하여 $\frac{f'(e)}{e^2}$의 값을 구하시오. [3점]

04

▸ 23055-0216

함수 $f(x)=\ln x^3$에 대하여 $f'(2)$의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

05

▸ 23055-0217

1보다 큰 두 상수 a, t에 대하여 두 함수 $f(x)=e^x$, $g(x)=\log_a x$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(t)=g(t)$
(나) $f'(t)=g'(t)$

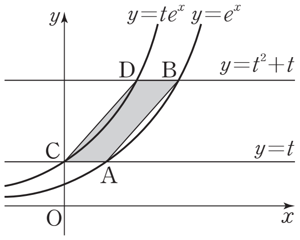
$t\times\ln t$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

06

▸ 23055-0218

그림과 같이 1보다 큰 실수 t에 대하여 곡선 $y=e^x$과 두 직선 $y=t$, $y=t^2+t$가 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=te^x$과 두 직선 $y=t$, $y=t^2+t$가 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사각형 ABDC의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $S'(2)$의 값은?



① $4\ln 2$ ② $4\ln 2+1$ ③ $4\ln 2+2$
④ $5\ln 2+1$ ⑤ $5\ln 2+2$

유형 3 삼각함수 사이의 관계와 삼각함수의 덧셈정리

출제경향 | 삼각함수의 정의, 삼각함수 사이의 관계와 삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 식의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | 삼각함수의 정의, 삼각함수 사이의 관계와 삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 주어진 문제를 해결한다.

(1) 삼각함수 사이의 관계

① $\csc\theta=\frac{1}{\sin\theta}$, $\sec\theta=\frac{1}{\cos\theta}$, $\cot\theta=\frac{1}{\tan\theta}$

② $1+\tan^2\theta=\sec^2\theta$, $1+\cot^2\theta=\csc^2\theta$

(2) 삼각함수의 덧셈정리

① $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

② $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

③ $\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$

$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$

필수 유형 3 | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

$2\cos\alpha=3\sin\alpha$이고 $\tan(\alpha+\beta)=1$일 때, $\tan\beta$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

07

▸ 23055-0219

$\sin\theta=2\cos\theta$일 때, $\sec^2\theta$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

08

▸ 23055-0220

$\cos x=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos(x-y)=\frac{2\sqrt{5}}{25}$일 때, $10\sin y+5\cos y$의 값을 구하시오. $\left(\text{단, } 0<x<\frac{\pi}{2}\right)$

09

▸ 23055-0221

$\sin x\cos y=\frac{3\sqrt{2}}{10}$, $\cos x\sin y=\frac{2\sqrt{2}}{5}$일 때, $\sin 2x$의 값은? $\left(\text{단, } 0\le x\le\frac{\pi}{4},\ 0\le y\le\frac{\pi}{4}\right)$

① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{21}{25}$ ③ $\frac{22}{25}$
④ $\frac{23}{25}$ ⑤ $\frac{24}{25}$

유형 4 삼각함수의 극한의 활용 및 삼각함수의 미분

출제경향 | 삼각함수의 극한을 이용하여 식의 극한값을 구하거나 주어진 도형에서 선분의 길이 또는 도형의 넓이의 극한값을 구하는 문제가 출제된다. 또한 사인함수와 코사인함수의 도함수를 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | (1) 삼각함수의 극한의 활용

주어진 도형에서 선분의 길이나 도형의 넓이를 삼각함수를 이용하여 나타내고,

$$\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x}=1,\ \lim_{x\to0}\frac{\tan x}{x}=1$$

임을 이용하여 문제를 해결한다.

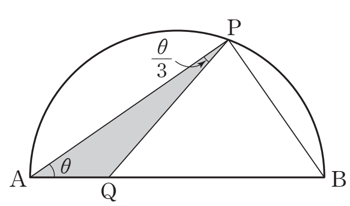
(2) 삼각함수의 미분

$$(\sin x)'=\cos x,\ (\cos x)'=-\sin x$$

임을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 4 | 2022학년도 대수능 예시문항 |

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위에 점 P가 있고, 선분 AB 위에 점 Q가 있다. $\angle PAB=\theta$이고 $\angle APQ=\frac{\theta}{3}$일 때, 삼각형 PAQ의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 PB의 길이를 $l(\theta)$라 하자. $\lim\limits_{\theta\to0+}\frac{S(\theta)}{l(\theta)}$의 값은? $\left(단,\ 0<\theta<\frac{\pi}{4}\right)$ [4점]



① $\frac{1}{12}$　② $\frac{1}{6}$　③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$　⑤ $\frac{5}{12}$

10

▸ 23055-0222

함수 $f(x)=|\sin x\cos x|$에 대하여 두 상수 $a\left(0<a<\frac{\pi}{2}\right)$, $b\left(\frac{\pi}{2}<b<\pi\right)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(a)+f'(b)=0$
(나) $b-a=\frac{3}{5}\pi$

$\frac{b}{a}$의 값은?

① 3　② $\frac{7}{2}$　③ 4
④ $\frac{9}{2}$　⑤ 5

11

▸ 23055-0223

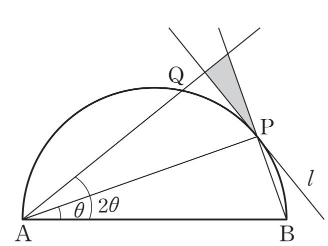
자연수 n에 대하여 $\lim\limits_{x\to0}\frac{1-(\cos x)^{2^n}}{x^2}$의 값을 a_n이라 하자. a_3+a_5의 값은?

① 18　② 20　③ 22
④ 24　⑤ 26

12

▸ 23055-0224

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle PAB=\theta$, $\angle QAB=2\theta$가 되도록 잡고, 호 AB 위의 점 P에서의 접선을 l이라 하자. 세 직선 AQ, BP, l로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim\limits_{\theta\to0+}\frac{S(\theta)}{\theta^3}$의 값을 구하시오. $\left(단,\ 0<\theta<\frac{\pi}{4}\right)$



유형 5 함수의 몫의 미분법과 합성함수의 미분법

출제경향 | 함수의 몫의 미분법과 합성함수의 미분법을 이용하여 미분계수를 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | (1) 함수의 몫의 미분법
두 함수 $f(x)$, $g(x)$ $(g(x)\neq 0)$이 미분가능할 때
① $y=\frac{f(x)}{g(x)}$이면 $y'=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$
② $y=\frac{1}{g(x)}$이면 $y'=-\frac{g'(x)}{\{g(x)\}^2}$
임을 이용하여 문제를 해결한다.
(2) 합성함수의 미분법
미분가능한 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$에 대하여 합성함수 $y=f(g(x))$의 도함수는
$y'=f'(g(x))g'(x)$
임을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 5 | 2022학년도 대수능 |

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$f(x^3+x)=e^x$

을 만족시킬 때, $f'(2)$의 값은? [3점]

① e　② $\frac{e}{2}$　③ $\frac{e}{3}$　④ $\frac{e}{4}$　⑤ $\frac{e}{5}$

13

▸ 23055-0225

함수 $f(x)=\frac{x}{\ln x}$ $(x>1)$에 대하여 $f'(e^2)$의 값은?

① $\frac{1}{8}$　② $\frac{1}{4}$　③ $\frac{3}{8}$　④ $\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{5}{8}$

14

▸ 23055-0226

함수 $f(x)=\frac{1}{2}x^2+ax$에 대하여 함수 $g(x)$를

$g(x)=f(\sin x)$

라 하자. $0<x<2\pi$에서 방정식 $g'(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수가 3일 때, 모든 실근의 합은? (단, a는 상수이다.)

① π　② $\frac{3}{2}\pi$　③ 2π　④ $\frac{5}{2}\pi$　⑤ 3π

15

▸ 23055-0227

실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$와 양수 a가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)-g(x)=0$의 한 실근은 a이다.
(나) $f(a)=a$, $f'(a)=3a$

함수 $h(x)=\begin{cases} f(g(x)) & (x\le a) \\ f(x)g(x) & (x>a) \end{cases}$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $g'(a)$의 값은?

① $\frac{1}{2}$　② 1　③ $\frac{3}{2}$　④ 2　⑤ $\frac{5}{2}$

미적분

유형 6 매개변수로 나타내어진 함수, 음함수의 미분법

출제경향 | 매개변수로 나타내어진 함수의 미분법, 음함수의 미분법을 이용하여 미분계수를 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | (1) 매개변수로 나타내어진 함수의 미분법
매개변수 t로 나타내어진 함수 $x=f(t)$, $y=g(t)$에서 두 함수 $f(t)$, $g(t)$가 각각 미분가능할 때,

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{g'(t)}{f'(t)} \text{ (단, } f'(t)\neq 0\text{)}$$

임을 이용하여 문제를 해결한다.

(2) 음함수의 미분법
x에 대한 함수 y가 음함수 $f(x, y)=0$의 꼴로 주어졌을 때에는 y를 x에 대한 함수로 보고 각 항을 x에 대하여 미분하여 $\frac{dy}{dx}$를 구한다.

필수 유형 6 | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

곡선 $x^2-y\ln x+x=e$ 위의 점 (e, e^2)에서의 접선의 기울기는? [3점]

① $e+1$ ② $e+2$ ③ $e+3$
④ $2e+1$ ⑤ $2e+2$

16
▸ 23055-0228

매개변수 t $(t>0)$으로 나타내어진 곡선

$$x=t+\sqrt{t},\ y=t^2-\frac{4}{t}$$

에서 $t=1$일 때, $\frac{dy}{dx}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

17
▸ 23055-0229

곡선 $e^y\ln x=x$ 위의 점 (a, b)에서의 접선의 기울기가 0일 때, $a+b$의 값은?

① $e+1$ ② $e+2$ ③ $e+3$
④ $2e+1$ ⑤ $2e+2$

18
▸ 23055-0230

양의 실수 k에 대하여 곡선 C: $x^2+xy+\frac{7}{3}y^2=1$ $(x>0)$과 직선 $y=kx$가 만나는 점을 P라 하고, 곡선 C 위의 점 P에서의 접선을 l이라 하자. 원점 O와 직선 l 사이의 거리가 선분 OP의 길이와 같을 때, k의 값을 구하시오.

유형 7 역함수의 미분법과 이계도함수

출제경향 | 역함수의 미분법을 이용하여 미분계수를 구하는 문제와 이계도함수를 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | (1) 역함수의 미분법

미분가능한 함수 $f(x)$의 역함수 $f^{-1}(x)$가 존재하고 미분가능할 때, 함수 $y=f^{-1}(x)$의 도함수는

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{\frac{dx}{dy}} \text{ 또는 } (f^{-1})'(x)=\frac{1}{f'(f^{-1}(x))}=\frac{1}{f'(y)}$$

$$\left(\text{단, } \frac{dx}{dy}\neq 0,\ f'(y)\neq 0\right)$$

(2) 이계도함수

함수 $f'(x)$의 도함수 $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f'(x+h)-f'(x)}{h}$를 함수 $y=f(x)$의 이계도함수라고 하며, 이것을 기호로 $f''(x)$, y'', $\frac{d^2y}{dx^2}$, $\frac{d^2}{dx^2}f(x)$와 같이 나타낸다.

필수 유형 7 | 2019학년도 대수능 |

함수 $f(x)=\frac{1}{1+e^{-x}}$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $g'(f(-1))$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{(1+e)^2}$　② $\frac{e}{1+e}$　③ $\left(\frac{1+e}{e}\right)^2$

④ $\frac{e^2}{1+e}$　⑤ $\frac{(1+e)^2}{e}$

19

▸ 23055-0231

실수 t에 대하여 함수 $f(x)=x^3+x$의 그래프와 직선 $y=t$의 교점의 x좌표를 $g(t)$라 하자. $\lim\limits_{t\to 2}\frac{g(t)+a}{t-2}=b$일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $\frac{a}{b}$의 값은?

① -4　② -8　③ -12

④ -16　⑤ -20

20

▸ 23055-0232

함수 $f(x)=\frac{x^2+ax+b}{e^x}$가

$$\lim_{h\to 0}\frac{f'(2+h)}{h}=0$$

을 만족시킬 때, 두 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① -1　② -2　③ -3

④ -4　⑤ -5

21

▸ 23055-0233

a가 양수일 때, 열린구간 $(-2, 2)$에서 정의된 함수

$$f(x)=ax+\tan\frac{\pi}{4}x$$

의 역함수를 $g(x)$라 하자.

$\lim\limits_{x\to 3}\frac{g(x)-1}{x-3}=b$를 만족시킬 때, 두 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① $\frac{1}{2+\pi}$　② $\frac{2}{4+\pi}$　③ $\frac{2}{2+\pi}$

④ $\frac{4}{4+\pi}$　⑤ $\frac{4}{2+\pi}$

유형 8 접선의 방정식

출제경향 | 미분을 이용하여 곡선 위의 점에서의 접선의 방정식을 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | (1) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

임을 이용하여 문제를 해결한다.

(2) 매개변수 t로 나타내어진 함수 $x=f(t)$, $y=g(t)$가 $t=t_1$에서 각각 미분가능하고 $f'(t_1)\neq 0$일 때, 곡선 위의 점 $(f(t_1), g(t_1))$에서의 접선의 방정식은

$$y-g(t_1)=\frac{g'(t_1)}{f'(t_1)}\{x-f(t_1)\}$$

임을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 8 | 2019학년도 대수능 9월 모의평가 |

곡선 $e^y \ln x=2y+1$ 위의 점 $(e, 0)$에서의 접선의 방정식을 $y=ax+b$라 할 때, ab의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① $-2e$　② $-e$　③ -1
④ $-\frac{2}{e}$　⑤ $-\frac{1}{e}$

22

▸ 23055-0234

함수 $f(x)=\frac{3x}{x^2+2}$의 그래프 위의 점 $(2, 1)$에서의 접선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이는? (단, O는 원점이다.)

① $\frac{31}{6}$　② $\frac{16}{3}$　③ $\frac{11}{2}$
④ $\frac{17}{3}$　⑤ $\frac{35}{6}$

23

▸ 23055-0235

곡선 $x^2+2xy-y^2=4$에 접하는 기울기가 3인 두 직선은 $y=3x+a$, $y=3x+b$이다. 두 상수 a, b에 대하여 a^2+b^2의 값은? (단, $a<b$)

① 2　② 4　③ 6
④ 8　⑤ 10

24

▸ 23055-0236

양수 t에 대하여 매개변수 t로 나타내어진 곡선

$$x=t-\frac{1}{t},\ y=t^2+t$$

가 있다. 원점에서 이 곡선에 그은 접선의 기울기는?

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

유형 9 함수의 증가와 감소, 극대와 극소

출제경향 | 미분을 이용하여 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 판정하는 문제 또는 $f(x)$의 극댓값과 극솟값을 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | (1) 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$를 구하고 $f'(x)$의 부호와 함수의 증가와 감소를 조사하여 문제를 해결한다.
(2) $f'(x)=0$이 되도록 하는 x의 값을 구한 후 이 x의 값의 좌우에서 $f'(x)$의 부호의 변화를 조사하여 극댓값과 극솟값을 구하고 문제를 해결한다.

필수 유형 9 | 2017학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수 $f(x)=(x^2-8)e^{-x+1}$은 극솟값 a와 극댓값 b를 갖는다. 두 수 a, b의 곱 ab의 값은? [3점]

① -34 ② -32 ③ -30
④ -28 ⑤ -26

25

▸ 23055-0237

함수 $f(x)=(x^2+ax-a+4)e^{-x}$의 역함수가 존재하도록 하는 정수 a의 개수는?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

26

▸ 23055-0238

$0<x<\pi$에서 함수 $f(x)=\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)\sin x+\cos x$의 극댓값과 극솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M\times m$의 값은?

① $\frac{\pi}{12}$ ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{\pi}{4}$
④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}\pi$

27

▸ 23055-0239

함수 $f(x)=x^3+a\ln(x^2+b)$가 $f(0)=0$이고, $f'(-1)=6$을 만족시킨다. 함수 $f(x)$의 극솟값은?
(단, a, b는 상수이다.)

① 1 ② $1-\ln 2$ ③ $1-2\ln 2$
④ $1-3\ln 2$ ⑤ $1-4\ln 2$

유형 10 함수의 그래프와 최대, 최소

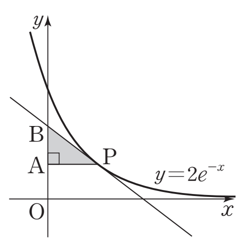
출제경향 | 함수의 증가와 감소, 극대와 극소, 곡선의 오목과 볼록, 곡선의 변곡점 등을 이용하여 함수의 그래프를 파악하거나 최댓값과 최솟값을 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | 도함수를 이용하여 함수의 증가와 감소, 함수의 극대와 극소를 파악하고, 이계도함수를 이용하여 곡선의 오목과 볼록, 곡선의 변곡점 등을 구하여 그래프의 개형을 그려서 문제를 해결한다.

