00:23:11:16

수능완성

수학영역 수학Ⅰ· 수학Ⅱ· 확률과 통계

이 책의 **구성과 특징**

STRUCTURE

이 책의 구성

❶ 유형편

유형에 따른 대표기출문제와 유제들로 유형별 학습을 할 수 있도록 하였다.

❷ 실전편

실전 모의고사 5회 구성으로 수능에 대비할 수 있도록 하였다.

2024학년도 대학수학능력시험 수학영역

❶ 출제원칙

수학 교과의 특성을 고려하여 개념과 원리를 바탕으로 한 사고력 중심의 문항을 출제한다.

❷ 출제방향

- 단순 암기에 의해 해결할 수 있는 문항이나 지나치게 복잡한 계산 위주의 문항 출제를 지양하고 계산, 이해, 추론, 문제해결 능력을 평가할 수 있는 문항을 출제한다.
- 2015 개정 수학과 교육과정에 따라 이수한 수학 과목의 개념과 원리 등은 출제범위에 속하는 내용과 통합하여 출제할 수 있다.
- 수학영역은 교육과정에 제시된 수학 교과의 수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 확률과 통계, 미적분, 기하 과목을 바탕으로 출제한다.

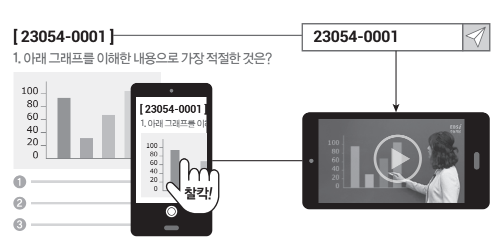
❸ 출제범위

- '공통과목+선택과목' 구조에 따라 공통과목(수학Ⅰ, 수학Ⅱ)은 공통 응시하고 선택과목(확률과 통계, 미적분, 기하) 중 1개 과목을 선택한다.

구분 / 영역	문항수	문항유형	배점		시험 시간	출제범위(선택과목)
			문항	전체		
수학	30	5지 선다형, 단답형	2점 3점 4점	100점	100분	• 공통과목: 수학Ⅰ, 수학Ⅱ • 선택과목(택1): 확률과 통계, 미적분, 기하 • 공통 75%, 선택 25% 내외 • 단답형 30% 포함

학생 EBS 교재 문제 검색

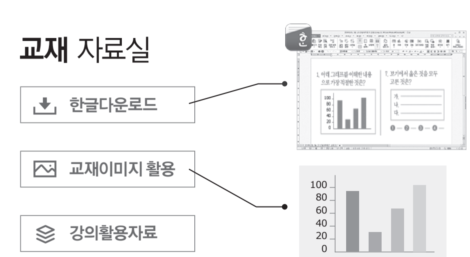
EBS 단추에서 문항코드나 사진으로
문제를 검색하면 푸리봇이 해설 영상을 제공합니다.



※ EBSi 사이트 및 모바일에서 이용이 가능합니다.
※ 사진 검색은 EBSi 고교강의 앱에서만 이용하실 수 있습니다.

교사 교사지원센터 교재 자료실

교재 문항 한글 문서(HWP)와
교재의 이미지 파일을 무료로 제공합니다.



※ 교사지원센터(http://teacher.ebsi.co.kr) 접속 후 '교사인증'을 통해 이용 가능

이 책의 **차례**

CONTENTS

유형편

01 지수함수와 로그함수

1 거듭제곱근의 성질

(1) 실수 a와 2 이상의 자연수 n에 대하여 a의 n제곱근 중 실수인 것은 다음과 같다.

	$a>0$	$a=0$	$a<0$
n이 짝수	$\sqrt[n]{a},\ -\sqrt[n]{a}$	0	없다.
n이 홀수	$\sqrt[n]{a}$	0	$\sqrt[n]{a}$

(2) $a>0$, $b>0$이고 m, n이 2 이상의 자연수일 때

① $(\sqrt[n]{a})^n=a$

② $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$

③ $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

④ $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$

⑤ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}=\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$

⑥ $\sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}$ (단, p는 자연수)

2 지수의 확장(1) – 정수

(1) $a\neq0$이고 n이 양의 정수일 때

① $a^0=1$

② $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$

(2) $a\neq0$, $b\neq0$이고 m, n이 정수일 때

① $a^m a^n=a^{m+n}$

② $a^m\div a^n=a^{m-n}$

③ $(a^m)^n=a^{mn}$

④ $(ab)^n=a^n b^n$

3 지수의 확장(2) – 유리수와 실수

(1) $a>0$이고 m이 정수, n이 2 이상의 정수일 때

① $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$

② $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$

(2) $a>0$, $b>0$이고 r, s가 유리수일 때

① $a^r a^s=a^{r+s}$

② $a^r\div a^s=a^{r-s}$

③ $(a^r)^s=a^{rs}$

④ $(ab)^r=a^r b^r$

(3) $a>0$, $b>0$이고 x, y가 실수일 때

① $a^x a^y=a^{x+y}$

② $a^x\div a^y=a^{x-y}$

③ $(a^x)^y=a^{xy}$

④ $(ab)^x=a^x b^x$

4 로그의 뜻과 조건

(1) 로그의 뜻 : $a>0$, $a\neq1$, $N>0$일 때, $a^x=N \Longleftrightarrow x=\log_a N$

(2) 로그의 밑과 진수의 조건 : $\log_a N$이 정의되려면 밑 a는 $a>0$, $a\neq1$이고 진수 N은 $N>0$이어야 한다.

5 로그의 성질

$a>0$, $a\neq1$이고 $M>0$, $N>0$일 때

(1) $\log_a 1=0$, $\log_a a=1$

(2) $\log_a MN=\log_a M+\log_a N$

(3) $\log_a \dfrac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$

(4) $\log_a M^k=k\log_a M$ (단, k는 실수)

6 로그의 밑의 변환

(1) $a>0$, $a\neq1$, $b>0$, $c>0$, $c\neq1$일 때, $\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

(2) 로그의 밑의 변환의 활용 : $a>0$, $a\neq1$, $b>0$, $c>0$일 때

① $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$ (단, $b\neq1$)

② $\log_a b\times\log_b c=\log_a c$ (단, $b\neq1$)

③ $\log_{a^m} b^n=\dfrac{n}{m}\log_a b$ (단, m, n은 실수이고 $m\neq0$)

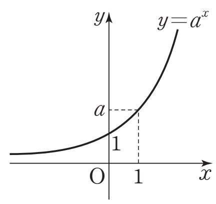
④ $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$ (단, $b\neq1$)

7 지수함수의 뜻과 그래프

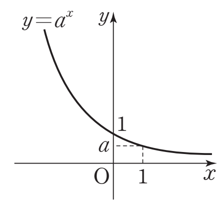
(1) $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$을 a를 밑으로 하는 지수함수라고 한다.

(2) 지수함수 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 그래프는 다음 그림과 같다.

① $a>1$일 때



② $0<a<1$일 때



8 지수함수 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 성질

(1) $a>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
$0<a<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

(2) a의 값에 관계없이 그래프는 점 $(0,\ 1)$을 지나고, 점근선은 x축(직선 $y=0$)이다.

(3) 함수 $y=a^x$의 그래프와 함수 $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$의 그래프는 y축에 대하여 서로 대칭이다.

(4) 함수 $y=a^{x-m}+n$의 그래프는 함수 $y=a^x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 것이다.