필수 유형 ⑩ | 2017학년도 대수능 |

곡선 $y=2e^{-x}$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ 2e^{-t})\ (t>0)$에서 y축에 내린 수선의 발을 A라 하고, 점 P에서의 접선이 y축과 만나는 점을 B라 하자. 삼각형 APB의 넓이가 최대가 되도록 하는 t의 값은? [4점]

① 1 ② $\dfrac{e}{2}$ ③ $\sqrt{2}$
④ 2 ⑤ e



28

▸ 23055-0240

함수 $f(x)=xe^{-x}$의 그래프의 변곡점에서의 접선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이는? (단, O는 원점이다.)

① $2e^{-2}$ ② $4e^{-2}$ ③ $6e^{-2}$
④ $8e^{-2}$ ⑤ $10e^{-2}$

29

▸ 23055-0241

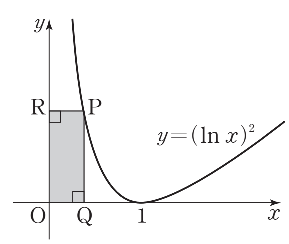
$0<x<3\pi$에서 정의된 함수 $f(x)=2x-\sin x$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 곡선 $y=f(x)$의 두 변곡점이 $(\alpha,\ f(\alpha))$, $(\beta,\ f(\beta))$일 때, $g'(f(\alpha))+g'(f(\beta))$의 값은? (단, $\alpha<\beta$)

① 1 ② $\dfrac{7}{6}$ ③ $\dfrac{4}{3}$
④ $\dfrac{3}{2}$ ⑤ $\dfrac{5}{3}$

30

▸ 23055-0242

그림과 같이 곡선 $y=(\ln x)^2$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ (\ln t)^2)$ $(0<t<1)$에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하자. 사각형 OQPR의 넓이의 최댓값은? (단, O는 원점이다.)



① $2e^{-3}$ ② $2e^{-2}$ ③ $4e^{-2}$
④ $2e^{-1}$ ⑤ $4e^{-1}$

유형 11 방정식과 부등식에의 활용 및 속도와 가속도

출제경향 | 함수의 그래프를 이용하여 방정식의 서로 다른 실근의 개수나 부등식이 성립하는 조건을 구하는 문제가 출제된다. 또한 좌표평면 위를 움직이는 점의 속도와 가속도를 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | (1) 방정식과 부등식에의 활용
미분을 이용하여 함수의 그래프를 그린 후, 방정식의 서로 다른 실근의 개수를 구하거나 부등식이 성립하는 조건을 구하여 문제를 해결한다.
(2) 속도와 가속도
좌표평면 위를 움직이는 점 $\mathrm{P}(x, y)$의 시각 t에서의 위치가 $x=f(t)$, $y=g(t)$일 때, 점 P의 시각 t에서의 속력, 가속도의 크기를 구하는 방법을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 ⑪ | 2019학년도 대수능 |

좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 위치 (x, y)가

$$x=1-\cos 4t,\ y=\frac{1}{4}\sin 4t$$

이다. 점 P의 속력이 최대일 때, 점 P의 가속도의 크기를 구하시오. [3점]

31
▸ 23055-0243

$x>0$인 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$kx^2 \geq \ln x$$

를 만족시키는 실수 k의 최솟값은?

① $\frac{1}{4e}$ ② $\frac{1}{2e}$ ③ $\frac{3}{4e}$
④ $\frac{1}{e}$ ⑤ $\frac{5}{4e}$

32
▸ 23055-0244

양의 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수

$$f(x)=k\sqrt{x},\ g(x)=|\ln x|$$

에 대하여 방정식 $f(x)=g(x)$의 서로 다른 실근의 개수가 2일 때, 상수 k의 값은? $\left(\text{단, } \lim_{x\to\infty}\frac{\ln x}{\sqrt{x}}=0\text{이다.}\right)$

① $\frac{1}{2e}$ ② $\frac{1}{e}$ ③ $\frac{3}{2e}$
④ $\frac{2}{e}$ ⑤ $\frac{5}{2e}$

33
▸ 23055-0245

좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t>0)$에서의 위치 (x, y)가

$$x=(t+1)e^{-t},\ y=2te^{-t}$$

일 때, 점 P의 속력은 $\sqrt{f(t)}$이다. $t>0$에서 함수 $f(t)$는 $t=\alpha$일 때 극댓값을 갖는다. 실수 α의 값은?

① 1 ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{7}{5}$
④ $\frac{8}{5}$ ⑤ $\frac{9}{5}$

09 적분법

1 여러 가지 함수의 부정적분 (단, C는 적분상수)

(1) $\int x^{\alpha}\,dx=\frac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1}+C$ (단, α는 -1이 아닌 실수)

$\int \frac{1}{x}\,dx=\ln|x|+C$

(2) $\int e^{x}\,dx=e^{x}+C$, $\int a^{x}\,dx=\frac{a^{x}}{\ln a}+C$ (단, $a>0$, $a\neq1$)

(3) $\int \sin x\,dx=-\cos x+C$, $\int \cos x\,dx=\sin x+C$

$\int \sec^2 x\,dx=\tan x+C$, $\int \csc^2 x\,dx=-\cot x+C$

2 치환적분법과 부분적분법

(1) 미분가능한 함수 $g(x)$에 대하여 $g(x)=t$로 놓으면 $g'(x)=\frac{dt}{dx}$이므로

$$\int f(g(x))g'(x)dx=\int f(t)dt$$

참고 $\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx=\ln|f(x)|+C$ (단, $f(x)\neq0$이고, C는 적분상수)

(2) 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\int f(x)g'(x)dx=f(x)g(x)-\int f'(x)g(x)dx$$

3 부정적분과 미분의 관계

(1) $\frac{d}{dx}\left\{\int f(x)dx\right\}=f(x)$

(2) $\int\left\{\frac{d}{dx}f(x)\right\}dx=f(x)+C$ (단, C는 적분상수)

4 정적분의 정의와 성질

(1) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 할 때,

$$\int_a^b f(x)dx=\Big[F(x)\Big]_a^b=F(b)-F(a)$$

(2) 임의의 세 실수 a, b, c를 포함하는 구간에서 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 연속일 때

① $\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$ (단, k는 상수)

② $\int_a^b \{f(x)+g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$

③ $\int_a^b \{f(x)-g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx-\int_a^b g(x)dx$

④ $\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx=\int_a^b f(x)dx$

5 정적분의 치환적분법과 부분적분법

(1) 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 함수 $f(t)$에 대하여 미분가능한 함수 $t=g(x)$의 도함수 $g'(x)$가 닫힌구간 $[\alpha, \beta]$에서 연속일 때, $g(\alpha)=a$, $g(\beta)=b$이면

$$\int_\alpha^\beta f(g(x))g'(x)dx=\int_a^b f(t)dt$$

(2) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능하고 $f'(x)$, $g'(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx=\Big[f(x)g(x)\Big]_a^b-\int_a^b f'(x)g(x)dx$$

6 정적분으로 나타낸 함수의 미분

연속함수 $f(x)$와 상수 a에 대하여

(1) $\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_a^x f(t)dt=f(x)$

(2) $\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_a^x xf(t)dt=\int_a^x f(t)dt+xf(x)$

7 정적분으로 나타낸 함수의 극한

연속함수 $f(x)$와 상수 a에 대하여

(1) $\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{1}{x-a}\int_a^x f(t)dt=f(a)$

(2) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\int_a^{a+h} f(t)dt=f(a)$

8 정적분과 급수

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때,

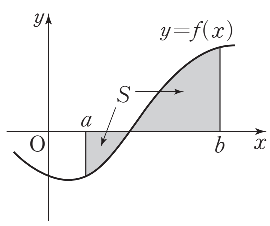
$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(a+\frac{b-a}{n}k\right)\frac{b-a}{n}=\int_a^b f(x)dx=\int_0^{b-a} f(a+x)dx=(b-a)\int_0^1 f\{a+(b-a)x\}dx$$

참고 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(a+\frac{p}{n}k\right)\frac{p}{n}=\int_a^{a+p} f(x)dx=\int_0^p f(a+x)dx=p\int_0^1 f(a+px)dx$ (단, a, p는 상수이다.)

9 곡선과 x축 사이의 넓이

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

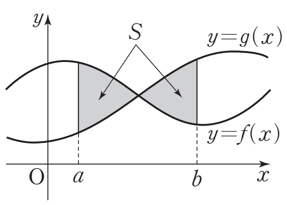
$$S=\int_a^b |f(x)|dx$$



10 두 곡선 사이의 넓이

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

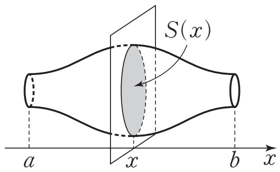
$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx$$



11 입체도형의 부피

닫힌구간 $[a, b]$에서 x좌표가 x인 점을 지나고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가 $S(x)$인 입체도형의 부피 V는

$$V=\int_a^b S(x)dx$$



12 좌표평면 위를 움직이는 점이 움직인 거리

좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 (x, y)가 $x=f(t)$, $y=g(t)$일 때, $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리 s는

$$s=\int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt=\int_a^b \sqrt{\{f'(t)\}^2+\{g'(t)\}^2}\,dt$$

13 곡선의 길이

(1) 곡선 $x=f(t)$, $y=g(t)$ $(a\le t\le b)$의 겹치는 부분이 없을 때, 길이 l은

$$l=\int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt=\int_a^b \sqrt{\{f'(t)\}^2+\{g'(t)\}^2}\,dt$$

(2) 곡선 $y=f(x)$ $(a\le x\le b)$의 길이 l은

$$l=\int_a^b \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx=\int_a^b \sqrt{1+\{f'(x)\}^2}\,dx$$

유형 1 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분의 계산

출제경향 | 여러 가지 함수의 부정적분을 구하거나 정적분의 정의와 성질을 이용하여 정적분의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | 함수 $y=x^{\alpha}$ (α는 실수), 지수함수, 로그함수, 삼각함수의 부정적분과 정적분의 정의와 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 1 | 2021학년도 대수능 |

$x>0$에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여

$$f'(x)=2-\frac{3}{x^2},\ f(1)=5$$

이다. $x<0$에서 미분가능한 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(-3)$의 값은? [4점]

(가) $x<0$인 모든 실수 x에 대하여 $g'(x)=f'(-x)$이다.
(나) $f(2)+g(-2)=9$

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

01

▸ 23055-0246

$x>0$에서 미분가능한 함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 할 때, 모든 양수 x에 대하여

$$F(x)=xf(x)-(x-1)e^x$$

을 만족시킨다. $f(\ln 2)=4$일 때, $f(3\ln 2)$의 값을 구하시오.

02

▸ 23055-0247

열린구간 $\left(-\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{2}\right)$에서 정의되고 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여

$-\frac{\pi}{2}<x<0$에서 $f'(x)=\tan^2 x$,

$0<x<\frac{\pi}{2}$에서 $f'(x)=\sin x$

이다. $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3}{2}$일 때, $f\left(-\frac{\pi}{4}\right)$의 값은?

① $\frac{\pi}{4}-1$　② $\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$　③ $\frac{\pi}{4}$　④ $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{\pi}{4}+1$

03

▸ 23055-0248

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$e^x f(x)+e^x f'(x)=2x+1$$

을 만족시킨다. $f'(0)=-3$일 때, $f(3)\times f(-3)$의 값을 구하시오.

유형 2 치환적분법을 이용한 정적분

출제경향 | 치환적분법을 이용하여 정적분의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 함수 $f(t)$에 대하여 미분가능한 함수 $t=g(x)$의 도함수 $g'(x)$가 닫힌구간 $[\alpha, \beta]$에서 연속일 때, $g(\alpha)=a$, $g(\beta)=b$이면

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(g(x))g'(x)dx=\int_{a}^{b} f(t)dt$$

임을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 ❷ | 2018학년도 대수능 |

함수 $f(x)$가

$$f(x)=\int_{0}^{x}\frac{1}{1+e^{-t}}dt$$

일 때, $(f\circ f)(a)=\ln 5$를 만족시키는 실수 a의 값은? [4점]

① $\ln 11$ ② $\ln 13$ ③ $\ln 15$
④ $\ln 17$ ⑤ $\ln 19$

04

▸ 23055-0249

$\displaystyle\int_{e}^{e^3}\frac{\ln(1+\ln x)}{x(1+\ln x)}dx$의 값은?

① $\frac{1}{2}(\ln 2)^2$ ② $(\ln 2)^2$ ③ $\frac{3}{2}(\ln 2)^2$
④ $2(\ln 2)^2$ ⑤ $\frac{5}{2}(\ln 2)^2$

05

▸ 23055-0250

$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$이고 $\tan\alpha=\frac{3}{4}$인 상수 α에 대하여

$\displaystyle\int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}-\alpha}\frac{\sin^3 x}{\cos^2 x-\cos^4 x}dx$의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

06

▸ 23055-0251

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(2)=f'(2)$
(나) $0\le x\le 1$에서 $f(x)>0$이고, $\displaystyle\int_{0}^{1}\frac{f'(x)}{f(x)}dx=\ln f(1)$ 이다.

$f(4)$의 값을 구하시오.

미적분

유형 3 부분적분법을 이용한 정적분

출제경향 | 부분적분법을 이용하여 정적분의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능하고 $f'(x)$, $g'(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx=\Big[f(x)g(x)\Big]_a^b-\int_a^b f'(x)g(x)dx$$

임을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 ③ | 2020학년도 대수능 |

$\displaystyle\int_e^{e^2}\frac{\ln x-1}{x^2}dx$의 값은? [3점]

① $\dfrac{e+2}{e^2}$　② $\dfrac{e+1}{e^2}$　③ $\dfrac{1}{e}$

④ $\dfrac{e-1}{e^2}$　⑤ $\dfrac{e-2}{e^2}$

07

▸ 23055-0252

함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 도함수 $f'(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다. 두 함수 $f(x)$와 $f'(x)$가

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\cos x\,dx=-1,\ \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\sin dx=5$$

를 만족시킬 때, $f(0)$의 값을 구하시오.

08

▸ 23055-0253

함수 $f(x)=\displaystyle\int_0^x te^t\,dt$에 대하여 $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx$의 값은?

① $-e+3$　② $-2e+6$　③ $-e+4$

④ $-2e+7$　⑤ $-e+5$

09

▸ 23055-0254

부등식

$$\int_{-n\pi}^{(2n+1)\pi} x\sin x\,dx\le 25\pi$$

를 만족시키는 모든 자연수 n의 개수를 구하시오.

유형 4 정적분으로 나타낸 함수의 미분

출제경향 | 연속함수 $f(x)$와 상수 a에 대하여 정적분으로 나타낸 함수 $\int_a^x f(t)dt$, $\int_a^x xf(t)dt$를 미분하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | 연속함수 $f(x)$와 상수 a에 대하여 $\int_a^x f(t)dt$, $\int_a^x xf(t)dt$를 포함하는 함수가 주어질 때, 다음을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) $\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=f(x)$

(2) $\frac{d}{dx}\int_a^x xf(t)dt=\int_a^x f(t)dt+xf(x)$

필수 유형 4 | 2018학년도 대수능 6월 모의평가 |

양의 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$\int_1^x f(t)dt=x^2-a\sqrt{x}\ (x>0)$$

을 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

10 ▸ 23055-0255

함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 도함수 $f'(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다. 함수 $g(x)=\int_0^x f(t)dt$가

$$g(3)=10,\ g'(3)=8$$

을 만족시킬 때, $\int_0^3 xf'(x)dx$의 값을 구하시오.

11 ▸ 23055-0256

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt=xe^{-x}+a\int_0^2 f(t)dt$$

를 만족시킬 때, 상수 a의 값은?