9 지수함수의 활용

(1) $a>0,\ a\neq1$일 때, $a^{f(x)}=a^{g(x)} \Longleftrightarrow f(x)=g(x)$

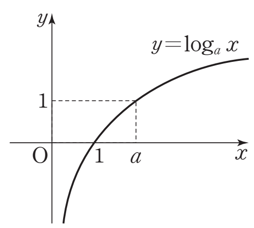
(2) $a>1$일 때, $a^{f(x)}<a^{g(x)} \Longleftrightarrow f(x)<g(x)$
$0<a<1$일 때, $a^{f(x)}<a^{g(x)} \Longleftrightarrow f(x)>g(x)$

10 로그함수의 뜻과 그래프

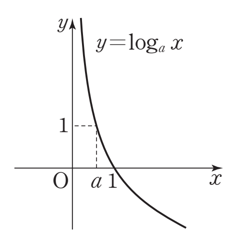
(1) $y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq1)$을 a를 밑으로 하는 로그함수라고 한다.

(2) 로그함수 $y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 그래프는 다음 그림과 같다.

① $a>1$일 때



② $0<a<1$일 때



11 로그함수 $y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 성질

(1) $a>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
$0<a<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

(2) a의 값에 관계없이 그래프는 점 $(1,\ 0)$을 지나고, 점근선은 y축(직선 $x=0$)이다.

(3) 함수 $y=\log_a x$의 그래프와 함수 $y=\log_{\frac{1}{a}} x$의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.

(4) 함수 $y=\log_a (x-m)+n$의 그래프는 함수 $y=\log_a x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 것이다.

(5) 지수함수 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 역함수는 $y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq1)$이다.

12 로그함수의 활용

(1) $a>0,\ a\neq1$일 때, $\log_a f(x)=\log_a g(x) \Longleftrightarrow f(x)=g(x),\ f(x)>0,\ g(x)>0$

(2) $a>1$일 때, $\log_a f(x)<\log_a g(x) \Longleftrightarrow 0<f(x)<g(x)$
$0<a<1$일 때, $\log_a f(x)<\log_a g(x) \Longleftrightarrow f(x)>g(x)>0$

정답과 풀이 2쪽

유형 1 거듭제곱근의 뜻과 성질

출제경향 | 거듭제곱근의 뜻과 성질을 이용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 거듭제곱근의 뜻과 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) 실수 a와 2 이상의 자연수 n에 대하여 a의 n제곱근 중 실수인 것은 다음과 같다.

	$a>0$	$a=0$	$a<0$
n이 짝수	$\sqrt[n]{a}$, $-\sqrt[n]{a}$	0	없다.
n이 홀수	$\sqrt[n]{a}$	0	$\sqrt[n]{a}$

(2) $a>0$, $b>0$이고 m, n이 2 이상의 자연수일 때

① $(\sqrt[n]{a})^n=a$

② $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$

③ $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

④ $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$

⑤ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}=\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$

⑥ $\sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}$ (단, p는 자연수)

필수 유형 ❶ | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

자연수 n이 $2\le n\le 11$일 때, $-n^2+9n-18$의 n제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n의 값의 합은? [3점]

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

01 ▸ 23054-0001

$(\sqrt[3]{5})^3+\sqrt[3]{27}\times\sqrt[4]{16}-\sqrt[3]{\sqrt{64}}$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

02 ▸ 23054-0002

$\sqrt[4]{5}$의 세제곱근 중 실수인 것을 a, $\sqrt[3]{3}$의 네제곱근 중 양수인 것을 b라 할 때, $(ab)^{12}$의 값은?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

03 ▸ 23054-0003

자연수 m에 대하여 m^2-4m-5의 네제곱근 중 실수인 것이 존재하지 않을 때, m의 최댓값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

04 ▸ 23054-0004

세 집합 A, B, C를

$A=\{x\,|\,x^2-65x+64=0,\ x\text{는 실수}\}$

$B=\{x\,|\,x^2-7x+10<0,\ x\text{는 자연수}\}$

$C=\{x\,|\,x\text{는 }a\text{의 }n\text{제곱근},\ a\in A,\ n\in B\}$

라 하자. 집합 C의 원소 중 실수인 것의 개수를 구하시오.

유형 2 지수의 확장과 지수법칙

출제경향 | 거듭제곱근을 지수가 유리수인 꼴로 나타내는 문제, 지수법칙을 이용하여 식의 값을 계산하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 지수법칙을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) 0 또는 음의 정수인 지수

$a\neq 0$이고 n은 양의 정수일 때

① $a^0=1$ ② $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

(2) 유리수인 지수

$a>0$이고 m이 정수, n이 2 이상의 정수일 때

① $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$ ② $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$

(3) 지수법칙

$a>0$, $b>0$이고 x, y가 실수일 때

① $a^xa^y=a^{x+y}$ ② $a^x\div a^y=a^{x-y}$

③ $(a^x)^y=a^{xy}$ ④ $(ab)^x=a^xb^x$

필수 유형 ❷ | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

$\frac{1}{\sqrt[4]{3}}\times 3^{-\frac{7}{4}}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1

④ 3 ⑤ 9

05

▸ 23054-0005

$(2-\sqrt{2})^{1+\sqrt{3}}\times(2-\sqrt{2})^{1-\sqrt{3}}+2^{\frac{5}{2}}$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8

④ 9 ⑤ 10

06

▸ 23054-0006

$2^{\frac{4}{3}}\times 6^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{2^p\times 3^q}$일 때, $p+q$의 값은?

(단, p, q는 자연수이다.)

① 2 ② 4 ③ 6

④ 8 ⑤ 10

07

▸ 23054-0007

$x>0$에서 정의된 함수 $f(x)=x\sqrt{x}$에 대하여 $f(f(n))$의 값이 1보다 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 최솟값을 구하시오.

08

▸ 23054-0008

자연수 n에 대하여 한 내각의 크기가 60°이고 한 변의 길이가 $2^{\frac{n}{3}}$인 직각삼각형의 넓이의 최댓값을 $f(n)$이라 할 때, $f(3)\times f(6)$의 값을 구하시오.

유형 3 로그의 뜻과 기본 성질

출제경향 | 로그의 뜻과 로그의 성질을 이용하여 주어진 식의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 로그의 뜻과 로그의 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) $a>0$, $a\neq1$, $N>0$일 때, $a^x=N \Longleftrightarrow x=\log_a N$

(2) $\log_a N$이 정의되려면 밑 a는 $a>0$, $a\neq1$이고 진수 N은 $N>0$이어야 한다.

(3) 로그의 성질

$a>0$, $a\neq1$이고 $M>0$, $N>0$일 때

① $\log_a 1=0$, $\log_a a=1$

② $\log_a MN=\log_a M+\log_a N$

③ $\log_a \dfrac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$

④ $\log_a M^k=k\log_a M$ (단, k는 실수)

필수 유형 ③ | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

$\log_4 \dfrac{2}{3}+\log_4 24$의 값을 구하시오. [3점]

09

▸ 23054-0009

$\log_2(\sqrt{17}+1)+\log_2(\sqrt{17}-1)-\log_2 8$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10

▸ 23054-0010

자연수 a에 대하여

$\log_{(x-2)}\{-x^2+(2a+3)x-a(a+3)\}$이 정의되도록 하는 자연수 x가 4뿐일 때, a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11

▸ 23054-0011

두 자연수 m, n에 대하여 $a=2^m$, $b=3^{3n+1}$일 때, $\log_2(\log_2 a)+\log_2(\log_3 b)=4$가 성립한다. $m+n$의 최솟값을 구하시오.