① $-\frac{e^2}{2}$ ② $-e$ ③ $-\frac{e^2}{4}$
④ $-\frac{e}{2}$ ⑤ $-\frac{e}{4}$

12 ▸ 23055-0257

양수 k에 대하여 $0<x<2\pi$에서 정의된 함수

$$f(x)=\int_0^x (\sin t+k\cos t)dt$$

의 극댓값이 3일 때, 함수 $f(x)$의 극솟값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

정답과 풀이 75쪽

유형 5 정적분으로 나타낸 함수의 극한

출제경향 | 정적분의 정의와 미분계수의 정의를 이용하여 정적분으로 나타낸 함수의 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | 연속함수 $f(x)$와 상수 a에 대하여

$\lim_{x\to a}\frac{1}{x-a}\int_a^x f(t)dt$, $\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\int_a^{a+h} f(t)dt$의 값을 구할 때, 다음을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) $\lim_{x\to a}\frac{1}{x-a}\int_a^x f(t)dt=f(a)$

(2) $\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\int_a^{a+h} f(t)dt=f(a)$

필수 유형 5 | 2019학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수 $f(x)=a\cos(\pi x^2)$에 대하여

$$\lim_{x\to 0}\left\{\frac{x^2+1}{x}\int_1^{x+1} f(t)\,dt\right\}=3$$

일 때, $f(a)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2

④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

13

▸ 23055-0258

함수 $f(x)=(x+1)e^{-x}$에 대하여

$$\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\int_{1-h}^{1+h} f'(x)dx$$

의 값은?

① $-\frac{1}{e}$ ② $-\frac{2}{e}$ ③ $-\frac{3}{e}$

④ $-\frac{4}{e}$ ⑤ $-\frac{5}{e}$

14

▸ 23055-0259

함수 $f(x)=(ax+b)\ln x$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to e}\frac{f(x)-f(e)}{x-e}=2$

(나) $\lim_{x\to e}\frac{1}{x-e}\int_e^x f(t)dt=3e$

두 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① $-e$ ② $-2e$ ③ $-3e$

④ $-4e$ ⑤ $-5e$

15

▸ 23055-0260

$-\frac{\pi}{2}<a<\frac{\pi}{2}$일 때, 함수 $f(x)=\sin ax$가

$$\lim_{x\to 1}\frac{1}{(x-1)^2}\int_1^x f(t)\cos\frac{\pi}{2}x\,dt=\frac{\pi}{4}$$

를 만족시킨다. $f'(2)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① $-\frac{\pi}{6}$ ② $-\frac{\pi}{12}$ ③ 0

④ $\frac{\pi}{12}$ ⑤ $\frac{\pi}{6}$

유형 6 정적분과 급수

출제경향 | 정적분을 이용하여 급수의 합을 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | 급수의 합은 경우에 따라 여러 가지 정적분으로 나타낼 수 있음을 알고 이를 이용하여 문제를 해결한다.

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(a+\frac{p}{n}k\right)\frac{p}{n}=\int_a^{a+p} f(x)dx$$
$$=\int_0^p f(a+x)dx$$
$$=p\int_0^1 f(a+px)dx$$

(단, a, p는 상수이다.)

필수 유형 6 | 2022학년도 대수능 |

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{k^2+2kn}{k^3+3k^2n+n^3}$의 값은? [3점]

① $\ln 5$ ② $\frac{\ln 5}{2}$ ③ $\frac{\ln 5}{3}$
④ $\frac{\ln 5}{4}$ ⑤ $\frac{\ln 5}{5}$

16

▸ 23055-0261

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(1+\frac{2k}{n}\right)\frac{1}{n}=3$$

일 때, $\int_1^5 f\left(\frac{x+1}{2}\right)dx$의 값을 구하시오.

17

▸ 23055-0262

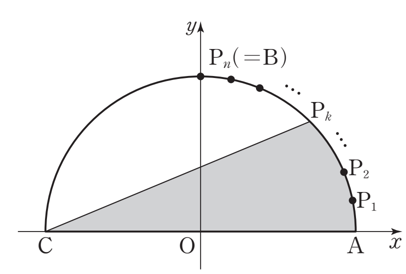
$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\sqrt{\frac{n+3k}{n^3}}$의 값은?

① $\frac{10}{9}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{14}{9}$
④ $\frac{16}{9}$ ⑤ 2

18

▸ 23055-0263

그림과 같이 곡선 $x^2+y^2=1\ (y\ge 0)$ 위의 두 점 $A(1, 0)$, $B(0, 1)$과 2 이상의 자연수 n에 대하여 호 AB를 n등분하는 점을 점 A에 가까운 점부터 차례로 P_1, P_2, P_3, $\cdots$, P_k, $\cdots$, $P_{n-1}\ (1\le k\le n-1)$이라 하고, 점 B를 P_n이라 하자.
점 $C(-1, 0)$에 대하여 선분 AC, 선분 CP_k, 호 AP_k로 둘러싸인 도형의 넓이를 $S(k)$라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}S(k)$의 값은?



① $\frac{\pi}{8}+\frac{1}{\pi}$ ② $\frac{\pi}{8}+\frac{2}{\pi}$ ③ $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{\pi}$
④ $\frac{\pi}{4}+\frac{2}{\pi}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}+\frac{1}{\pi}$

유형 7 곡선과 좌표축 사이의 넓이

출제경향 | 정적분을 이용하여 곡선과 좌표축 사이의 넓이를 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

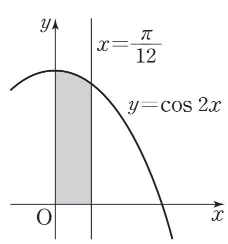
$$S=\int_a^b |f(x)|dx$$

임을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 7 | 2023학년도 대수능 9월 모의평가 |

함수 $y=\cos 2x$의 그래프와 x축, y축 및 직선 $x=\frac{\pi}{12}$로 둘러싸인 영역의 넓이가 직선 $y=a$에 의하여 이등분될 때, 상수 a의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2\pi}$ ② $\frac{1}{\pi}$ ③ $\frac{3}{2\pi}$
④ $\frac{2}{\pi}$ ⑤ $\frac{5}{2\pi}$



19

▸ 23055-0264

곡선 $y=\ln|x|$와 x축 및 직선 $y=1$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

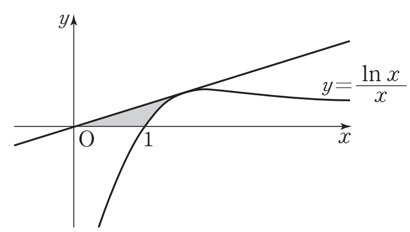
① $2(e-1)$ ② $2e-1$ ③ $2e$
④ $2e+1$ ⑤ $2(e+1)$

20

▸ 23055-0265

원점에서 곡선 $y=\frac{\ln x}{x}$에 그은 접선과 x축 및 곡선 $y=\frac{\ln x}{x}$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{3}{32}$ ③ $\frac{1}{8}$
④ $\frac{5}{32}$ ⑤ $\frac{3}{16}$



21

▸ 23055-0266

함수 $f(x)=ax-\sin x\ (a>1)$은 $f(\pi)=2\pi$를 만족시킨다. 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=t$의 교점의 x좌표를 $g(t)$라 하자. $\int_0^\pi \frac{x}{f'(g(2x))}dx$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① $\frac{\pi^2-1}{4}$ ② $\frac{\pi^2-2}{4}$ ③ $\frac{\pi^2-3}{4}$
④ $\frac{\pi^2-4}{4}$ ⑤ $\frac{\pi^2-5}{4}$

유형 8 두 곡선 사이의 넓이

출제경향 | 정적분을 이용하여 두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 문제가 출제된다.

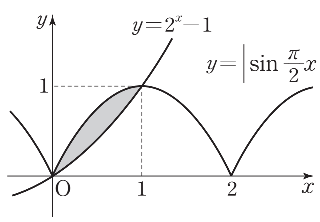
출제경향잡기 | 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx$$

임을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 8 | 2019학년도 대수능 9월 모의평가 |

그림과 같이 두 곡선 $y=2^x-1$, $y=\left|\sin\frac{\pi}{2}x\right|$가 원점 O와 점 $(1,\ 1)$에서 만난다. 두 곡선 $y=2^x-1$, $y=\left|\sin\frac{\pi}{2}x\right|$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]



① $-\frac{1}{\pi}+\frac{1}{\ln 2}-1$ ② $\frac{2}{\pi}-\frac{1}{\ln 2}+1$

③ $\frac{2}{\pi}+\frac{1}{\ln 2}-1$ ④ $\frac{1}{\pi}-\frac{1}{2\ln 2}+1$

⑤ $\frac{1}{\pi}+\frac{1}{\ln 2}-1$

22

▸ 23055-0267

두 곡선 $y=e^x$, $y=-2e^{-x}+3$으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $3\ln 2-2$ ② $3\ln 2-1$ ③ $3\ln 2$

④ $3\ln 2+1$ ⑤ $3\ln 2+2$

23

▸ 23055-0268

정의역이 각각 $\left\{x\middle|0\le x<\frac{\pi}{2}\right\}$인 두 함수

$f(x)=\tan x$, $g(x)=2\sin x$

에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

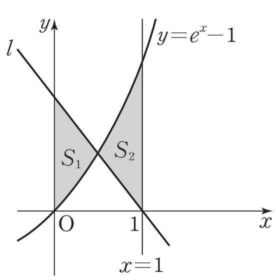
① $1-\ln 2$ ② $2-2\ln 2$ ③ $2-\ln 2$

④ $3-2\ln 2$ ⑤ $3-\ln 2$

24

▸ 23055-0269

그림과 같이 곡선 $y=e^x-1$과 직선 $l: y=m(x-1)$ $(m<0)$이 있다. 곡선 $y=e^x-1$과 직선 l 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 곡선 $y=e^x-1$과 직선 l 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. $S_1=S_2$일 때, 상수 m의 값은?



① $4-3e$ ② $2-2e$ ③ $3-2e$

④ $4-2e$ ⑤ $2-e$

미적분

유형 9 입체도형의 부피

출제경향 | 정적분을 이용하여 입체도형의 부피를 구하는 문제가 출제된다.

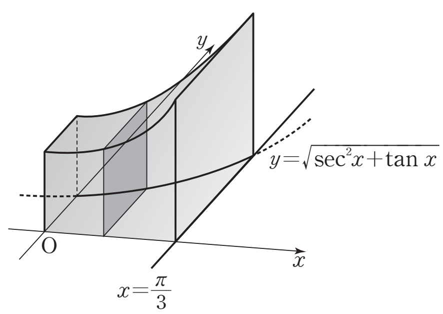
출제경향잡기 | 닫힌구간 $[a, b]$에서 x좌표가 x인 점을 지나고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가 $S(x)$인 입체도형의 부피 V는

$$V=\int_a^b S(x)dx$$

임을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 9 | 2023학년도 대수능 |

그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{\sec^2 x+\tan x}\left(0\le x\le\frac{\pi}{3}\right)$와 x축, y축 및 직선 $x=\frac{\pi}{3}$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]

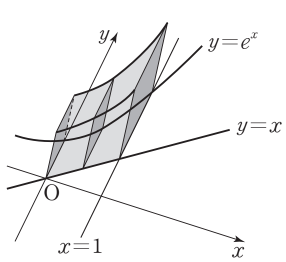


① $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\ln 2}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}+\ln 2$ ③ $\sqrt{3}+\frac{\ln 2}{2}$
④ $\sqrt{3}+\ln 2$ ⑤ $\sqrt{3}+2\ln 2$

25

▸ 23055-0270

그림과 같이 곡선 $y=e^x$과 직선 $y=x$, y축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피는?



① $\frac{1}{2}e^2-\frac{7}{3}$ ② $\frac{1}{2}e^2-\frac{13}{6}$ ③ $\frac{1}{2}e^2-2$
④ $\frac{1}{2}e^2-\frac{11}{6}$ ⑤ $\frac{1}{2}e^2-\frac{5}{3}$

26

▸ 23055-0271

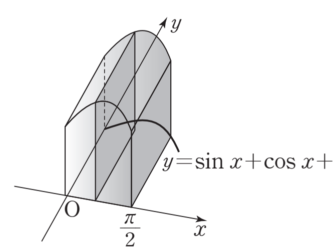
비어 있는 어떤 용기에 물을 채우면 물의 높이가 x(cm)일 때의 물의 부피가 $x^2+\ln(x+1)$(cm^3)이다. $x=t$(cm)일 때의 수면의 넓이를 $S(t)$라 하자. $S(a)=\{S(1)\}^2$을 만족시키는 실수 a의 값은? (단, $x\ge 0$)

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

27

▸ 23055-0272

그림과 같이 곡선 $y=\sin x+\cos x+1$과 x축, y축 및 직선 $x=\frac{\pi}{2}$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피는?



① $\pi+1$ ② $\pi+2$ ③ $\pi+3$
④ $\pi+4$ ⑤ $\pi+5$

유형 10 좌표평면 위를 움직이는 점이 움직인 거리와 곡선의 길이

출제경향 | 좌표평면 위를 움직이는 점이 움직인 거리를 구하거나 곡선의 길이를 구하는 문제가 출제된다.

출제경향잡기 | (1) 좌표평면 위를 움직이는 점이 움직인 거리
좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 (x, y)가 $x=f(t)$, $y=g(t)$일 때, $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리 s는

$$s=\int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}dt=\int_a^b \sqrt{\{f'(t)\}^2+\{g'(t)\}^2}dt$$

(2) 곡선의 길이
곡선 $y=f(x)$ $(a\le x\le b)$의 길이 l은

$$l=\int_a^b \sqrt{1+\{f'(x)\}^2}\,dx$$

임을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 ⑩ | 2022학년도 대수능 |

좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t>0)$에서의 위치가 곡선 $y=x^2$과 직선 $y=t^2x-\frac{\ln t}{8}$가 만나는 서로 다른 두 점의 중점일 때, 시각 $t=1$에서 $t=e$까지 점 P가 움직인 거리는? [3점]

① $\frac{e^4}{2}-\frac{3}{8}$ ② $\frac{e^4}{2}-\frac{5}{16}$ ③ $\frac{e^4}{2}-\frac{1}{4}$
④ $\frac{e^4}{2}-\frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{e^4}{2}-\frac{1}{8}$

28

▸ 23055-0273

좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t>0)$에서의 위치 (x, y)가

$x=8\sqrt{t}$, $y=t-4\ln t$

일 때, 시각 $t=1$에서 $t=e$까지 점 P가 움직인 거리는?

① $e+1$ ② $e+2$ ③ $e+3$
④ $e+4$ ⑤ $e+5$

29

▸ 23055-0274

$0\le x\le \ln a$에서 함수 $f(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+\frac{1}{8}e^{-2x}$의 그래프의 길이가 $\frac{13}{12}$일 때, 상수 a의 값은? (단, $a>1$)

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2
④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

30

▸ 23055-0275

정의역이 $\{x\,|\,-2<x<2\}$인 함수

$f(x)=2\ln(4-x^2)$

에 대하여 $x=-1$에서 $x=1$까지의 곡선 $y=f(x)$의 길이는?

① $2\ln 3-2$ ② $2\ln 3-1$ ③ $3\ln 3-2$
④ $3\ln 3-1$ ⑤ $4\ln 3-2$

미적분

고2~N수 수능 집중 로드맵

수능 입문 → 기출 / 연습 → 연계+연계 보완 → 고난도 → 모의고사

수능 입문
- 윤혜정의 개념/패턴의 나비효과
- 수능 감(感)잡기
- 수능특강 Light
- 강의노트 수능개념

기출 / 연습
- 윤혜정의 기출의 나비효과
- 수능 기출의 미래
- 수능 기출의 미래 미니모의고사
- 수능특강Q 미니모의고사

연계+연계 보완
- 수능연계교재의 국어 어휘
- 수능연계교재의 VOCA 1800
- 수능연계 기출 Vaccine VOCA
- 연계: 수능특강, 수능완성
- 수능특강 사용설명서
- 수능특강 연계 기출
- 수능 영어 간접연계 서치라이트
- 수능완성 사용설명서

고난도
- 수능연계완성 3/4주 특강 고난도·신유형
- 박봄의 사회 · 문화 표 분석의 패턴

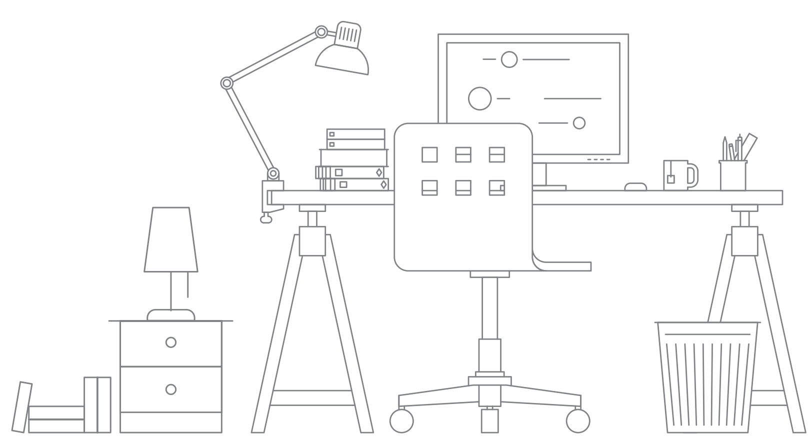
모의고사
- FINAL 실전모의고사
- 만점마무리 봉투모의고사
- 고난도 시크릿X 봉투모의고사
- 수능 싱크로 100% 프리미엄 봉투모의고사

구분	시리즈명	특징	수준	영역
수능 입문	윤혜정의 개념/패턴의 나비효과	윤혜정 선생님과 함께하는 수능 국어 개념/패턴 학습		국어
	수능 감(感) 잡기	동일 소재·유형의 내신과 수능 문항 비교로 수능 입문		국/수/영
	수능특강 Light	수능 연계교재 학습 전 연계교재 입문서		국/영
	수능개념	EBSi 대표 강사들과 함께하는 수능 개념 다지기		전 영역
기출/연습	윤혜정의 기출의 나비효과	윤혜정 선생님과 함께하는 까다로운 국어 기출 완전 정복		국어
	수능 기출의 미래	올해 수능에 딱 필요한 문제만 선별한 기출문제집		전 영역
	수능 기출의 미래 미니모의고사	부담없는 실전 훈련, 고품질 기출 미니모의고사		국/수/영
	수능특강Q 미니모의고사	매일 15분으로 연습하는 고품격 미니모의고사		전 영역
연계 + 연계 보완	수능특강	최신 수능 경향과 기출 유형을 분석한 종합 개념서		전 영역
	수능특강 사용설명서	수능 연계교재 수능특강의 지문·자료·문항 분석		국/영
	수능특강 연계 기출	수능특강 수록 작품·지문과 연결된 기출문제 학습		국/영
	수능완성	유형 분석과 실전모의고사로 단련하는 문항 연습		전 영역
	수능완성 사용설명서	수능 연계교재 수능완성의 국어·영어 지문 분석		국/영
	수능 영어 간접연계 서치라이트	출제 가능성이 높은 핵심만 모아 구성한 간접연계 대비 교재		영어
	수능연계교재의 국어 어휘	수능 지문과 문항 이해에 필요한 어휘 학습서		국어
	수능연계교재의 VOCA 1800	수능특강과 수능완성의 필수 중요 어휘 1800개 수록		영어
	수능연계 기출 Vaccine VOCA	수능-EBS 연계 및 평가원 최다 빈출 어휘 선별 수록		영어
고난도	수능연계완성 3/4주 특강	단기간에 끝내는 수능 킬러 문항 대비서		국/수/영/과
	박봄의 사회·문화 표 분석의 패턴	박봄 선생님과 사회·문화 표 분석 문항의 패턴 연습		사회탐구
모의고사	FINAL 실전모의고사	수능 동일 난도의 최다 분량, 최다 과목 모의고사		전 영역
	만점마무리 봉투모의고사	실제 시험지 형태와 OMR 카드로 실전 훈련 모의고사		전 영역
	고난도 시크릿X 봉투모의고사	제대로 어려운 최고난도 모의고사		국/수/영
	수능 싱크로 100% 프리미엄 봉투모의고사	수능 직전에 만나는, 수능과 가장 가까운 고품격 프리미엄 모의고사		국/수/영

이 책의 **차례**

CONTENTS

실전편



실전 모의고사 1회

제한시간 100분 | 배점 100점

5지선다형

01
▸ 23054-1001

$2^{\log_2 5} \times (\sqrt{5})^{-2}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

02
▸ 23054-1002

함수 $f(x)=2x^3+4x^2-5x+1$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

03
▸ 23054-1003

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

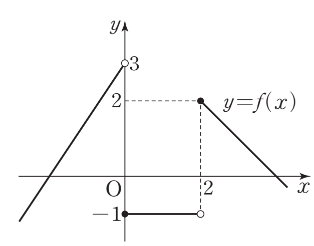
$$a_1=3,\ a_5-a_2=12$$

일 때, a_4의 값은? [3점]

① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

04
▸ 23054-1004

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to 0-} f(x)+\lim_{x\to 2+} \{xf(x)\}$의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

05

▸ 23054-1005

다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=xf(x)+2$$

라 하자. $\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x-1}=3$일 때, $g'(1)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

06

▸ 23054-1006

$\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$인 θ에 대하여 $\tan\theta-\frac{4}{1+\tan\theta}=2$일 때, $\sin\theta+\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ② $-\frac{4\sqrt{10}}{15}$ ③ $-\frac{\sqrt{10}}{3}$ ④ $-\frac{2\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $-\frac{7\sqrt{10}}{15}$

07

▸ 23054-1007

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\ (t\geq0)$에서의 속도를 각각 $v_1(t)$, $v_2(t)$라 할 때,

$$v_1(t)=t^3-12t^2+36t,\ v_2(t)=t^2-6t$$

이다. 두 점 P, Q가 시각 $t=0$일 때 원점을 출발한 후 시각 $t=a$에서 처음으로 속도가 같아진다고 한다. 시각 $t=\frac{a}{2}$에서 $t=a$까지 점 Q가 움직인 거리는? [3점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

08

▸ 23054-1008

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-x^3}{3x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{9x}=-1$$

을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$의 극댓값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

09

▸ 23054-1009

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} S_k=2n^3+4n^2+2n$$

을 만족시킨다. a_3의 값은? [4점]

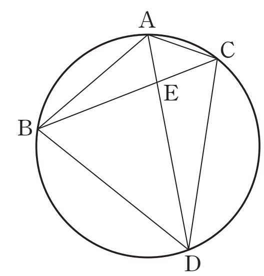
① 26 ② 28 ③ 30
④ 32 ⑤ 34

10

▸ 23054-1010

그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{7}$인 원에 내접하고 $\angle\mathrm{BAC}=\frac{2}{3}\pi$인 삼각형 ABC가 있다. $\angle\mathrm{BAC}$를 이등분하는 직선과 점 A를 포함하지 않는 호 BC가 만나는 점을 D, 선분 AD와 선분 BC가 만나는 점을 E라 하자.

$\sin(\angle\mathrm{BDA})=\frac{\sqrt{21}}{7}$일 때, $\overline{\mathrm{BE}}^2+\overline{\mathrm{CE}}^2$의 값은? [4점]



① $\frac{35}{3}$ ② $\frac{38}{3}$ ③ $\frac{41}{3}$
④ $\frac{44}{3}$ ⑤ $\frac{47}{3}$

11

▸ 23054-1011

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?
(단, a는 상수이다.) [4점]

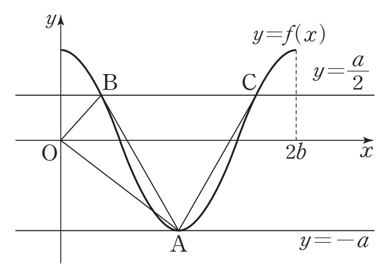
(가) $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{7}{4}$
(나) 모든 실수 x에 대하여
$f(x)=3x^2+ax-\int_0^1 (2x-1)f(t)\,dt$이다.

① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

12

▸ 23054-1012

그림과 같이 두 양수 a, b에 대하여 닫힌구간 $[0, 2b]$에서 정의된 함수 $f(x)=a\cos\frac{\pi x}{b}$가 있다. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=-a$가 만나는 점을 A, 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=\frac{a}{2}$가 만나는 두 점을 각각 B, C라 하자. $\overline{AB}=\overline{BC}$일 때, 직선 OA의 기울기와 직선 OB의 기울기의 곱은?
(단, O는 원점이고, $\overline{OB}<\overline{OC}$이다.) [4점]



① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{13}{18}$ ③ $-\frac{7}{9}$
④ $-\frac{5}{6}$ ⑤ $-\frac{8}{9}$

13

▸ 23054-1013

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1=2$, $a_n a_{n+1}=(-1)^n$
(나) $a_n+b_n=n$

$\sum_{k=1}^{10}(b_{2k}+b_{2k+2})$의 값은? [4점]

① 200 ② 210 ③ 220 ④ 230 ⑤ 240

14

▸ 23054-1014

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)+xf'(x)=-4x^3+6x$$

를 만족시킨다. 실수 t에 대하여 구간 $(-\infty, t]$에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 $g(t)$라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. $f(-1)=-2$
ㄴ. 함수 $g(t)$는 $t=2$에서만 미분가능하지 않다.
ㄷ. 함수 $|f(t)-g(t)|$의 최댓값은 4이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15

▶ 23054-1015

첫째항이 2이고 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$의 각 항을 원소로 갖는 집합을 A라 하고, 첫째항이 1이고 공차가 2인 등차수열 $\{b_n\}$의 각 항을 원소로 갖는 집합을 B라 하자.
집합 $B-A$에 속하는 모든 원소를 작은 것부터 크기순으로 나열한 것을 c_1, c_2, c_3, $\cdots$이라 할 때, $\sum_{k=1}^{n} c_k > 140$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값은? [4점]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

단답형

16

▶ 23054-1016

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} a_k = 21$일 때, $\sum_{k=1}^{10} (k+2a_k)$의 값을 구하시오. [3점]

17

▶ 23054-1017

다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^2+2x+a$이고
$\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = 2$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

(단, a는 상수이다.) [3점]

18

▸ 23054-1018

두 양수 a, b가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

(가) $\log_8 a+\log_8 b=\log_2 12-\log_2 3$
(나) $\log_2 a\times\log_2 b=\log_3 16\times\log_2 9$

19

▸ 23054-1019

함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-ax^2+x+4$의 극값이 존재하지 않도록 하는 정수 a의 개수를 구하시오. [3점]

20

▸ 23054-1020

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=2x$는 서로 다른 두 점에서 만나고, 함수 $|f(x)-2x|$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-2x}{x^2}=16$
(다) $f(1)>15$

곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=2x+k$가 서로 다른 네 점에서 만나도록 하는 정수 k의 개수를 구하시오. [4점]

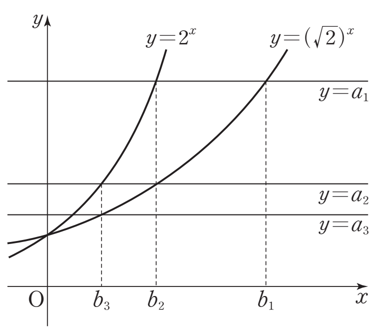
21

▶ 23054-1021

자연수 n에 대하여 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$을 다음과 같이 정의하자. 그림과 같이 직선 $y=a_1$ $(a_1>1)$이 곡선 $y=(\sqrt{2})^x$과 만나는 점의 x좌표를 b_1, 곡선 $y=2^x$과 만나는 점의 x좌표를 b_2라 하고 곡선 $y=(\sqrt{2})^x$ 위의 점 중 x좌표가 b_2인 점의 y좌표를 a_2라 하자. 또 직선 $y=a_2$가 곡선 $y=2^x$과 만나는 점의 x좌표를 b_3이라 하고 곡선 $y=(\sqrt{2})^x$ 위의 점 중 x좌표가 b_3인 점의 y좌표를 a_3이라 하자. 이와 같이 직선 $y=a_n$이 곡선 $y=(\sqrt{2})^x$과 만나는 점의 x좌표를 b_n, 곡선 $y=2^x$과 만나는 점의 x좌표를 b_{n+1}이라 하고 곡선 $y=(\sqrt{2})^x$ 위의 점 중 x좌표가 b_{n+1}인 점의 y좌표를 a_{n+1}이라 하자.

$a_1=4$일 때, $\sum_{n=1}^{5} \log_2 \frac{a_n}{b_n}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 두 자연수이다.) [4점]



22

▶ 23054-1022

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x)\times f'(x) & (x<1) \\ -f(x)\times f'(x) & (x\geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 실수 t에 대하여 방정식 $g(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$라 할 때, 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
(나) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
(다) $h(k)=2$이고 $\lim_{t\to k-} h(t) > \lim_{t\to k+} h(t)$를 만족시키는 실수 k가 존재한다.

$g(-1)=20$일 때, $g(0)\times g(3)$의 값을 구하시오. [4점]

5지선다형

미적분

23

▸ 23055-1023

$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{4n^2+8n}-2n}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 4

24

▸ 23055-1024

$\tan\alpha=\sqrt{2}$, $\sin\beta=\frac{1}{3}$일 때, $\sin(\alpha+\beta)$의 값은?

$\left(단, 0<\alpha<\frac{\pi}{2}, 0<\beta<\frac{\pi}{2}\right)$ [3점]

① $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$
④ $\frac{4\sqrt{3}}{9}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{9}$

25

▸ 23055-1025

매개변수 t로 나타내어진 곡선

$$x=e^{-2t}+e^{4t},\ y=6\sin t+3\cos t$$

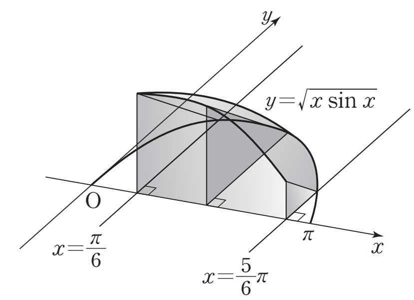
에서 $t=0$일 때, $\frac{dy}{dx}$의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

26

▸ 23055-1026

그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{x\sin x}\ (0\le x\le \pi)$와 x축 및 두 직선 $x=\frac{\pi}{6}$, $x=\frac{5}{6}\pi$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



① $\frac{1}{8}\pi$ ② $\frac{1}{4}\pi$ ③ $\frac{3}{8}\pi$ ④ $\frac{1}{2}\pi$ ⑤ $\frac{5}{8}\pi$

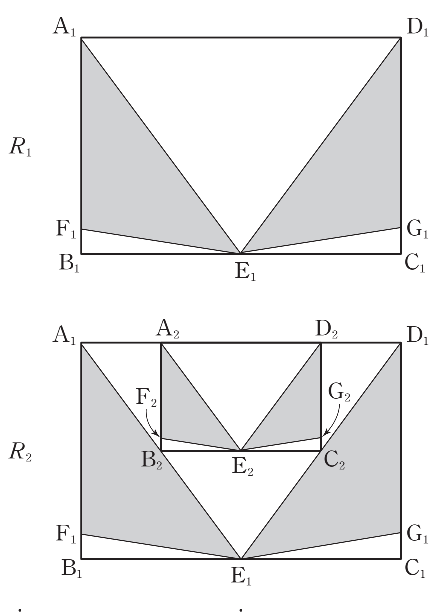
27

▸ 23055-1027

그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=4$, $\overline{A_1D_1}=6$인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 선분 B_1C_1의 중점을 E_1이라 하고, 선분 A_1B_1 위에 점 F_1을 $\angle A_1E_1F_1=\frac{\pi}{4}$가 되도록 잡고, 선분 C_1D_1 위에 점 G_1을 $\angle D_1E_1G_1=\frac{\pi}{4}$가 되도록 잡는다. 삼각형 $A_1E_1F_1$과 삼각형 $D_1E_1G_1$을 그린 후, 삼각형 $A_1E_1F_1$과 삼각형 $D_1E_1G_1$에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 선분 A_1D_1 위의 두 점 A_2, D_2와 선분 A_1E_1 위의 점 B_2와 선분 D_1E_1 위의 점 C_2를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2}:\overline{A_2D_2}=2:3$을 만족시키도록 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그린다. 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 두 점 F_2, G_2를 잡고 삼각형 $A_2E_2F_2$와 삼각형 $D_2E_2G_2$를 그린 후, 삼각형 $A_2E_2F_2$와 삼각형 $D_2E_2G_2$에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]

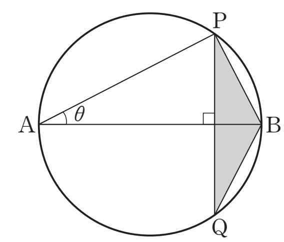


① $\frac{88}{7}$ ② $\frac{92}{7}$ ③ $\frac{96}{7}$ ④ $\frac{100}{7}$ ⑤ $\frac{104}{7}$

28

▸ 23055-1028

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 한 점 P를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 원과 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. $\angle PAB=\theta$라 하고 삼각형 BPQ의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} S(\theta)\,d\theta$의 값은? $\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ [4점]



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{11}{16}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

단답형

29

▸ 23055-1029

두 상수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=\dfrac{-x^2+ax+b}{e^x}$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=x_1$과 $x=x_2$ $(x_1\neq x_2)$에서 극값을 갖고 $x_1+x_2=2$이다.
(나) 곡선 $y=f(x)$의 변곡점의 x좌표는 x_3, x_4 $(x_3\neq x_4)$이고 $(x_3)^2+(x_4)^2=14$이다.