12

▸ 23054-0012

온도의 차이가 T인 두 공간 사이에 어느 물체를 두면 이 물체를 통해 열이 전달되고 이 물체가 단위 시간당 열을 전달하는 정도를 열전도율이라 한다. 어느 물체의 단면의 넓이가 S이고 두께가 L일 때, 이 물체의 열전도율을 P라 하면 다음이 성립한다.

$$\log_a P=k+\log_a \frac{ST}{L}$$

(단, a, k는 상수이고, $a>0$, $a\neq1$)

어느 물체 A의 열전도율을 P_{A}라 하고 물체 A에 비하여 단면의 넓이를 25 % 확장시키고 두께를 50 % 증가시킨 물체 B의 열전도율을 P_{B}라 할 때, $\dfrac{P_{\mathrm{B}}}{P_{\mathrm{A}}}$의 값은?

(단, 두 물체 A, B는 같은 재질이다.)

① $\dfrac{3}{4}$ ② $\dfrac{4}{5}$ ③ $\dfrac{5}{6}$ ④ 1 ⑤ $\dfrac{6}{5}$

유형 4 로그의 여러 가지 성질

출제경향 | 로그의 여러 가지 성질을 이용하여 주어진 식의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 로그의 여러 가지 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) 로그의 밑의 변환

$a>0$, $a\neq1$, $b>0$, $c>0$, $c\neq1$일 때

$$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$$

(2) 로그의 밑의 변환의 활용

$a>0$, $a\neq1$, $b>0$, $c>0$일 때

① $\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$ (단, $b\neq1$)

② $\log_a b\times\log_b c=\log_a c$ (단, $b\neq1$)

③ $\log_{a^m} b^n=\frac{n}{m}\log_a b$ (단, m, n은 실수이고, $m\neq0$)

④ $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$ (단, $b\neq1$)

필수 유형 ❹ | 2021학년도 대수능 9월 모의평가 |

1보다 큰 세 실수 a, b, c가

$$\log_a b=\frac{\log_b c}{2}=\frac{\log_c a}{4}$$

를 만족시킬 때, $\log_a b+\log_b c+\log_c a$의 값은? [3점]

① $\frac{7}{2}$　② 4　③ $\frac{9}{2}$　④ 5　⑤ $\frac{11}{2}$

13

▸ 23054-0013

$\log_3 6\times\log_4 81-\frac{1}{\log_3 2}=k$일 때, 2^k의 값은? (단, k는 상수이다.)

① 12　② 14　③ 16　④ 18　⑤ 20

14

▸ 23054-0014

두 점 $(\log_3 2,\ \log_9 a)$, $(\log_3 54,\ \log_9 a^2)$을 지나는 직선이 직선 $y=-2x+1$과 수직일 때, 양수 a의 값은?

① 18　② 21　③ 24　④ 27　⑤ 30

15

▸ 23054-0015

1이 아닌 두 양수 a, b에 대하여 두 집합 A, B를

$$A=\left\{\log_a b,\ \frac{1}{\log_9 27},\ \frac{1}{3}\log_b b^5\right\}$$

$$B=\{2,\ \log_a a^{\frac{2}{3}},\ \log_2 a+\log_2 b\}$$

라 하자. $A=B$일 때, $\log_a 2+\log_b 2=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

유형 5 지수함수와 그 래프

출제경향 | 지수함수의 성질과 그 그래프의 특징을 이해하고 있는지를 묻는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 지수함수의 밑의 범위에 따른 지수함수의 증가와 감소, 지수함수의 그래프의 점근선, 평행이동과 대칭이동을 이해하여 문제를 해결한다.

필수 유형 ⑤

곡선 $y=2^{x+2}-1$을 x축에 대하여 대칭이동한 곡선을 $y=f(x)$라 하자. 곡선 $y=f(x)$와 y축이 만나는 점의 좌표를 $(0, a)$, 점근선을 직선 $y=b$라 할 때, $a+b$의 값은? (단, b는 상수이다.)

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

16

▸ 23054-0016

곡선 $y=2^{x+2}-3$을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 곡선을 $y=f(x)$라 하자. 곡선 $y=f(x)$의 점근선을 직선 $y=a$라 할 때, $a+f(a)$의 값은?

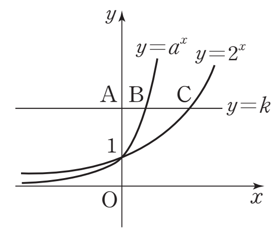
(단, a는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

17

▸ 23054-0017

직선 $y=k\ (k>1)$이 y축 및 두 곡선 $y=a^x\ (a>2)$, $y=2^x$과 만나는 점을 각각 A, B, C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{BC}}=1 : 2$일 때, 실수 a의 값을 구하시오.



18

▸ 23054-0018

두 함수 $f(x)=2^{x+2}$, $g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}+1$에 대하여 **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수 $y=f(|x|)$의 치역은 $\{y|y\geq 4\}$이다.
ㄴ. 모든 실수 x에 대하여 $g(|x|)\leq 2$이다.
ㄷ. 두 함수 $y=f(|x|)$, $y=g(|x|)+k$의 그래프가 y축 위의 점에서 만날 때, 함수 $y=g(|x|)+k$의 그래프의 점근선은 직선 $y=3$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 6 지수함수의 활용

출제경향 | 지수에 미지수가 포함된 방정식, 지수에 미지수가 포함된 부등식의 해를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 지수에 미지수가 포함된 방정식, 지수에 미지수가 포함된 부등식의 해를 구할 때는 다음 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

① $a>0$, $a\neq1$일 때, $a^{f(x)}=a^{g(x)} \iff f(x)=g(x)$

② $a>1$일 때, $a^{f(x)}<a^{g(x)} \iff f(x)<g(x)$

③ $0<a<1$일 때, $a^{f(x)}<a^{g(x)} \iff f(x)>g(x)$

(2) 같은 모양의 식이 반복되는 경우에는 치환을 이용하여 방정식과 부등식을 간단히 한 후 문제를 해결한다.

필수 유형 6 | 2021학년도 대수능 |

부등식 $\left(\frac{1}{9}\right)^x<3^{21-4x}$을 만족시키는 자연수 x의 개수는? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

19

▸ 23054-0019

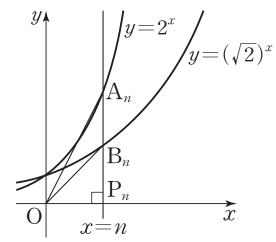
방정식 $2\times9^x+63=(3^x+6)^2$을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

20

▸ 23054-0020

자연수 n에 대하여 그림과 같이 직선 $x=n$이 두 곡선 $y=2^x$, $y=(\sqrt{2})^x$과 만나는 점을 각각 A_n, B_n이라 하고 x축과 만나는 점을 P_n이라 하자. 원점 O에 대하여 두 직각삼각형 $\mathrm{OP}_n\mathrm{A}_n$, $\mathrm{OP}_n\mathrm{B}_n$의 넓이를 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, 부등식 $f(n)-4\times g(n)\geq16n$을 만족시키는 n의 최솟값은?



① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

21

▸ 23054-0021

두 집합

$$A=\left\{x\,\middle|\,\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+4x+1}\leq4^{x-3},\ x\text{는 정수}\right\},$$

$$B=\left\{x\,\middle|\,x=3^{a^2}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{6a-k},\ a\in A\right\}$$

에 대하여 집합 B의 모든 원소의 곱이 9일 때, 상수 k의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

유형 7 로그함수와 그 그래프

출제경향 | 로그함수의 성질과 그 그래프의 특징을 이해하고 있는지를 묻는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 로그함수의 그래프의 점근선, 평행이동과 대칭이동, 밑의 범위에 따른 함수의 증가와 감소를 이해하여 문제를 해결한다.