실수 t에 대하여 함수

$$g(t)=\begin{cases} \dfrac{f(t)}{t+1} & (t\neq -1) \\ f'(-1) & (t=-1) \end{cases}$$

일 때, 구간 $[-1,\ \infty)$에서 함수 $g(t)$의 최댓값은 M이고 최솟값은 m이다. $(emM)^2$의 값을 구하시오.

$\left(단,\ \lim_{x\to\infty}\dfrac{x^2}{e^x}=0\right)$ [4점]

30

▸ 23055-1030

함수 $f(x)=\sin\dfrac{\pi}{2}x$와 최고차항의 계수가 음수인 삼차함수 $g(x)$에 대하여 $h(x)=(g\circ f)(x)$라 할 때, 두 함수 $g(x)$, $h(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1)=0$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $g(-x)=-g(x)$이다.
(다) $x>0$일 때 함수 $h(x)$가 극댓값을 갖는 점의 x좌표를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 α_1, α_2, α_3, $\cdots$이라 하면 $h(\alpha_2)=\dfrac{8\sqrt{3}}{9}$이다.

$\displaystyle\int_0^4 |h(x)|\,dx$의 값이 $\dfrac{q}{p\pi}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

5지선다형

01

▸ 23054-1031

$9^{\sqrt{2}} \times 3^{1-2\sqrt{2}}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{9}$　② $\frac{1}{3}$　③ 1　④ 3　⑤ 9

02

▸ 23054-1032

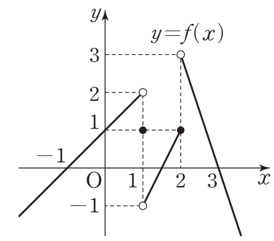
함수 $f(x)=(3x^2-2)(x^2+2x+5)$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① 51　② 52　③ 53　④ 54　⑤ 55

03

▸ 23054-1033

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to 1-} f(x) + \lim_{x \to 2+} f(x)$의 값은? [3점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

04

▸ 23054-1034

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_3=8$, $a_2+a_6=\frac{1}{2}a_{15}$일 때, $a_k>100$을 만족시키는 자연수 k의 최솟값은? [3점]

① 34　② 35　③ 36　④ 37　⑤ 38

05

▸ 23054-1035

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(a_k+2b_k)=30,\ \sum_{k=1}^{10}\left(b_k-\frac{1}{2}\right)=\frac{11}{2}$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}a_k$의 값은? [3점]

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

06

▸ 23054-1036

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=2t^2+at+2$$

이다. 시각 $t=1$에서 $t=3$까지 점 P의 위치의 변화량이 $\frac{100}{3}$일 때, 상수 a의 값은? [3점]

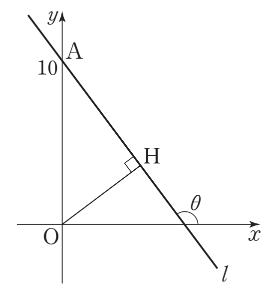
① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

07

▸ 23054-1037

그림과 같이 원점 O에서 점 A$(0,\ 10)$을 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{\mathrm{OH}}=6$이다. 직선 l이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, $\sin\theta+\cos\theta$의 값은?

$\left(\text{단, } \frac{\pi}{2}<\theta<\pi\right)$ [3점]



① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ 0
④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

08

▸ 23054-1038

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 $x=\frac{1}{3}$에서 극솟값을 갖는다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1, 3)$에서의 접선의 방정식이 $y=4x-1$일 때, 함수 $f(x)$의 극댓값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

09

▸ 23054-1039

최솟값이 4이고 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $\log_2 f(x)+\log_2 (x-3)^2=5$가 두 실근 $x=1$, $x=5$를 가질 때, $f(0)$의 값은? [4점]

① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 19

10

▸ 23054-1040

삼차함수 $f(x)$에 대하여

$$g(x)=\int_{-x}^{x} f(t)\,dt$$

이다. $f(0)=5$, $g(1)=12$일 때, $\int_{0}^{2} g(x)\,dx$의 값은? [4점]

① 22 ② 24 ③ 26
④ 28 ⑤ 30

11

▸ 23054-1041

함수 $f(x)=a\sin(b\pi x)+c$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $f(x)$의 최댓값과 최솟값의 합이 6이다.
> (나) 함수 $f(x)$의 주기와 함수 $g(x)=\left|\cos\left(3\pi x-\frac{1}{2}\right)\right|+1$의 주기는 서로 같다.

$f\left(\frac{1}{4}\right)=1$일 때, $f\left(\frac{1}{9}\right)$의 값은?

(단, a, b, c는 상수이고, $a>0$, $b>0$이다.) [4점]

① $-1+\sqrt{3}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $1+\sqrt{3}$
④ $2+\sqrt{3}$ ⑤ $3+\sqrt{3}$

12

▸ 23054-1042

함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x+2)$를 만족시키고

$f(x)=x-1\ (0\le x<2)$

이다. **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

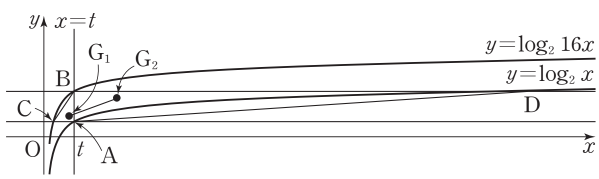
ㄱ. $\lim_{x\to 0-}f(x)+\lim_{x\to 2+}f(x)=0$
ㄴ. 함수 $|f(x)|$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $f(x)f(x+1)$은 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13

▸ 23054-1043

그림과 같이 직선 $x=t\ (t>0)$과 두 곡선 $y=\log_2 x$, $y=\log_2 16x$가 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x축과 평행한 직선이 곡선 $y=\log_2 16x$와 만나는 점을 C, 점 B를 지나고 x축과 평행한 직선이 곡선 $y=\log_2 x$와 만나는 점을 D라 할 때, 두 삼각형 ABC, ADB의 무게중심을 각각 G_1, G_2라 하자. 직선 G_1G_2의 기울기가 $\frac{16}{255}$일 때, 삼각형 ADB의 넓이는? [4점]



① 60　② 75　③ 90　④ 105　⑤ 120

14

▸ 23054-1044

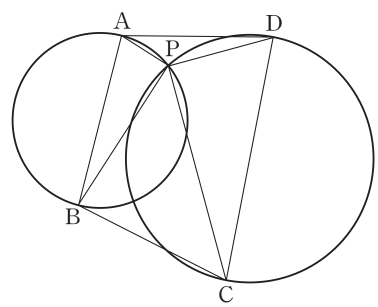
최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $f(x)-x=0$은 세 실근 0, 1, 2를 갖는다. 함수 $g(x)$가 $0\le x\le 2$에서 $g(x)=f(x)$이고 모든 실수 x에 대하여 $g(x+2)=g(x)+2$를 만족시킬 때, $\int_0^{2n} g(x)\,dx=72$를 만족시키는 자연수 n의 값은? [4점]

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

15 ▸ 23054-1045

그림과 같이 길이가 $\sqrt{10}$인 선분 AB를 지름으로 하는 원과 길이가 $2\sqrt{5}$인 선분 CD를 지름으로 하는 원이 서로 다른 두 점에서 만나고 선분 AB와 선분 CD가 서로 만나지 않을 때, 두 원이 만나는 점 중 점 A에 가까운 점을 P라 하자. $\overline{PA}=1$, $\overline{PC}=4$이고, 삼각형 APD의 넓이가 $\frac{\sqrt{5}}{3}$일 때, 선분 BC의 길이는?

(단, $\angle APD > \angle BPC$) [4점]



① $2\sqrt{2}$ ② 3 ③ $\sqrt{10}$
④ $\sqrt{11}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

단답형

16 ▸ 23054-1046

함수 $f(x)=2x^3-x+1$에 대하여 x의 값이 -2에서 2까지 변할 때의 함수 $f(x)$의 평균변화율을 구하시오. [3점]

17 ▸ 23054-1047

자연수 n에 대하여 $\log_2 \frac{128}{n}$의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 n의 값의 합을 구하시오. [3점]

18

▸ 23054-1048

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(2x)+3x^2}{x^2-1}=7,\ \lim_{x\to\infty}f\left(\frac{1}{x}\right)=4$$

를 만족시킨다. 함수 $f(x)$가 $x=-1$에서 최솟값을 가질 때, $f(10)$의 값을 구하시오. [3점]

19

▸ 23054-1049

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=x^2-2x+x\int_0^1 f(t)\,dt$$

를 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

20

▸ 23054-1050

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)>0$

(나) 방정식 $f(x)=0$은 실근을 가지며 모든 근은 10 이하의 자연수이다.

(다) 자연수 n에 대하여 $f(n)$의 $(n+2)$제곱근 중 서로 다른 실수의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n=10$이다.

$f(11)$의 최솟값과 최댓값의 합을 구하시오. [4점]

21

▸ 23054-1051

0이 아닌 두 정수 p, q에 대하여 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_1=40$
> (나) 모든 자연수 n에 대하여
> $$a_{n+1}=\begin{cases} a_n-p & (a_n\geq 0) \\ a_n+pq & (a_n<0) \end{cases}$$
> 이다.

$a_{21}=a_1$이 되도록 하는 두 정수 p, q의 순서쌍 (p, q)에 대하여 $p+q$의 최솟값을 구하시오. [4점]

22

▸ 23054-1052

두 상수 a, b와 실수 k에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^3-3x+a & (x<k) \\ -x^2+13x+b & (x\geq k) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
> (나) 실수 c에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=c$의 서로 다른 실근의 개수의 최댓값은 4이다.

x에 대한 방정식 $f(x)=c$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든 실수 c의 값의 합이 8일 때, x에 대한 방정식 $f(x)=d$의 서로 다른 실근의 개수가 1이 되도록 하는 실수 d의 값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

5지선다형

미적분

23 ▸ 23055-1053

실수 a에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{n-1}{3n+1}=a$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a^{-n}+4}{a^{2-n}+1}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1
④ 3 ⑤ 9

24 ▸ 23055-1054

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 $x>1$인 모든 실수 x에 대하여

$$f(x^2-2x)=xe^{2x-5}$$

을 만족시킨다. 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(3,\ f(3))$에서의 접선의 방정식이 $y=ax+b$일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은? [3점]

① $-\frac{1}{2}e$ ② $-\frac{5}{12}e$ ③ $-\frac{1}{3}e$
④ $-\frac{1}{4}e$ ⑤ $-\frac{1}{6}e$

25

▸ 23055-1055

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(na_n-\frac{3n^2-1}{n+1}\right)=5$일 때,

$\lim_{n\to\infty}\frac{na_n+5}{a_n+3n}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

26

▸ 23055-1056

$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x(1+4\sin^2 x)\,dx$의 값은? [3점]

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{11}{4}$ ③ 3 ④ $\frac{13}{4}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

27

▸ 23055-1057

열린구간 $(-2,\ 2)$에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여

$$g(x)=\ln[1+\{f(x)\}^2]$$

이다. $-2<x<2$인 모든 실수 x에 대하여 $g'(x)=\frac{\pi}{2}f(x)$이고 $f(1)=1$일 때, $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-1}{x^2-1}$의 값은? [3점]

① $\frac{\pi}{4}$　② $\frac{\pi}{3}$　③ $\frac{5}{12}\pi$　④ $\frac{\pi}{2}$　⑤ $\frac{7}{12}\pi$

28

▸ 23055-1058

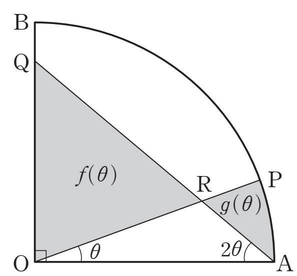
$-2\pi<x<2\pi$에서 함수 $f(x)=(4\cos x+3)(4\cos x-3)^2$이 $x=a$에서 극값을 갖도록 하는 모든 실수 a의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하면 $x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n$이다. $\sum_{k=1}^{n}(k\cos x_k)$의 값은? (단, n은 자연수이다.) [4점]

① -6　② 0　③ 6　④ 12　⑤ 18

단답형

29 ▸ 23055-1059

그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위에 $\angle\mathrm{POA}=\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{8}\right)$인 점 P를 잡고, 선분 OB 위에 $\angle\mathrm{QAO}=2\theta$인 점 Q를 잡을 때, 두 선분 OP, AQ의 교점을 R라 하자. 삼각형 ORQ의 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 AR, PR와 호 AP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$라 할 때, $\lim\limits_{\theta\to0+}\frac{f(\theta)+g(\theta)}{\theta}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30 ▸ 23055-1060

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$와 도함수 $f'(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x\geq0$인 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)$는 연속이고 $f'(x)\geq0$이다.

(나) $\int_0^2 f(x)\,dx=e^2+3$

(다) $t\neq\frac{2e^2}{1-e^2}$ 인 모든 실수 t에 대하여 세 점 $(t,\ f(t))$, $(t+2,\ f(t))$, $(t+2,\ f(t+2))$를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이는 $\{(e^2-1)t+2e^2\}e^t$이다.

모든 실수 x에 대하여 $g(x)=f(x)+xf'(2x)$일 때, $\int_0^4 g(x)\,dx-2f(2)=pe^8+3e^4-4e^2+q$이다. 두 유리수 p, q에 대하여 $p+q$의 값을 구하시오. (단, e^8은 무리수이다.) [4점]

실전 모의고사 3회

제한시간 100분 | 배점 100점

5지선다형

01

▸ 23054-1061

$8^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}+1}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 4

02

▸ 23054-1062

함수 $f(x)=3x^3-6x^2+2$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

03

▸ 23054-1063

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_3=4,\ a_4=4a_2$$

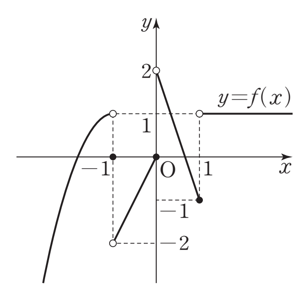
를 만족시킬 때, a_1의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 4
④ 8 ⑤ 16

04

▸ 23054-1064

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x \to -1-} f(x) + \lim\limits_{x \to 0+} f(x) + f(1)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

05

▸ 23054-1065

$0<\theta<\frac{\pi}{2}$인 θ에 대하여 $\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{3}$일 때, $\sin\theta+\cos\theta$의 값은? [3점]

① $\frac{\sqrt{13}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{14}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{15}}{3}$
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{17}}{3}$

06

▸ 23054-1066

두 곡선 $y=x^3-2x^2$과 $y=x^2-4$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$
④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7

07

▸ 23054-1067

x에 대한 방정식 $9^{x-1}-k\times3^x+9=0$이 오직 하나의 실근 α를 가질 때, $k+\alpha$의 값은? (단, k는 상수이다.) [3점]

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

08

▸ 23054-1068

함수

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x\le a) \\ x-5 & (x>a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)\{f(x)+5\}$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은? [3점]

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

09

▸ 23054-1069

수열 $\{a_n\}$은 $a_3=\frac{1}{6}$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\frac{1}{4-8a_n}$$

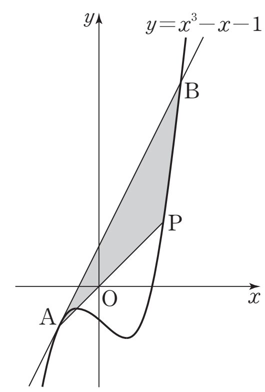
을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{25} a_n$의 값은? [4점]

① $\frac{31}{4}$ ② 8 ③ $\frac{33}{4}$
④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{35}{4}$

10

▸ 23054-1070

곡선 $y=x^3-x-1$ 위의 점 $\mathrm{A}(-1, -1)$에서의 접선이 이 곡선과 만나는 점 중에서 A가 아닌 점을 B라 하자. 곡선 $y=x^3-x-1\ (-1<x<2)$ 위의 점 P에 대하여 삼각형 APB의 넓이의 최댓값은? [4점]



① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

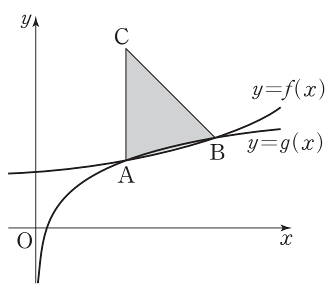
11

▸ 23054-1071

그림과 같이 두 함수 $f(x)=a^x+4$, $g(x)=\frac{1}{4}\log_a x$의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만난다. 두 점 중에서 x좌표가 작은 것부터 차례로 A, B라 하자. 점 B를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 C라 할 때, 점 C가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 OC의 기울기는 2이다.
(나) 직선 AC는 y축과 평행하다.

삼각형 ABC의 넓이는?
(단, a는 1보다 큰 상수이고, O는 원점이다.) [4점]



① 28 ② 32 ③ 36
④ 40 ⑤ 44

12

▸ 23054-1072

양수 k와 사차함수 $f(x)=x^4-\frac{4}{3}kx^3-4k^2x^2$에 대하여 두 실수 a, b가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=a$는 오직 한 점에서만 만난다.
(나) 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=b$는 서로 다른 세 점에서 만난다.

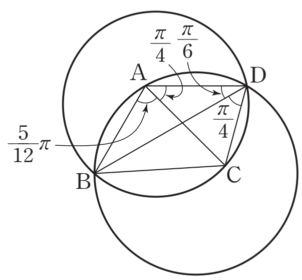
$b-a$의 모든 값의 합이 236이 되도록 하는 k에 대하여 k^4의 값은? [4점]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

13

▸ 23054-1073

그림과 같이 선분 AC와 선분 BD를 두 대각선으로 하는 사각형 ABCD에서 $\angle\mathrm{BAC}=\frac{5}{12}\pi$, $\angle\mathrm{CAD}=\frac{\pi}{4}$, $\angle\mathrm{BDA}=\frac{\pi}{6}$, $\angle\mathrm{CDB}=\frac{\pi}{4}$이다. 삼각형 ABD의 외접원의 반지름의 길이를 R_1, 삼각형 BCD의 외접원의 반지름의 길이를 R_2라 할 때, 다음은 R_1과 R_2의 비를 구하는 과정이다.



선분 AD의 길이를 $k\ (k>0)$이라 하자.
삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여

$\frac{k}{\sin(\angle\mathrm{ABD})}=2R_1$이므로

$R_1=k$

삼각형 ACD에서 사인법칙에 의하여

$\frac{\overline{\mathrm{AD}}}{\sin(\angle\mathrm{ACD})}=\frac{\overline{\mathrm{CD}}}{\sin(\angle\mathrm{CAD})}$이므로

$\overline{\mathrm{CD}}=\boxed{\text{(가)}}$

삼각형 BCD에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{\mathrm{BC}}=\boxed{\text{(나)}}$

삼각형 BCD에서 사인법칙에 의하여

$R_2=\boxed{\text{(다)}}$

이므로 $R_1 : R_2=k : \boxed{\text{(다)}}$이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$, $h(k)$라 할 때, $\frac{f(3)\times g(3)}{h(6)}$의 값은? [4점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

14

▸ 23054-1074

함수 $f(x)=\begin{cases} -x^2+x & (x<0) \\ x^2-2x & (x\geq 0) \end{cases}$과 일차함수 $g(x)$에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

ㄱ. $g(0)=0$

ㄴ. $\int_{-1}^{0} f(x)\,dx=\int_{-1}^{0} f(x)g(x)\,dx$이면 $g(-1)=\frac{10}{7}$이다.

ㄷ. $\int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,dx=0$인 함수 $g(x)$가 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15
▸ 23054-1075

공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 두 집합

$A=\{n \mid a_n a_{n+5} \le 0,\ n$은 자연수$\}$,

$B=\{n \mid S_n S_{n+5} \le 0,\ n$은 자연수$\}$

가

$n(A\cap B)=3,\ A-B\neq\varnothing$

을 만족시킨다. $S_m=a_m$을 만족시키는 짝수인 자연수 m이 존재할 때, $\dfrac{a_{m+10}}{a_m}$의 값은? [4점]

① $\dfrac{5}{2}$　② 3　③ $\dfrac{7}{2}$　④ 4　⑤ $\dfrac{9}{2}$

단답형

16
▸ 23054-1076

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t\ge 0)$에서의 속도 $v(t)$가 $v(t)=6t^2-6t$일 때, $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [3점]

17
▸ 23054-1077

좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(\log_2 a,\ -2)$, $\mathrm{B}\left(\log_2 \dfrac{2}{3},\ \log_5 b\right)$에 대하여 선분 AB의 중점의 좌표가 $(1,\ 0)$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 모두 양수이다.) [3점]

18

▸ 23054-1078

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{2}^{x}(t^3+2t-1)\,dt=ax^3+3x-f(x)$$

를 만족시킨다. $f'(2)=16$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

(단, a는 상수이다.) [3점]

19

▸ 23054-1079

$\sum_{k=1}^{5}(k+a)^2=50+\sum_{k=1}^{5}k(k+a)$일 때, 양수 a의 값을 구하시오.

[3점]

20

▸ 23054-1080

실수 k에 대하여 두 함수 $f(x)=|x|+|x-2|$, $g(x)=\frac{1}{2}x^2-x+k$의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $h(k)$라 하자. $h\left(\frac{5}{2}\right)+\lim_{k\to a+}h(k)=9$일 때, 실수 a의 최솟값은 p이다. $h(p)$의 값을 구하시오. [4점]

21

▸ 23054-1081

$0<a<\frac{\pi}{2}$인 상수 a에 대하여 $a \le x \le 4a$에서 방정식 $\sin x=k$가 오직 한 개의 실근을 갖도록 하는 실수 k의 값이 1뿐일 때, 다음 조건을 만족시키는 10 이하의 두 자연수 m, n $(m<n)$의 모든 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하시오. [4점]

> 닫힌구간 $[ma, na]$에서 함수 $y=\sin x$의 최댓값과 최솟값의 합은 0이다.

22

▸ 23054-1082

다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 모든 사차함수 $f(x)$에 대하여 $f(3)$의 최솟값과 최댓값의 합을 구하시오. [4점]

> (가) $\lim_{x \to 2} \frac{f(x)}{x-2}=6$
>
> (나) 모든 실수 x에 대하여 $|f(x)| \le |xg(x)|$, $g(0)=-6$인 연속함수 $g(x)$가 존재한다.

5지선다형

미적분

23

▸ 23055-1083

$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{2^n}+\frac{2}{3^n}}{\frac{3}{2^n}+\frac{1}{3^n}}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1

④ 2 ⑤ 3

24

▸ 23055-1084

양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 양의 실수 x에 대하여 $f(\sqrt{x})=e^{x^2+x}$을 만족시킬 때, $f'(2)$의 값은? [3점]

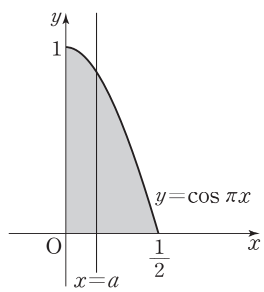
① $20e^{20}$ ② $24e^{20}$ ③ $28e^{20}$

④ $32e^{20}$ ⑤ $36e^{20}$

25

▸ 23055-1085

그림과 같이 곡선 $y=\cos \pi x \left(0 \le x \le \frac{1}{2}\right)$과 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $x=a$가 이등분할 때, 상수 a의 값은? [3점]



① $\frac{1}{9}$　② $\frac{1}{8}$　③ $\frac{1}{7}$　④ $\frac{1}{6}$　⑤ $\frac{1}{5}$

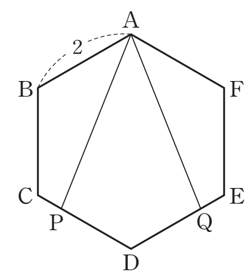
26

▸ 23055-1086

그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정육각형 ABCDEF가 있다. 선분 CD 위의 D가 아닌 점 P와 선분 DE 위의 D가 아닌 점 Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{DP}=\overline{DQ}$
(나) 사각형 APDQ의 넓이는 $3\sqrt{3}$이다.

$\tan(\angle BAP)$의 값은? [3점]



① $\frac{9\sqrt{3}}{22}$　② $\frac{5\sqrt{3}}{11}$　③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$　④ $\frac{6\sqrt{3}}{11}$　⑤ $\frac{13\sqrt{3}}{22}$

27

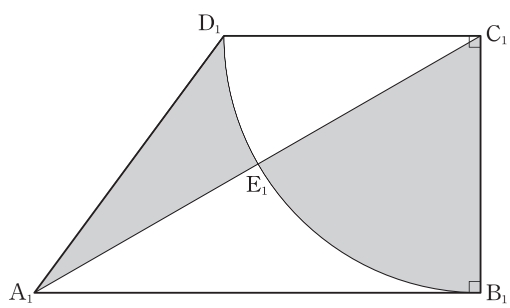
▸ 23055-1087

그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=2\sqrt{3}$, $\overline{B_1C_1}=\overline{C_1D_1}=2$, $\angle A_1B_1C_1=\angle B_1C_1D_1=\frac{\pi}{2}$인 사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 점 C_1을 중심으로 하고 점 D_1을 지나는 원이 선분 A_1C_1과 만나는 점을 E_1이라 할 때, 두 선분 A_1D_1, A_1E_1과 호 D_1E_1로 둘러싸인 부분과 부채꼴 $C_1E_1B_1$로 만들어진 ◺◸ 모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

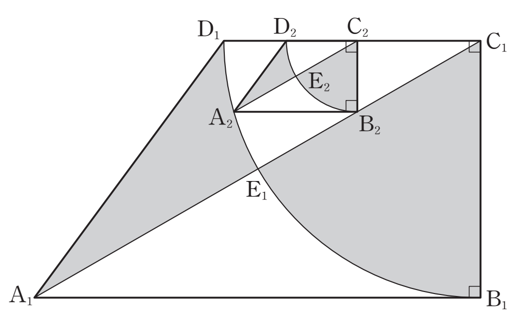
그림 R_1에서 $\overline{A_2B_2}=\sqrt{3}\times\overline{B_2C_2}$, $\overline{B_2C_2}=\overline{C_2D_2}$, $\angle A_2B_2C_2=\angle B_2C_2D_2=\frac{\pi}{2}$가 되도록 호 D_1E_1 위의 점 A_2, 선분 E_1C_1 위의 점 B_2, 선분 C_1D_1 위의 두 점 C_2, D_2를 잡고 사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그린다. 점 C_2를 중심으로 하고 점 D_2를 지나는 원이 선분 A_2C_2와 만나는 점을 E_2라 할 때, 두 선분 A_2D_2, A_2E_2와 호 D_2E_2로 둘러싸인 부분과 부채꼴 $C_2E_2B_2$로 만들어진 ◺◸ 모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}S_n$의 값은? [3점]

R_1



R_2



⋮ ⋮

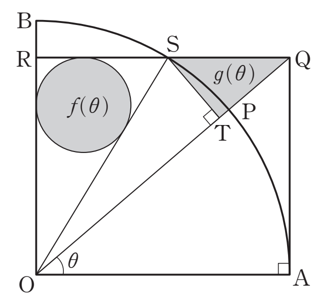
① $\frac{11}{36}(6+\pi)$ ② $\frac{11}{36}(7+\pi)$ ③ $\frac{13}{36}(6+\pi)$
④ $\frac{13}{36}(7+\pi)$ ⑤ $\frac{5}{12}(6+\pi)$

28

▸ 23055-1088

그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 직선 OP 위의 점 Q를 $\angle OAQ=\frac{\pi}{2}$가 되도록 잡는다. 점 Q를 지나고 직선 OA에 평행한 직선이 선분 OB, 호 AB와 만나는 점을 각각 R, S라 하고, 점 S에서 선분 OQ에 내린 수선의 발을 T라 하자. $\angle POA=\theta$일 때, 삼각형 OSR에 내접하는 원의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 STQ의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to0+}\frac{g(\theta)}{\theta^3\times f(\theta)}$의 값은?

$\left(단,\ 0<\theta<\frac{\pi}{4}\right)$ [4점]



① $\frac{1}{4\pi}$ ② $\frac{1}{2\pi}$ ③ $\frac{1}{\pi}$
④ $\frac{2}{\pi}$ ⑤ $\frac{4}{\pi}$

단답형

29 ▸ 23055-1089

두 양의 실수 a, b와 음의 실수 c에 대하여 $x>0$에서 정의된 함수 $f(x)=\frac{1}{2}\ln ax+bx^2+cx$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 최댓값은 $\frac{1}{2}\ln 2+p+q\sqrt{2}$이다. $8pq$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이다.) [4점]

(가) $f(1)=1$
(나) 함수 $f(x)$의 역함수 $g(x)$가 존재하고,
함수 $|f(x)-g(x)|$는 $x=1$에서 미분가능하다.

30 ▸ 23055-1090

실수 전체의 집합에서 연속인 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(x)<0$
(나) $\{f'(x)\}^2+3\int_0^x f(2t)\,dt=9$

$f''(0)=0$, $\{f(1)\}^2=\{f'(1)\}^2-\{f'(0)\}^2$,
$\int_0^2 f(x)\,dx=-\frac{3}{2}\left(e-\frac{1}{e}\right)^2$일 때,
$\int_0^1 \frac{f''(x)\times f(x)}{\{f'(x)\}^2}dx=\frac{k}{e^2+1}$이다. 상수 k의 값을 구하시오.

[4점]

5지선다형

01

▸ 23054-1091

$2^{\sqrt{2}-1}\times\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1

④ 2 ⑤ 4

02

▸ 23054-1092

함수 $f(x)=(x+1)(x^2+2)$에 대하여 $f'(2)$의 값은? [2점]

① 12 ② 14 ③ 16

④ 18 ⑤ 20

03

▸ 23054-1093

모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_2=10,\ \frac{a_4}{a_1}=8$$

일 때, a_5의 값은? (단, $a_1\neq0$) [3점]

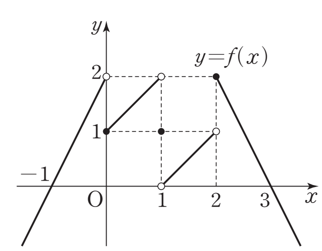
① 75 ② 80 ③ 85

④ 90 ⑤ 95

04

▸ 23054-1094

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to0+}f(x)+\lim_{x\to1-}f(x)\times\lim_{x\to2+}f(x)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3

④ 4 ⑤ 5

05

▸ 23054-1095

$\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{2}$일 때, $|\sin\theta+\cos\theta|$의 값은? [3점]

① $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ② $\frac{5\sqrt{7}}{16}$ ③ $\frac{3\sqrt{7}}{8}$
④ $\frac{7\sqrt{7}}{16}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{2}$

06

▸ 23054-1096

두 함수 $f(x)=x^3+x^2+4$, $g(x)=x^2+3x+k$의 그래프가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 합은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

07

▸ 23054-1097

첫째항이 10인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}\frac{1}{2}a_n & (a_n\text{이 짝수인 경우})\\ a_n+1 & (a_n\text{이 홀수인 경우})\end{cases}$$

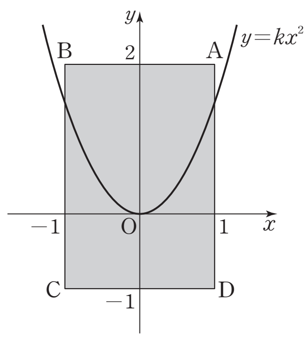
일 때, $a_k+a_{k+1}=3$을 만족시키는 자연수 k의 최솟값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

08

▸ 23054-1098

그림과 같이 네 점 $\mathrm{A}(1,\ 2)$, $\mathrm{B}(-1,\ 2)$, $\mathrm{C}(-1,\ -1)$, $\mathrm{D}(1,\ -1)$을 꼭짓점으로 하는 직사각형 ABCD의 넓이를 곡선 $y=kx^2\ (k>0)$이 이등분할 때, 상수 k의 값은? [3점]



① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$
④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

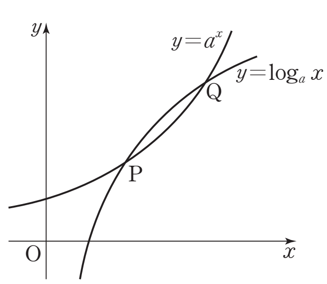
09

▸ 23054-1099

그림과 같이 $a>1$인 상수 a에 대하여 두 곡선

$y=a^x$, $y=\log_a x$

가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. $\overline{\mathrm{OP}}=\overline{\mathrm{PQ}}$일 때, a의 값은? (단, 점 P의 x좌표는 점 Q의 x좌표보다 작고, O는 원점이다.) [4점]



① $\sqrt[8]{2}$ ② $\sqrt[8]{3}$ ③ $\sqrt[4]{2}$
④ $\sqrt[4]{3}$ ⑤ $\sqrt{2}$

10

▸ 23054-1100

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 두 점 $(1,\ f(1))$, $(2,\ f(2))$에서의 접선이 일치하고 그 접선의 방정식이 $y=2x+4$일 때, $f(3)$의 값은? [4점]

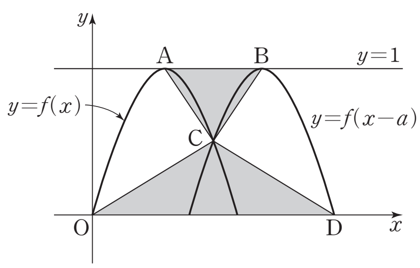
① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

11

▸ 23054-1101

그림과 같이 함수 $f(x)=\sin \pi x\ (0\leq x\leq 1)$과 양수 $a\ (0<a<1)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=1$이 만나는 점을 A, 곡선 $y=f(x-a)$와 직선 $y=1$이 만나는 점을 B라 하고, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=f(x-a)$가 만나는 점을 C, 곡선 $y=f(x-a)$와 x축이 만나는 점 중 x좌표가 큰 점을 D라 하자.