필수 유형 7 | 2021학년도 대수능 |

$\frac{1}{4}<a<1$인 실수 a에 대하여 직선 $y=1$이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=-1$이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

보기

ㄱ. 선분 AB를 $1:4$로 외분하는 점의 좌표는 $(0,\ 1)$이다.

ㄴ. 사각형 ABCD가 직사각형이면 $a=\frac{1}{2}$이다.

ㄷ. $\overline{\mathrm{AB}}<\overline{\mathrm{CD}}$이면 $\frac{1}{2}<a<1$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22

▸ 23054-0022

점근선이 $x=-3$인 곡선 $y=\log_3(ax+b)$가 두 점 $(0,\ 2)$, $(2,\ k)$를 지날 때, k의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① $-1+\log_3 5$ ② $\log_3 5$ ③ $1+\log_3 5$
④ $2+\log_3 5$ ⑤ $3+\log_3 5$

23

▸ 23054-0023

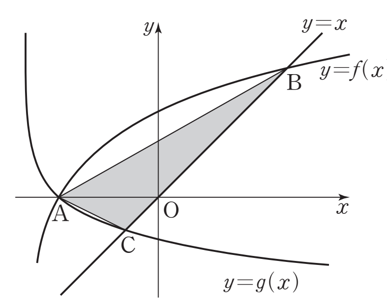
$a>1$인 상수 a와 2 이상의 자연수 n에 대하여 곡선 $y=\log_a x$와 직선 $x=n$이 만나는 점을 P_n이라 하자. 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$을 대각선으로 하고 모든 변이 x축 또는 y축과 평행한 직사각형의 넓이를 $f(n)$이라 할 때, $f(2)+f(3)+f(4)+f(5)=3$이다. a의 값은?

① $\sqrt[3]{2}$ ② $\sqrt[3]{3}$ ③ $\sqrt[3]{4}$
④ $\sqrt[3]{5}$ ⑤ $\sqrt[3]{6}$

24

▸ 23054-0024

$a>1$인 실수 a와 상수 m에 대하여 그림과 같이 함수 $f(x)=\log_a(x-m)$의 그래프와 함수 $g(x)=\log_{\frac{1}{3}}(x+4)$의 그래프가 x축 위의 점 A에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$가 직선 $y=x$와 제1사분면에서 만나는 점을 B, 곡선 $y=g(x)$가 직선 $y=x$와 만나는 점을 C라 하자. 점 C의 좌표가 $(-1,\ -1)$이고 삼각형 ABC의 넓이가 $\frac{15}{2}$일 때, $a=2^{\frac{q}{p}}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



유형 8 로그함수의 활용

출제경향 | 진수에 미지수가 포함된 방정식, 진수에 미지수가 포함된 부등식의 해를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 진수에 미지수가 포함된 방정식, 진수에 미지수가 포함된 부등식의 해를 구할 때는 다음 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

① $a>0$, $a\neq1$일 때
$\log_a f(x)=\log_a g(x) \Longleftrightarrow f(x)=g(x)$, $f(x)>0$, $g(x)>0$

② $a>1$일 때
$\log_a f(x)<\log_a g(x) \Longleftrightarrow 0<f(x)<g(x)$

③ $0<a<1$일 때
$\log_a f(x)<\log_a g(x) \Longleftrightarrow f(x)>g(x)>0$

(2) 같은 모양의 식이 반복되는 경우에는 치환을 이용하여 방정식과 부등식을 간단히 한 후 문제를 해결한다.

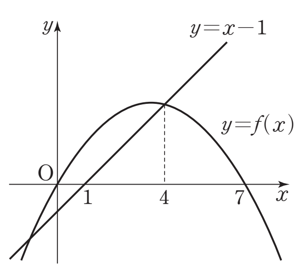
필수 유형 8 | 2020학년도 대수능 6월 모의평가 |

이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x-1$이 그림과 같을 때, 부등식

$$\log_3 f(x)+\log_{\frac{1}{3}}(x-1)\leq0$$

을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합을 구하시오.

(단, $f(0)=f(7)=0$, $f(4)=3$) [3점]



25

▸ 23054-0025

방정식 $\log_4(3x-1)+\log_4(x-3)=\log_4 11$을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오.

26

▸ 23054-0026

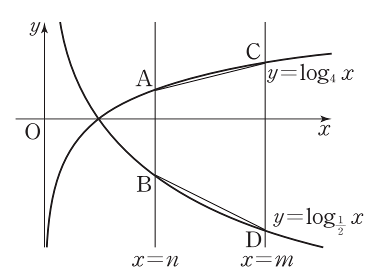
부등식 $\log_3\frac{x}{3}\times\log_3\frac{x}{9}<6$을 만족시키는 자연수 x의 최댓값은?

① 80 ② 81 ③ 82
④ 83 ⑤ 84

27

▸ 23054-0027

그림과 같이 2 이상의 두 자연수 m, n $(m>n)$에 대하여 두 곡선 $y=\log_4 x$, $y=\log_{\frac{1}{2}} x$가 직선 $x=n$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고 두 곡선 $y=\log_4 x$, $y=\log_{\frac{1}{2}} x$가 직선 $x=m$과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사각형 ABDC의 넓이가 $\frac{9}{2}$일 때, $m+n$의 값을 구하시오.



수학 I

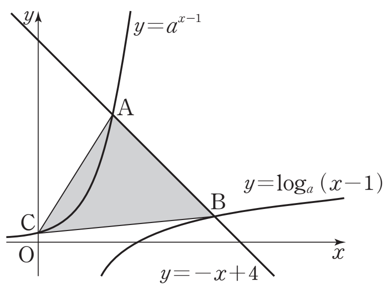
유형 9 지수함수와 로그함수의 관계

출제경향 | 지수함수의 그래프와 로그함수의 그래프를 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 지수함수의 그래프와 로그함수의 그래프, 지수의 성질과 로그의 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 9 | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

$a>1$인 실수 a에 대하여 직선 $y=-x+4$가 두 곡선 $y=a^{x-1}$, $y=\log_a(x-1)$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=a^{x-1}$이 y축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S이다. $50\times S$의 값을 구하시오. [4점]



28

▸ 23054-0028

함수 $f(x)=2^{x-1}+a$의 역함수가 $g(x)=\log_2(x-2)+1$이고, 함수 $y=g(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼 평행이동한 함수의 그래프의 점근선은 직선 $x=5$이다. 두 상수 a, m에 대하여 $a+m$의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

29

▸ 23054-0029

곡선 $y=\log_2(x-1)-1$과 기울기가 -1인 직선 l이 점 $(5,\ 1)$에서 만난다. 직선 l과 곡선 $y=2^x$이 점 $(a,\ b)$에서 만날 때, $\frac{b}{a}$의 값은?

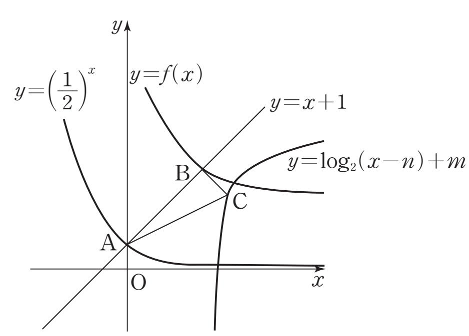
① 2　② $\frac{8}{3}$　③ $\frac{10}{3}$　④ 4　⑤ $\frac{14}{3}$

30

▸ 23054-0030

함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면 함수 $y=f(x)$의 그래프와 일치한다. 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프가 y축과 만나는 점 A는 이 평행이동에 의하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=x+1$이 만나는 점 B로 이동된다. 또 점 B를 지나고 기울기가 -1인 직선이 함수 $y=\log_2(x-n)+m$의 그래프와 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 6일 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

(단, m, n은 양의 실수이다.)



유형 10 지수함수와 로그함수의 최댓값과 최솟값

출제경향 | 주어진 범위에서 지수함수와 로그함수의 증가와 감소를 이용하여 최댓값과 최솟값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 밑의 범위에 따른 지수함수와 로그함수의 증가와 감소를 이해하여 주어진 구간에서 지수함수 또는 로그함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제를 해결한다.
같은 식이 반복되는 경우에는 치환을 이용하여 주어진 식을 간단히 변형한 후 문제를 해결한다.

필수 유형 ⑩ | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수

$$f(x)=2\log_{\frac{1}{2}}(x+k)$$

가 닫힌구간 $[0, 12]$에서 최댓값 -4, 최솟값 m을 갖는다. $k+m$의 값은? (단, k는 상수이다.) [3점]

① -1　② -2　③ -3　④ -4　⑤ -5

31

▸ 23054-0031

두 함수

$$f(x)=x^2-2x+3,\ g(x)=2^x$$

에 대하여 함수 $y=(g\circ f)(x)$의 최솟값은?

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

32

▸ 23054-0032

$a>1$인 상수 a에 대하여 $-1\le x\le 2$에서 함수 $f(x)=2^{x+2}+\log_a(x+2)$의 최댓값과 최솟값의 합이 19일 때, a의 값은?

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

33

▸ 23054-0033

함수 $f(x)$를

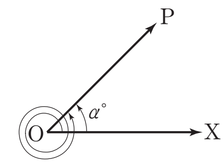
$$f(x)=\begin{cases}\log_3(9x-9) & (1<x<4)\\ (\sqrt{3})^{6-x} & (x\ge 4)\end{cases}$$

라 하자. $t\le x\le t+2$에서 함수 $f(x)$의 최댓값이 3이 되도록 하는 모든 자연수 t의 개수를 a, $s\le x\le s+1$에서 함수 $f(x)$의 최솟값이 1이 되도록 하는 모든 실수 s의 값의 곱을 b라 할 때, $a+3b$의 값을 구하시오. (단, $t>1$, $s>1$)

수학 I

02 삼각함수

1 일반각과 호도법

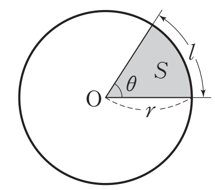


(1) 일반각 : 시초선 OX와 동경 OP에 의하여 $\angle$XOP가 주어질 때, 동경 OP가 나타내는 한 각의 크기를 α°라 하면 $\angle$XOP의 크기를 $360^\circ \times n + \alpha^\circ$ (n은 정수)로 나타내고, 이것을 동경 OP가 나타내는 일반각이라고 한다.

(2) 육십분법과 호도법의 관계

① $1(\text{라디안}) = \dfrac{180^\circ}{\pi}$　　　② $1^\circ = \dfrac{\pi}{180}(\text{라디안})$

(3) 부채꼴의 호의 길이와 넓이

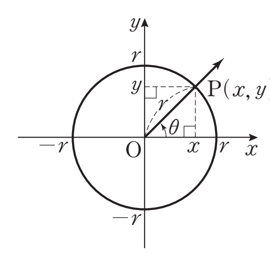


반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 θ(라디안)인 부채꼴에서 호의 길이를 l, 넓이를 S라 하면

① $l = r\theta$　　　② $S = \dfrac{1}{2}r^2\theta = \dfrac{1}{2}rl$

2 삼각함수의 정의와 삼각함수 사이의 관계

(1) 삼각함수의 정의



좌표평면에서 중심이 원점 O이고 반지름의 길이가 r인 원 위의 한 점을 P(x, y)라 하고, x축의 양의 방향을 시초선으로 하는 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ라 할 때, θ에 대한 삼각함수를 다음과 같이 정의한다.

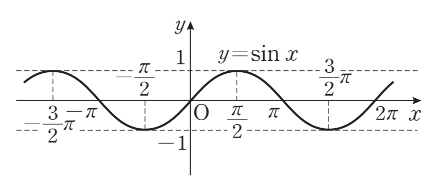
$$\sin\theta = \frac{y}{r},\ \cos\theta = \frac{x}{r},\ \tan\theta = \frac{y}{x}\ (x \neq 0)$$

(2) 삼각함수 사이의 관계

① $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　　　② $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

3 삼각함수의 그래프

(1) 함수 $y = \sin x$의 그래프와 그 성질

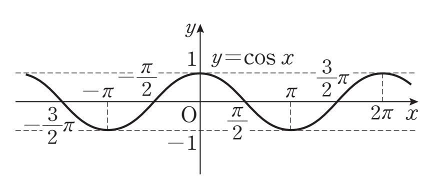


① 정의역은 실수 전체의 집합이고, 치역은 $\{y \mid -1 \le y \le 1\}$이다.

② 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

③ 주기가 2π인 주기함수이다. 즉, 모든 실수 x에 대하여 $\sin(2n\pi + x) = \sin x$ (n은 정수)이다.

(2) 함수 $y = \cos x$의 그래프와 그 성질

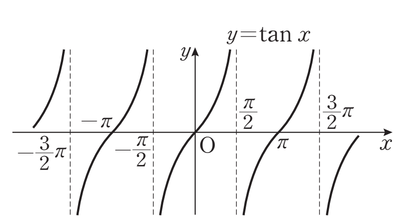


① 정의역은 실수 전체의 집합이고, 치역은 $\{y \mid -1 \le y \le 1\}$이다.

② 그래프는 y축에 대하여 대칭이다.

③ 주기가 2π인 주기함수이다. 즉, 모든 실수 x에 대하여 $\cos(2n\pi + x) = \cos x$ (n은 정수)이다.

(3) 함수 $y = \tan x$의 그래프와 그 성질



① 정의역은 $x \neq n\pi + \dfrac{\pi}{2}$ (n은 정수)인 실수 전체의 집합이고, 치역은 실수 전체의 집합이다.

② 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

③ 주기가 π인 주기함수이다. 즉, 모든 실수 x에 대하여 $\tan(n\pi + x) = \tan x$ (n은 정수)이다.

④ 그래프의 점근선은 직선 $x = n\pi + \dfrac{\pi}{2}$ (n은 정수)이다.

4 삼각함수의 성질

(1) $2n\pi+\theta$의 삼각함수 (단, n은 정수)

① $\sin(2n\pi+\theta)=\sin\theta$ ② $\cos(2n\pi+\theta)=\cos\theta$ ③ $\tan(2n\pi+\theta)=\tan\theta$

(2) $-\theta$의 삼각함수

① $\sin(-\theta)=-\sin\theta$ ② $\cos(-\theta)=\cos\theta$ ③ $\tan(-\theta)=-\tan\theta$

(3) $\pi+\theta$의 삼각함수

① $\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$ ② $\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$ ③ $\tan(\pi+\theta)=\tan\theta$

(4) $\frac{\pi}{2}+\theta$의 삼각함수

① $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos\theta$ ② $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta$ ③ $\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\frac{1}{\tan\theta}$

5 삼각함수의 활용

(1) **방정식에의 활용** : 방정식 $2\sin x-1=0$, $\sqrt{2}\cos x+1=0$, $\tan x-\sqrt{3}=0$과 같이 각의 크기가 미지수인 삼각함수를 포함한 방정식은 삼각함수의 그래프를 이용하여 다음과 같이 풀 수 있다.

① 주어진 방정식을 $\sin x=k$ ($\cos x=k$, $\tan x=k$)의 꼴로 변형한다.

② 주어진 범위에서 함수 $y=\sin x$ ($y=\cos x$, $y=\tan x$)의 그래프와 직선 $y=k$를 그린 후 두 그래프의 교점의 x좌표를 찾아서 해를 구한다.