삼각형 ACB의 넓이를 S_1, 삼각형 ODC의 넓이를 S_2라 할 때, $\dfrac{S_2}{S_1}=\dfrac{\overline{\mathrm{OD}}}{\overline{\mathrm{AB}}}$이다. a의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



① $\dfrac{7}{12}$　② $\dfrac{2}{3}$　③ $\dfrac{3}{4}$　④ $\dfrac{5}{6}$　⑤ $\dfrac{11}{12}$

12

▸ 23054-1102

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=\dfrac{x^3+x+1}{f(x)}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim\limits_{x\to -1}|g(x)|=\infty$

(나) $\lim\limits_{x\to 3}g(x)=\infty$

$f(5)$의 값은? [4점]

① 24　② 28　③ 32　④ 36　⑤ 40

13

▶ 23054-1103

자연수 n에 대하여 닫힌구간 $[t, t+n]$에서 함수 $f(x)=|2^x-1|$의 최댓값이 $f(t+n)$이 되도록 하는 실수 t의 최솟값을 $g(n)$이라 하자. $\frac{1}{2^{g(3)}}+\frac{1}{2^{g(4)}}+\frac{1}{2^{g(5)}}$의 값은? [4점]

① $\frac{59}{2}$ ② 30 ③ $\frac{61}{2}$
④ 31 ⑤ $\frac{63}{2}$

14

▶ 23054-1104

실수 a $(a\geq 0)$에 대하여 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=t(t-2)(t-a)$$

이다. 점 P의 시각 t에서의 위치를 $x(t)$라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. $a=0$이면 $x(1)<0$이다.
ㄴ. $x(2)=a$이면 $a=4$이다.
ㄷ. $a>0$이고 $x(a)=-a^2$이면 $\int_0^a |v(t)|\,dt=2\times x(2)+36$ 이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15

▸ 23054-1105

$0<t<2\pi$, $t\neq\frac{\pi}{2}$, $t\neq\pi$, $t\neq\frac{3}{2}\pi$인 실수 t에 대하여 $0<x<2\pi$에서 x에 대한 방정식

$$(\sin x-|\sin t|)(|\sin x|-\sin t)=0$$

의 실근 중 가장 작은 값을 $f(t)$, 가장 큰 값을 $g(t)$, 서로 다른 모든 실근의 합을 $h(t)$라 하자. t에 대한 방정식 $g(t)-f(t)=kh(t)$의 모든 실근의 합이 4π가 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 범위가 $\alpha<k<\beta$일 때, $\alpha\beta$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

단답형

16

▸ 23054-1106

$\log_2 9\times\frac{1}{\log_8 3}$의 값을 구하시오. [3점]

17

▸ 23054-1107

함수 $f(x)$가 $f(x)=\int(3x^2+4x+1)\,dx$이고 $f(0)=4$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

18

▸ 23054-1108

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(a_k+b_k)=24,\ \sum_{k=1}^{10}(a_k+2)(b_k+2)=150$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}a_kb_k$의 값을 구하시오. [3점]

19

▸ 23054-1109

모든 실수 x에 대하여 $f(1+x)=f(1-x)$이고 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 서로 다른 두 점 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$, $\mathrm{B}(b,\ f(b))$와 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) x에 대한 방정식
$$f'(a)(x-a)+f(a)=f'(b)(x-b)+f(b)$$
의 근은 1이다.

(나) $\sqrt{(b-a)^2+\{f(b)-f(a)\}^2}=6$

$f'(a+2b)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 $a<b$인 상수이다.) [3점]

20

▸ 23054-1110

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_0^6 (x-6)f(x)\,dx=0$

(나) $\int_0^6 (2x+3)f(x)\,dx=90$

$f(10)$의 값을 구하시오. [4점]

21

▸ 23054-1111

첫째항이 $\frac{4}{3}$이고, 공차가 $\frac{1}{3}$인 등차수열 $\{a_n\}$과 6 이상의 자연수 m에 대하여 두 집합 A_m, B_m을

$A_m=\{a_2, a_4, a_6, \cdots, a_{2m}\}$,

$B_m=\{a_3, a_6, a_9, \cdots, a_{3m}\}$

이라 하자. 집합 $A_m \cap B_m$의 모든 원소 중 가장 큰 원소를 b_m이라 할 때, $\sum_{m=6}^{20} b_m$의 값을 구하시오. [4점]

22

▸ 23054-1112

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 그 도함수 $f'(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} xf(x) & (x\geq 2) \\ \dfrac{f'(x+2)-f'(x-2)}{x-2} & (x<2) \end{cases}$$

는 $x=2$에서 미분가능하다. $f(6)$의 값을 구하시오. [4점]

5지선다형

미적분

23

▸ 23055-1113

$\lim_{n\to\infty} \dfrac{\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+3}}{\dfrac{n+2}{n+1}-\dfrac{n+3}{n+2}}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24

▸ 23055-1114

다항함수 $f(x)$가 $f(0)=\dfrac{\pi}{6}$, $f(1)=\dfrac{\pi}{2}$를 만족시킬 때,

$\int_0^1 \{f'(x)\times\cos f(x)\}\,dx$의 값은? [3점]

① $\dfrac{1}{8}$ ② $\dfrac{1}{4}$ ③ $\dfrac{3}{8}$ ④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ $\dfrac{5}{8}$

25

▸ 23055-1115

첫째항과 공비가 모두 $r\,(-1<r<1)$인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.
$\sum_{n=1}^{\infty} a_n(a_n-a_{n+1})=\frac{1}{2}$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_nS_n$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

26

▸ 23055-1116

두 실수 $\alpha\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$, $\beta\left(\frac{\pi}{2}<\beta<\pi\right)$에 대하여
$\left|\frac{\tan\beta}{\tan\alpha}\right|=\frac{1}{4}$일 때, $\tan(\alpha+\beta)$의 최댓값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

27

▸ 23055-1117

함수 $f(x)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2x^2}$에 대하여 $x>0$에서 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_1^x (t-1)f(x-t+1)\,dt$$

라 하자. $x=2$에서 $x=4$까지의 곡선 $y=g(x)$의 길이는? [3점]

① $2+\frac{1}{2}\ln 2$ ② $2+\ln 2$ ③ $3+\frac{1}{2}\ln 2$

④ $3+\ln 2$ ⑤ $4+\frac{1}{2}\ln 2$

28

▸ 23055-1118

실수 a에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{|a^2-5a+2|^n-|3a-5|^n}{|a^2-5a+2|^n+|3a-5|^n}$의 값을 $f(a)$라 하자. 부등식 $\lim_{a\to k+}f(a)>\lim_{a\to k-}f(a)$를 만족시키는 모든 실수 k의 값의 합은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8

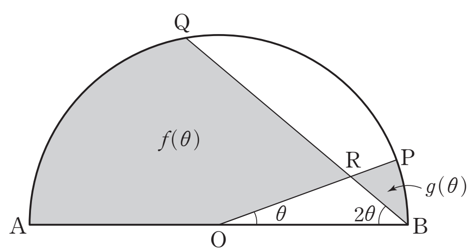
④ 9 ⑤ 10

단답형

29
▸ 23055-1119

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 중심이 O이다. $\angle \mathrm{BOP}=\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{5}\right)$인 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\angle \mathrm{ABQ}=2\theta$가 되도록 호 AP 위에 점 Q를 잡고, 선분 OP와 선분 BQ가 만나는 점을 R라 하자. 세 선분 OA, OR, QR와 호 AQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 BR, PR와 호 BP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$라 할 때,

$60\times\lim_{\theta\to0+}\frac{f(\theta)-g(\theta)}{\theta}$의 값을 구하시오. [4점]



30
▸ 23055-1120

함수 $f(x)=\frac{x}{e^x}$와 정의역이 실수 전체의 집합인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 상수 k와 모든 실수 x에 대하여 $f(g(x))=k$이다.
> (나) 함수 $g(x)$는 상수함수가 아니고 함수 $g(x)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하면 $M-m=\ln 2$이다.

곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=k$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 하자. $S+\frac{(\ln 2)^2}{2}=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

$\left(\text{단, } \lim_{x\to\infty}\frac{x}{e^x}=0\text{이고, } p\text{와 } q\text{는 서로소인 자연수이다.}\right)$ [4점]

5지선다형

01

▸ 23054-1121

$4^{\frac{1}{2}}+27^{\frac{2}{3}}$의 값은? [2점]

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

02

▸ 23054-1122

함수 $f(x)=2x^3-5x^2+3x$에 대하여 $\lim_{h\to0}\frac{f(1+h)}{h}$의 값은? [2점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

03

▸ 23054-1123

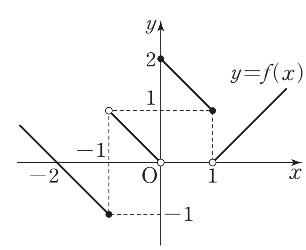
등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{99}a_k=297$일 때, $\sum_{k=1}^{50}a_{2k-1}$의 값은? [3점]

① 144 ② 146 ③ 148 ④ 150 ⑤ 152

04

▸ 23054-1124

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to-1+}f(x)+\lim_{x\to0-}f(x+1)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

05

▸ 23054-1125

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{2n-1}=2^n,\ a_{2n}=3^n$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10}\log_6 a_n$의 값은? [3점]

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

06

▸ 23054-1126

두 함수

$$f(x)=x^2+ax+b,\ g(x)=\begin{cases} 2x-1 & (x\le -1) \\ -x & (-1<x\le 1) \\ x+1 & (x>1) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(2)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

07

▸ 23054-1127

$0\le x<2\pi$에서 함수

$$y=\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos x-2$$

의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

08

▸ 23054-1128

부등식 $2\times 3^{x}+a\times 3^{-x}\le 1$의 실수인 해가 존재하도록 하는 실수 a의 최댓값은? [3점]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

09

▸ 23054-1129

점 $(1,\ a)$에서 곡선 $y=-x^3-3x^2+6$에 그을 수 있는 접선의 개수가 3이 되도록 하는 정수 a의 개수는? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

10

▸ 23054-1130

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$2\int_{p}^{x} f(t)\,dt-\int_{p}^{x}\{f'(t)\}^2 dt=2-3x$$

를 만족시킨다. $f'(1)=-2$일 때, $p+f(2)$의 값은?

(단, p는 상수이다.) [4점]

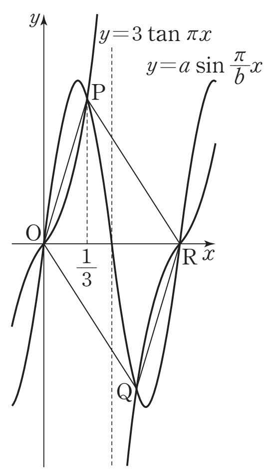
① -1 ② $-\frac{5}{6}$ ③ $-\frac{2}{3}$
④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

11

▸ 23054-1131

그림과 같이 $0<x\le 1$에서 두 함수 $y=3\tan \pi x$와 $y=a\sin \frac{\pi}{b}x$의 그래프가 세 점에서 만난다. 만나는 점 중 x좌표가 작은 것부터 차례로 P, Q, R라 하면 점 P의 x좌표는 $\frac{1}{3}$이고, 점 R의 y좌표는 0이다. 원점 O에 대하여 사각형 OQRP의 넓이를 S라 할 때, abS의 값은?

(단, a, b는 $a>0$, $b>0$인 상수이다.) [4점]



① $3\sqrt{3}$　② $6\sqrt{3}$　③ $9\sqrt{3}$　④ $12\sqrt{3}$　⑤ $15\sqrt{3}$

12

▸ 23054-1132

두 곡선 $C_1 : y=x^3-4x$, $C_2 : y=x^2+ax$가 점 P에서 만나고, 두 곡선 C_1, C_2 위의 점 P에서의 접선이 일치하도록 하는 실수 a의 값을 각각 a_1, a_2 $(a_1>a_2)$라 하자. $a=a_1$일 때 두 곡선 C_1, C_2로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, $a=a_2$일 때 두 곡선 C_1, C_2로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. $\frac{S_1}{S_2}$의 값은?

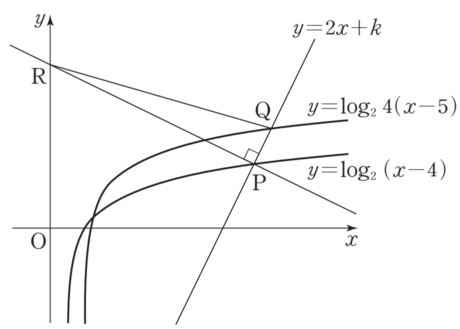
(단, a는 상수이다.) [4점]

① 12　② 14　③ 16　④ 18　⑤ 20

13

▸ 23054-1133

그림과 같이 직선 $y=2x+k$가 두 함수 $y=\log_2(x-4)$, $y=\log_2 4(x-5)$의 그래프와 제1사분면에서 각각 한 점에서 만나며 그 점을 각각 P, Q라 하자. 점 P를 지나고 직선 $y=2x+k$에 수직인 직선이 y축과 만나는 점을 R라 할 때, 삼각형 PQR의 넓이가 15이다. 상수 k의 값은? $\left(\text{단, } k<-\dfrac{21}{2}\right)$ [4점]



① -21　② -22　③ -23　④ -24　⑤ -25

14

▸ 23054-1134

두 실수 a, b $(a>1)$에 대하여 x에 대한 삼차방정식 $x^3-3a^2x+b=0$이 $\alpha<1<\beta<\gamma$를 만족시키는 세 수 α, β, γ를 근으로 갖도록 하는 실수 b의 집합은 두 다항함수 $f(a)$, $g(a)$에 대하여 $\{b\,|\,f(a)<b<g(a)\}$이다. $f(3)+g(2)$의 값은? [4점]

① 38　② 40　③ 42　④ 44　⑤ 46

15

▸ 23054-1135

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1=1$

(나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}=a_n+n\times\sin\frac{n\pi}{2}$이다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. $a_1+a_2+a_3+a_4=4$

ㄴ. 자연수 k에 대하여 $a_{4k}=-2k+1$

ㄷ. $\sum_{k=1}^{50} a_k=51$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16

▸ 23054-1136

$\int_{-3}^{3}(6x^2+5x+1)\,dx$의 값을 구하시오. [3점]

17

▸ 23054-1137

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_3a_5=2a_7,\ a_8+a_9=6a_7$

일 때, a_3의 값을 구하시오. [3점]

18

▸ 23054-1138

함수 $f(x)=x^3+2ax^2+3ax-1$의 역함수가 존재하도록 하는 실수 a의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $36(M+m)$의 값을 구하시오. [3점]

19

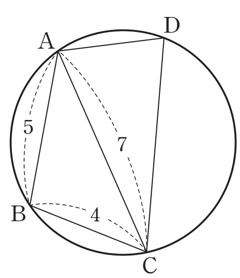
▸ 23054-1139

그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=4$, $\overline{AC}=7$
(나) $2\overline{AD}=\overline{CD}$