(2) **부등식에의 활용** : 부등식 $2\sin x+1>0$, $2\cos x-\sqrt{3}<0$, $\tan x-1<0$과 같이 각의 크기가 미지수인 삼각함수를 포함한 부등식은 삼각함수의 그래프를 이용하여 다음과 같이 풀 수 있다.

① 주어진 부등식을 $\sin x>k$ ($\cos x<k$, $\tan x<k$)의 꼴로 변형한다.

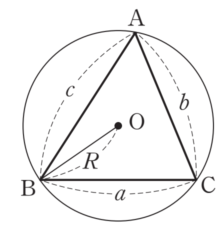
② 주어진 범위에서 함수 $y=\sin x$ ($y=\cos x$, $y=\tan x$)의 그래프와 직선 $y=k$를 그린 후 두 그래프의 교점의 x좌표를 찾는다.

③ 함수 $y=\sin x$ ($y=\cos x$, $y=\tan x$)의 그래프가 직선 $y=k$보다 위쪽(또는 아래쪽)에 있는 x의 값의 범위를 찾아서 해를 구한다.

6 사인법칙

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$



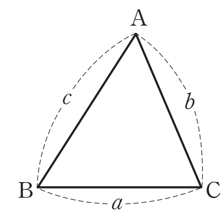
7 코사인법칙

삼각형 ABC에서

(1) $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ (2) $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$ (3) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

참고 코사인법칙을 변형하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

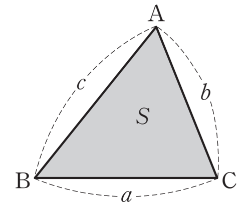
(1) $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ (2) $\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$ (3) $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$



8 삼각형의 넓이

삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면

$$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B$$



유형 1 부채꼴의 호의 길이와 넓이

출제경향 | 호도법을 이용하여 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 부채꼴의 반지름의 길이 r와 중심각의 크기 θ가 주어질 때, 부채꼴의 호의 길이 l과 넓이 S는 다음을 이용하여 구한다.

(1) $l=r\theta$

(2) $S=\frac{1}{2}r^2\theta=\frac{1}{2}rl$

필수 유형 ❶

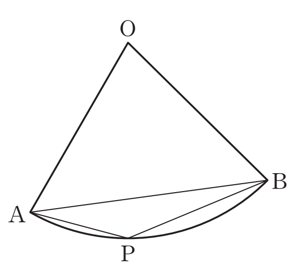
중심각의 크기가 $\frac{5}{9}\pi$이고 호의 길이가 $\frac{10}{3}\pi$인 부채꼴의 넓이는?

① 6π ② 8π ③ 10π
④ 12π ⑤ 14π

01

▸ 23054-0034

그림과 같이 부채꼴 OAB의 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\angle ABP=\frac{\pi}{12}$, $\angle BAP=\frac{\pi}{8}$이다. 부채꼴 OAB의 넓이가 30π일 때, 호 AB의 길이는?

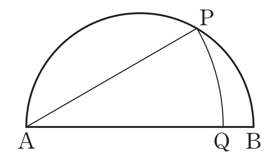


① 4π ② 5π ③ 6π
④ 7π ⑤ 8π

02

▸ 23054-0035

그림과 같이 길이가 6인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위에 점 P가 있다. 선분 AB 위에 점 Q를 $\overline{AP}=\overline{AQ}$가 되도록 잡고 부채꼴 APQ의 호 PQ를 그린다. 호 BP의 길이가 π일 때, 부채꼴 APQ의 호 PQ의 길이는?



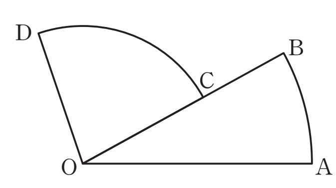
① $\frac{3\sqrt{3}}{8}\pi$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{12}\pi$ ③ $\frac{11\sqrt{3}}{24}\pi$
④ $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$ ⑤ $\frac{13\sqrt{3}}{24}\pi$

03

▸ 23054-0036

그림과 같이 중심각의 크기가 $\frac{4}{25}\pi$이고 호의 길이가 $\frac{8}{5}\pi$인 부채꼴 OAB가 있다. 선분 OB를 $3:2$로 내분하는 점을 C라 할 때, 부채꼴 OAB의 넓이와 부채꼴 OCD의 넓이가 같게 되도록 부채꼴 OCD를 그린다. 부채꼴 OCD의 호 CD의 길이가 $\frac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



유형 2 삼각함수의 정의와 삼각함수 사이의 관계

출제경향 | 삼각함수의 정의와 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 식의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수의 정의와 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 문제를 해결한다.

(1) 각 θ를 나타내는 동경과 중심이 원점이고 반지름의 길이가 r인 원이 만나는 점의 좌표를 (x, y)라 하면

$\sin\theta=\frac{y}{r}$, $\cos\theta=\frac{x}{r}$, $\tan\theta=\frac{y}{x}$ $(x\neq0)$

(2) 삼각함수 사이의 관계

① $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

② $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

필수 유형 ❷ | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\cos^2\theta=\frac{4}{9}$일 때, $\sin^2\theta+\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{4}{9}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{2}{9}$ ④ $-\frac{1}{9}$ ⑤ 0

04

▸ 23054-0037

$\frac{3}{2}\pi<\theta<2\pi$인 θ에 대하여 $\sin\theta=-\frac{\sqrt{7}}{4}$일 때, $\frac{2\cos\theta}{1+\cos\theta}$의 값은?

① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{9}{14}$ ③ $\frac{5}{7}$ ④ $\frac{11}{14}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

05

▸ 23054-0038

$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}=-4$일 때, $\sin\theta-\cos\theta$의 값은?

① $-\frac{\sqrt{6}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{6}}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

06

▸ 23054-0039

좌표평면에서 직선 $y=\frac{1}{2}x+5$ 위의 점 P에 대하여 직선 $y=\frac{1}{2}x+5$와 직선 OP가 서로 수직이다. 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ라 할 때, $\sin\theta\times\cos\theta$의 값은? (단, O는 원점이다.)

① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{3}{5}$ ④ $-\frac{7}{10}$ ⑤ $-\frac{4}{5}$

07

▸ 23054-0040

좌표평면에 점 A$(6, 0)$과 원 $x^2+y^2=36$ 위의 점 P가 있다. 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ라 할 때, 점 P와 θ가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 선분 AP를 포함하는 부채꼴 AOP의 호 AP의 길이는 4π이다.

(나) $\frac{\tan\theta}{\cos\theta}<0$

$\cos\theta+\tan^2\theta$의 값은? (단, O는 원점이다.)

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

유형 3 삼각함수의 그래프

출제경향 | 삼각함수의 그래프의 성질을 이용하여 주기를 구하거나 미지수의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수의 그래프에서 주기, 최댓값, 최솟값 등을 이용하여 조건을 만족시키는 미지수의 값을 구하는 문제를 해결한다.

0이 아닌 두 상수 a, b에 대하여 세 함수

$y=a\sin bx$, $y=a\cos bx$, $y=a\tan bx$

의 주기는 각각

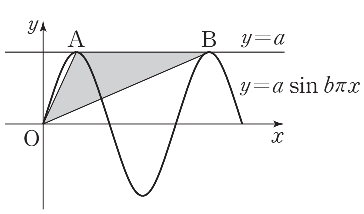
$\frac{2\pi}{|b|}$, $\frac{2\pi}{|b|}$, $\frac{\pi}{|b|}$

이다.

필수 유형 ❸ | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

두 양수 a, b에 대하여 곡선 $y=a\sin b\pi x\left(0\leq x\leq\frac{3}{b}\right)$이 직선 $y=a$와 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자.
삼각형 OAB의 넓이가 5이고 직선 OA의 기울기와 직선 OB의 기울기의 곱이 $\frac{5}{4}$일 때, $a+b$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



08

▸ 23054-0041

두 양수 a, b에 대하여 정의역이 $\{x\,|\,0\leq x\leq 2b\}$인 함수 $f(x)=-a\cos\frac{\pi x}{b}$는 $x=c$에서 최댓값을 갖는다. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 x축과 만나는 두 점을 x좌표가 작은 것부터 차례로 A, B라 할 때, 네 점 A, B, C$(c,\ f(c))$, D$(0,\ f(0))$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 AC의 기울기와 직선 BC의 기울기의 곱은 -16이다.
(나) 삼각형 BCD의 넓이는 72이다.

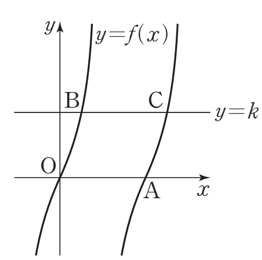
$a+b+c$의 값을 구하시오.

09

▸ 23054-0042

두 양수 a, b에 대하여 주기가 2인 함수 $f(x)=a\tan bx$가 있다. $0<x<3$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프가 x축과 만나는 점을 A, $0<x<3$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프가 직선 $y=k\ (k>0)$과 만나는 두 점을 각각 B, C, 동경 OB가 나타내는 각의 크기를 θ라 하자. $\tan\theta=3$, $\angle\text{BAO}=\frac{\pi}{4}$일 때, $f\left(\frac{k}{3}\right)+\overline{\text{OC}}^2$의 값은? (단, O는 원점이고, $\overline{\text{OB}}<\overline{\text{OC}}$이다.)

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10



유형 4 삼각함수의 성질

출제경향 | 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수의 값을 구하는 문제를 해결한다.

(1) $\pi+\theta$의 삼각함수
① $\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$ ② $\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$
③ $\tan(\pi+\theta)=\tan\theta$

(2) $\pi-\theta$의 삼각함수
① $\sin(\pi-\theta)=\sin\theta$ ② $\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$
③ $\tan(\pi-\theta)=-\tan\theta$

(3) $\frac{\pi}{2}+\theta$의 삼각함수
① $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos\theta$ ② $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta$
③ $\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\frac{1}{\tan\theta}$

(4) $\frac{\pi}{2}-\theta$의 삼각함수
① $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$ ② $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$
③ $\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\frac{1}{\tan\theta}$

필수 유형 4 | 2023학년도 대수능 |

$\tan\theta<0$이고 $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\frac{\sqrt{5}}{5}$일 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0
④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

10

▸ 23054-0043

$\sin\left(-\frac{5}{6}\pi\right)+\cos\frac{8}{3}\pi$의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

11

▸ 23054-0044

$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\cos\theta=-\frac{1}{3}$일 때,
$\sin(\pi+\theta)\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)+\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\cos(\pi-\theta)$의 값은?

① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{7}{9}$
④ $\frac{8}{9}$ ⑤ 1

12

▸ 23054-0045

$\frac{3}{2}\pi<\theta<2\pi$인 θ에 대하여

$$\sin(2\pi-\theta)+\cos(\pi+\theta)+2\cos\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)=3\sin\theta$$

일 때, $\sin\theta+\cos\theta$의 값은?

① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0
④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

수학 I

유형 5 삼각함수의 최댓값과 최솟값

출제경향 | 삼각함수 또는 삼각함수가 포함된 함수의 최댓값 또는 최솟값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수 사이의 관계, 삼각함수의 성질 및 삼각함수의 그래프의 성질을 이용하여 삼각함수 또는 삼각함수가 포함된 함수의 최댓값 또는 최솟값을 구하는 문제를 해결한다.

세 상수 a $(a\neq0)$, b $(b\neq0)$, c에 대하여

(1) 함수 $y=a\sin bx+c$의 최댓값은 $|a|+c$, 최솟값은 $-|a|+c$이다.

(2) 함수 $y=a\cos bx+c$의 최댓값은 $|a|+c$, 최솟값은 $-|a|+c$이다.

필수 유형 5 | 2023학년도 대수능 |

함수

$$f(x)=a-\sqrt{3}\tan 2x$$

가 닫힌구간 $\left[-\frac{\pi}{6},\ b\right]$에서 최댓값 7, 최솟값 3을 가질 때, $a\times b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{5\pi}{12}$ ③ $\frac{\pi}{3}$
④ $\frac{\pi}{4}$ ⑤ $\frac{\pi}{6}$

13
▸ 23054-0046

두 상수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=a\sin\frac{x}{2}+b$의 최솟값이 -1이고 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=5$일 때, $a+b$의 값은? (단, $a>0$)

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

14
▸ 23054-0047

함수 $f(x)=2\sin(\pi+x)\sin(\pi-x)+\sin\left(\frac{3}{2}\pi+x\right)+3$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은?

① $\frac{37}{8}$ ② $\frac{19}{4}$ ③ $\frac{39}{8}$
④ 5 ⑤ $\frac{41}{8}$

15
▸ 23054-0048

자연수 a에 대하여 두 함수

$$f(x)=\frac{1}{3}\log_4(x-3),\ g(x)=\tan\frac{\pi x}{a}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $y=f(x)$의 그래프의 점근선과 함수 $y=g(x)$의 그래프는 만나지 않는다.
(나) $g\left(\frac{2}{3}\right)>1$

정의역이 $\left\{x\,\middle|\,\frac{13}{4}\le x\le 19\right\}$인 합성함수 $(g\circ f)(x)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $12(M-m)^2$의 값을 구하시오.

유형 6 삼각함수를 포함한 방정식과 부등식

출제경향 | 삼각함수의 그래프와 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수를 포함한 방정식과 부등식을 푸는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수의 그래프와 직선의 교점 또는 위치 관계를 이용하거나 삼각함수의 성질을 이용하여 각의 크기가 미지수인 삼각함수를 포함한 방정식 또는 부등식의 해를 구하는 문제를 해결한다.

필수 유형 6 | 2021학년도 대수능 |

$0\le x<4\pi$일 때, 방정식

$$4\sin^2 x-4\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-3=0$$

의 모든 해의 합은? [4점]

① 5π ② 6π ③ 7π ④ 8π ⑤ 9π

16

▸ 23054-0049

$0\le x<2\pi$에서 부등식

$$(2\sin x-1)(\sqrt{2}\cos x-1)>0$$

의 해가

$$\alpha<x<\beta \text{ 또는 } \gamma<x<\delta$$

일 때, $\sin(\delta-\beta)+\cos(\gamma-\alpha)$의 값은? (단, $\alpha<\beta<\gamma<\delta$)

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

17

▸ 23054-0050

$0\le x<2\pi$에서 x에 대한 방정식 $|8\cos x+2|=k$가 서로 다른 세 실근 α, β, γ ($\alpha<\beta<\gamma$)를 가질 때, $\frac{k(\gamma-\alpha)}{\beta}$의 값은?

(단, k는 상수이다.)

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

18

▸ 23054-0051

$0\le\theta<2\pi$일 때, x에 대한 이차방정식

$$x^2+(4\sin\theta)x-2+10\cos\theta=0$$

이 실근을 갖도록 하는 모든 θ의 값의 범위는 $\alpha\le\theta\le\beta$이다. $\beta-\alpha$의 값은?