삼각형 ACD의 넓이가 $\frac{q}{p}\sqrt{6}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

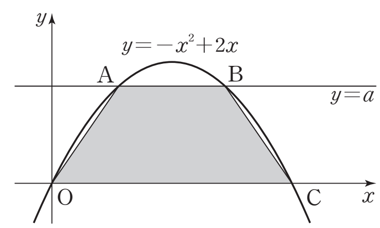
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]



20

▸ 23054-1140

곡선 $y=-x^2+2x$와 직선 $y=a$ $(0<a<1)$이 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=-x^2+2x$가 x축과 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 C라 하자. 사각형 OCBA의 넓이의 최댓값을 S라 할 때, $27S$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 점 A의 x좌표가 점 B의 x좌표보다 작다.) [4점]



21

▸ 23054-1141

집합 $A=\{0, 1\}$과 자연수 n에 대하여 집합 S_n을

$$S_n=\left\{\sum_{k=1}^{n}(-2)^{k-1}a_k \,\middle|\, a_k\in A\right\}$$

라 하자. 예를 들어 $S_1=\{0, 1\}$, $S_2=\{-2, -1, 0, 1\}$이다. 집합 S_3의 원소의 개수를 p, 5453이 집합 S_n의 원소가 되는 n의 최솟값을 q라 하자. $p+q$의 값을 구하시오. [4점]

22

▸ 23054-1142

$t>0$인 실수 t에 대하여 닫힌구간 $[-1, 2]$에서 함수 $f(x)=x^3+3x^2-3(t^2-1)x+2t^3-3t^2+1$의 최댓값을 $g(t)$, 최솟값을 $h(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$는 $t=a$ $(a>0)$에서 미분가능하지 않다. $g(2a)+h(3a)=pa+q$일 때, 두 유리수 p, q에 대하여 $p-q$의 값을 구하시오. [4점]

5지선다형

미적분

23

▸ 23055-1143

함수 $f(x)=e^{2x+1}$에 대하여 $f'(\ln 2)$의 값은? [2점]

① $8e$ ② $9e$ ③ $10e$ ④ $11e$ ⑤ $12e$

24

▸ 23055-1144

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{\sqrt[n]{e^{2k}}}{n}$의 값은? [3점]

① $\frac{e-1}{4}$ ② $\frac{e-1}{2}$ ③ $\frac{e^2-1}{2}$ ④ e^2-1 ⑤ $2(e^2-1)$

25

▶ 23055-1145

닫힌구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$에서 정의된 함수 $f(x)=\sin x$의 역함수를 $g(x)$라 할 때,

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx+\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{1}{f'(g(x))}\,dx$$

의 값은? [3점]

① $\frac{\pi}{6}$　② $\frac{\pi}{4}$　③ 1

④ $1+\frac{\pi}{6}$　⑤ $1+\frac{\pi}{4}$

26

▶ 23055-1146

첫째항이 1이고 공비가 2보다 큰 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 부등식

$$nb_n<\frac{S_n+S_{n+1}}{a_n}<(n+1)b_n$$

을 만족시킨다. $\lim_{n\to\infty}(2n+1)b_n=15$일 때, a_2의 값은? [3점]

① $\frac{7}{2}$　② 4　③ $\frac{9}{2}$

④ 5　⑤ $\frac{11}{2}$

27

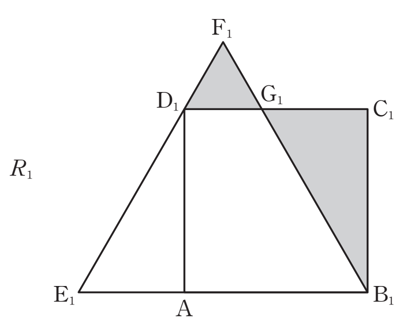
▶ 23055-1147

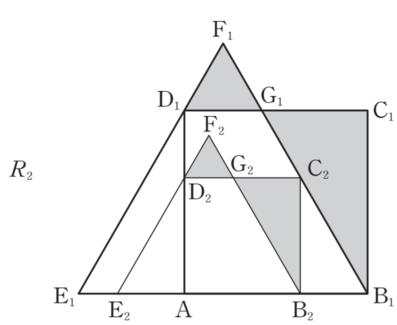
그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 $AB_1C_1D_1$이 있다. 점 D_1을 지나고 직선 D_1C_1과 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$인 직선이 직선 AB_1과 만나는 점을 E_1, 점 B_1을 지나고 직선 AB_1과 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$인 직선 중 직선 E_1D_1과 평행하지 않은 직선이 직선 E_1D_1과 만나는 점을 F_1이라 하자. 두 직선 D_1C_1, F_1B_1의 교점을 G_1이라 하고, 두 삼각형 $D_1G_1F_1$, $G_1B_1C_1$에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 점 A와 선분 AB_1 위의 점 B_2, 선분 G_1B_1 위의 점 C_2, 선분 D_1A 위의 점 D_2를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $AB_2C_2D_2$를 그리고, 점 D_2를 지나고 직선 D_2C_2와 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$인 직선이 직선 AB_1과 만나는 점을 E_2, 점 B_2를 지나고 직선 AB_1과 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$인 직선 중 직선 E_1D_1과 평행하지 않은 직선이 직선 E_2D_2와 만나는 점을 F_2라 하자. 두 직선 D_2C_2, F_2B_2의 교점을 G_2라 하고, 두 삼각형 $D_2G_2F_2$, $G_2B_2C_2$에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?

(단, 점 E_n은 선분 AB_1 위의 점이 아니다.) [3점]





⋮ ⋮

① $\frac{4(5+\sqrt{3})}{5}$ ② $\frac{9(5+\sqrt{3})}{11}$ ③ $\frac{5(5+\sqrt{3})}{6}$
④ $\frac{11(5+\sqrt{3})}{13}$ ⑤ $\frac{6(5+\sqrt{3})}{7}$

28

▶ 23055-1148

일차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=f(x)e^{-x}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g'(0)=0$
(나) 함수 $\ln|g(x)|$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
(다) 두 정수 p와 q에 대하여 함수 $g(x)$는 $x=p$에서 극솟값을 갖고, $x=q$에서 극댓값을 갖는다.

$f(p)+4f(q)=f(2)$일 때, $\frac{f(3)}{f(1)}$의 값은? [4점]

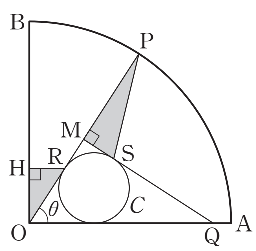
① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

단답형

29

▸ 23055-1149

그림과 같이 반지름의 길이가 2이고, 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 선분 OP의 중점을 M이라 하고, 점 M을 지나고 직선 OP에 수직인 직선이 직선 OA와 만나는 점을 Q라 하자. 삼각형 OQM에 내접하는 원 C가 두 선분 OM, MQ와 접하는 점을 각각 R, S라 하고, 점 R에서 직선 OB에 내린 수선의 발을 H라 하자.
$\angle\mathrm{POA}=\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{3}\right)$라 할 때, 삼각형 ORH의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 MSP의 넓이를 $g(\theta)$라 하자.
$\lim_{\theta\to0+}\frac{f(\theta)-g(\theta)}{\theta}=a$일 때, $100a$의 값을 구하시오. [4점]



30

▸ 23055-1150

상수 a와 함수 $f(x)=\ln(x^2+1)-\ln(a^2+1)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_a^x f(t)\,dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 극솟값을 갖는다.
(나) x에 대한 방정식 $\int_a^x g(t)\,dt=0$의 서로 다른 모든 실근의 합은 0보다 작다.

$\int_a^{a+1} xg'(x)\,dx=p\ln\frac{5}{2}-q$일 때, $40pq$의 값을 구하시오.

(단, p, q는 유리수이다.) [4점]

EBS 수능완성 수학영역

한눈에 보는 정답

유형편

01 지수함수와 로그함수

정답 본문 6~15쪽

필수 유형 ❶	①	01 ④	02 ③	03 ④
		04 5		
필수 유형 ❷	①	05 ①	06 ④	07 16
		08 48		
필수 유형 ❸	2	09 ①	10 ②	11 5
		12 ③		
필수 유형 ❹	①	13 ①	14 ④	15 37
필수 유형 ❺	②	16 ②	17 8	18 ⑤
필수 유형 ❻	⑤	19 ③	20 ④	21 ③
필수 유형 ❼	③	22 ③	23 ②	24 7
필수 유형 ❽	15	25 4	26 ①	27 6
필수 유형 ❾	192	28 ⑤	29 ①	30 22
필수 유형 ❿	④	31 ①	32 ②	33 23

02 삼각함수

정답 본문 18~25쪽

필수 유형 ❶	③	01 ②	02 ④	03 11
필수 유형 ❷	④	04 ⑤	05 ⑤	06 ①
		07 ⑤		
필수 유형 ❸	③	08 24	09 ⑤	
필수 유형 ❹	⑤	10 ①	11 ③	12 ④
필수 유형 ❺	③	13 ④	14 ③	15 64
필수 유형 ❻	②	16 ①	17 ③	18 ②
		19 185		
필수 유형 ❼	21	20 ④	21 ②	22 39
필수 유형 ❽	①	23 9	24 135	

03 수열

정답 본문 28~39쪽

필수 유형 ❶	①	01 ①	02 ②	03 42
필수 유형 ❷	7	04 ③	05 ①	06 ⑤
		07 8		
필수 유형 ❸	36	08 ④	09 ①	10 ④
필수 유형 ❹	64	11 ①	12 ③	13 ④
필수 유형 ❺	③	14 ③	15 ②	16 ③
필수 유형 ❻	9	17 ④	18 ③	19 ②
필수 유형 ❼	22	20 ⑤	21 ①	22 ④
필수 유형 ❽	91	23 ③	24 29	25 ⑤
		26 ②		
필수 유형 ❾	④	27 ②	28 ④	29 ①
필수 유형 ❿	④	30 16	31 ④	32 99
필수 유형 ⓫	⑤	33 ⑤	34 ④	35 ③
필수 유형 ⓬	④	36 ②		

04 함수의 극한과 연속

정답 본문 42~49쪽

필수 유형 ❶	②	01 ②	02 ②	03 ④
필수 유형 ❷	②	04 ④	05 ③	06 ④
		07 ②		
필수 유형 ❸	30	08 ④	09 ①	10 4
		11 12		
필수 유형 ❹	②	12 ④	13 14	14 ⑤
필수 유형 ❺	②	15 ⑤	16 ②	17 ③
		18 ④	19 18	
필수 유형 ❻	⑤	20 ④	21 ②	22 ③
		23 11	24 ③	
필수 유형 ❼	④	25 ④	26 ④	27 38

05 다항함수의 미분법

정답 본문 52~63쪽

필수 유형 ❶ 11	01 ①	02 ③	03 ④
필수 유형 ❷ ⑤	04 ⑤	05 ①	06 ④
필수 유형 ❸ ③	07 ④	08 ④	09 ②
필수 유형 ❹ ③	10 ④	11 ⑤	12 20
필수 유형 ❺ 6	13 ③	14 51	15 ②
필수 유형 ❻ 2	16 ③	17 ⑤	18 ①
필수 유형 ❼ ③	19 ⑤	20 ①	21 ③
필수 유형 ❽ ⑤	22 ③	23 ③	24 ②
	25 ②		
필수 유형 ❾ ③	26 ①	27 ②	28 ④
	29 ⑤	30 ③	
필수 유형 ❿ ⑤	31 ③	32 ④	33 ④
필수 유형 ⓫ 22	34 ⑤	35 ⑤	36 13

06 다항함수의 적분법

정답 본문 66~75쪽

필수 유형 ❶ 4	01 ③	02 ③	03 ②
	04 ②	05 ②	
필수 유형 ❷ ①	06 ①	07 ①	08 ⑤
	09 ②	10 80	11 ③
필수 유형 ❸ 14	12 ③	13 ①	14 32
필수 유형 ❹ ①	15 ⑤	16 14	17 ①
	18 27	19 ③	20 ②
필수 유형 ❺ 5	21 ④	22 ③	23 ④
필수 유형 ❻ 36	24 8	25 ②	26 ③
	27 ③	28 ④	29 40
필수 유형 ❼ ②	30 ④	31 12	
필수 유형 ❽ ③	32 ②	33 ⑤	34 63

07 수열의 극한

정답 본문 78~85쪽

필수 유형 ❶ ③	01 ③	02 ②	03 ②
필수 유형 ❷ ⑤	04 ①	05 ④	06 8
필수 유형 ❸ 15	07 ②	08 ③	09 4
필수 유형 ❹ ⑤	10 ⑤	11 ③	12 ②
필수 유형 ❺ 16	13 ①	14 ④	15 ③
필수 유형 ❻ ③	16 ④	17 4	18 ④
필수 유형 ❼ ②	19 ①	20 ⑤	21 4
필수 유형 ❽ ③	22 ①		

08 미분법

정답 본문 89~99쪽

필수 유형 ❶ ④	01 ①	02 ④	03 ②
필수 유형 ❷ 4	04 ⑤	05 ①	06 ③
필수 유형 ❸ ②	07 ③	08 2	09 ⑤
필수 유형 ❹ ③	10 ③	11 ②	12 2
필수 유형 ❺ ④	13 ②	14 ⑤	15 ③
필수 유형 ❻ ①	16 ④	17 ①	18 3
필수 유형 ❼ ⑤	19 ①	20 ④	21 ④
필수 유형 ❽ ⑤	22 ②	23 ④	24 ④
필수 유형 ❾ ②	25 ④	26 ①	27 ④
필수 유형 ❿ ④	28 ④	29 ③	30 ③
필수 유형 ⓫ 4	31 ②	32 ④	33 ④

09 적분법

정답 본문 102~111쪽

필수 유형 ❶ ②	01 10	02 ③	03 160
필수 유형 ❷ ④	04 ③	05 ④	06 13
필수 유형 ❸ ⑤	07 6	08 ①	09 16
필수 유형 ❹ ②	10 14	11 ④	12 ②
필수 유형 ❺ ⑤	13 ②	14 ④	15 ②
필수 유형 ❻ ③	16 12	17 ③	18 ①
필수 유형 ❼ ③	19 ①	20 ③	21 ②
필수 유형 ❽ ②	22 ①	23 ①	24 ④
필수 유형 ❾ ④	25 ②	26 ③	27 ⑤
필수 유형 ❿ ①	28 ③	29 ②	30 ⑤

실전편

실전 모의고사 1회

본문 114~125쪽

01 ①	02 ②	03 ④	04 ⑤	05 ③
06 ④	07 ④	08 ①	09 ④	10 ①
11 ②	12 ⑤	13 ⑤	14 ⑤	15 ①
16 97	17 16	18 20	19 3	20 15
21 39	22 320	23 ②	24 ⑤	25 ①
26 ③	27 ④	28 ①	29 4	30 35

실전 모의고사 4회

본문 150~161쪽

01 ①	02 ④	03 ②	04 ⑤	05 ⑤
06 ③	07 ④	08 ③	09 ⑤	10 ②
11 ②	12 ①	13 ①	14 ⑤	15 ②
16 6	17 8	18 62	19 10	20 54
21 135	22 52	23 ③	24 ④	25 ②
26 ④	27 ③	28 ③	29 210	30 5

실전 모의고사 2회

본문 126~137쪽

01 ④	02 ②	03 ⑤	04 ①	05 ②
06 ③	07 ④	08 ③	09 ②	10 ④
11 ⑤	12 ⑤	13 ⑤	14 ①	15 ②
16 7	17 127	18 124	19 581	20 42
21 14	22 109	23 ⑤	24 ①	25 ③
26 ③	27 ①	28 ③	29 13	30 17

실전 모의고사 5회

본문 162~173쪽

01 ①	02 ②	03 ④	04 ⑤	05 ③
06 ③	07 ⑤	08 ①	09 ②	10 ⑤
11 ③	12 ③	13 ①	14 ③	15 ⑤
16 114	17 8	18 81	19 17	20 32
21 21	22 426	23 ①	24 ③	25 ④
26 ④	27 ②	28 ⑤	29 25	30 150

실전 모의고사 3회

본문 138~149쪽

01 ②	02 ③	03 ①	04 ⑤	05 ⑤
06 ④	07 ②	08 ②	09 ⑤	10 ③
11 ④	12 ②	13 ③	14 ②	15 ③
16 6	17 31	18 22	19 2	20 4
21 8	22 45	23 ①	24 ⑤	25 ④
26 ②	27 ③	28 ②	29 9	30 2