① $\frac{7}{6}\pi$ ② $\frac{4}{3}\pi$ ③ $\frac{3}{2}\pi$ ④ $\frac{5}{3}\pi$ ⑤ $\frac{11}{6}\pi$

19

▸ 23054-0052

정의역이 $\{x\,|\,x\ge0\}$인 함수 $f(x)$가 모든 자연수 n에 대하여 다음을 만족시킨다.

> $2n-2\le x<2n$일 때, $f(x)=\sin(n\pi x)$이다.

$0\le x<8$에서 방정식 $2f(x)-1=0$의 서로 다른 실근 중 가장 작은 값을 α, 가장 큰 값을 β라 할 때, $\frac{4\beta}{\alpha}$의 값을 구하시오.

유형 7 사인법칙과 활용

출제경향 | 삼각함수의 성질과 사인법칙을 이용하여 삼각형의 변의 길이, 각의 크기, 외접원의 반지름의 길이 등을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=c$, $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$일 때, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

가 성립함을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 7 | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

반지름의 길이가 15인 원에 내접하는 삼각형 ABC에서 $\sin B=\frac{7}{10}$일 때, 선분 AC의 길이를 구하시오. [3점]

20

▸ 23054-0053

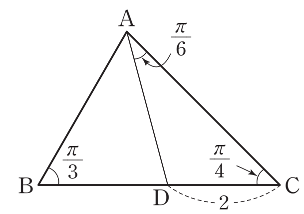
반지름의 길이가 16인 원에 내접하는 삼각형 ABC에서 $\cos A=\frac{\sqrt{7}}{4}$일 때, 선분 BC의 길이는?

① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

21

▸ 23054-0054

그림과 같이 $\angle ABC=\frac{\pi}{3}$, $\angle ACB=\frac{\pi}{4}$이고 $\overline{BC}>2$인 삼각형 ABC가 있다. 변 BC 위의 점 D에 대하여 $\overline{CD}=2$이고 $\angle CAD=\frac{\pi}{6}$일 때, 삼각형 ABD의 외접원의 반지름의 길이는?

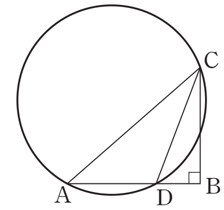


① $\frac{\sqrt{22}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{26}}{3}$
④ $\frac{2\sqrt{7}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{30}}{3}$

22

▸ 23054-0055

그림과 같이 $\angle ABC=90°$이고 $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=4$인 직각삼각형 ABC가 있다. 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점을 D라 할 때, 삼각형 ADC의 외접원의 넓이는 $\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



유형 8 코사인법칙과 활용

출제경향 | 삼각함수의 성질과 코사인법칙을 이용하여 삼각형의 변의 길이, 각의 크기 등을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=c$, $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$일 때, 다음과 같은 코사인법칙을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

(2) $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

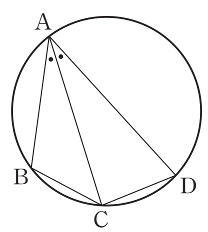
(3) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

필수 유형 8 | 2023학년도 대수능 |

그림과 같이 사각형 ABCD가 한 원에 내접하고

$\overline{AB}=5$, $\overline{AC}=3\sqrt{5}$, $\overline{AD}=7$, $\angle BAC=\angle CAD$

일 때, 이 원의 반지름의 길이는? [4점]



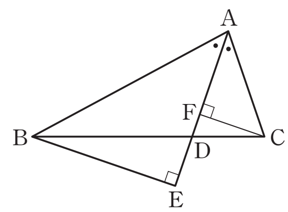
① $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$

④ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

23

▸ 23054-0056

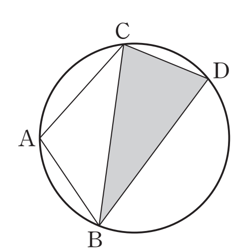
그림과 같이 $\overline{AB}=4\sqrt{2}$, $\overline{AC}=2\sqrt{2}$인 예각삼각형 ABC가 있다. $\angle A$의 이등분선과 변 BC가 만나는 점을 D, 점 B에서 직선 AD에 내린 수선의 발을 E, 점 C에서 직선 AD에 내린 수선의 발을 F라 하자. $\cos(\angle ABC)=\frac{5\sqrt{2}}{8}$일 때, $\overline{AF}\times\overline{AE}$의 값을 구하시오. (단, $\overline{AB}<\overline{BC}$)



24

▸ 23054-0057

그림과 같이 반지름의 길이가 $\frac{4\sqrt{10}}{5}$인 원에 내접하고 $\overline{BC}=2\sqrt{6}$인 삼각형 ABC가 있다. 점 A를 포함하지 않은 호 BC 위의 점 D에 대하여 $\overline{BD}=2\overline{CD}$이다. 삼각형 BDC의 넓이를 S라 할 때, $4S^2$의 값을 구하시오. $\left(\text{단, } \frac{\pi}{2}<\angle CAB<\pi\right)$



03 수열

1 등차수열

(1) 첫째항이 a, 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 일반항 a_n은

$$a_n=a+(n-1)d \ (\text{단, } n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

(2) 세 수 a, b, c가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, b를 a와 c의 등차중항이라고 한다.

이때 $b-a=c-b$이므로 $b=\frac{a+c}{2}$이다.

참고 일반항 a_n이 n에 대한 일차식 $a_n=An+B$ (A, B는 상수, $n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$)인 수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 $A+B$, 공차가 A인 등차수열이다.

2 등차수열의 합

등차수열의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n은 다음과 같다.

(1) 첫째항이 a, 제n항이 l일 때, $S_n=\frac{n(a+l)}{2}$

(2) 첫째항이 a, 공차가 d일 때, $S_n=\frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$

참고 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 n에 대한 이차식 $S_n=An^2+Bn$ (A, B는 상수, $n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$)인 수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 $A+B$이고 공차가 $2A$인 등차수열이다.

3 등비수열

(1) 첫째항이 a, 공비가 r $(r\neq0)$인 등비수열 $\{a_n\}$의 일반항 a_n은

$$a_n=ar^{n-1} \ (\text{단, } n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

(2) 0이 아닌 세 수 a, b, c가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, b를 a와 c의 등비중항이라고 한다.

이때 $\frac{b}{a}=\frac{c}{b}$이므로 $b^2=ac$이다.

4 등비수열의 합

첫째항이 a, 공비가 r $(r\neq0)$인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n은 다음과 같다.

(1) $r=1$일 때, $S_n=na$

(2) $r\neq1$일 때, $S_n=\frac{a(r^n-1)}{r-1}=\frac{a(1-r^n)}{1-r}$

5 수열의 합과 일반항 사이의 관계

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하면

$$a_1=S_1,\ a_n=S_n-S_{n-1} \ (\text{단, } n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$$

6 합의 기호 $\sum$의 뜻

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$을 기호 $\sum$를 사용하여 다음과 같이 나타낸다.

제n항까지

$$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$$

← 일반항

첫째항부터

7 합의 기호 $\sum$의 성질

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

(1) $\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k+\sum_{k=1}^{n}b_k$

(2) $\sum_{k=1}^{n}(a_k-b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=1}^{n}b_k$

(3) $\sum_{k=1}^{n}ca_k=c\sum_{k=1}^{n}a_k$ (단, c는 상수)

(4) $\sum_{k=1}^{n}c=cn$ (단, c는 상수)

8 자연수의 거듭제곱의 합

(1) $\sum_{k=1}^{n}k=1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$

(2) $\sum_{k=1}^{n}k^2=1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(3) $\sum_{k=1}^{n}k^3=1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2=\left(\sum_{k=1}^{n}k\right)^2$

9 여러 가지 수열의 합

(1) 일반항이 분수 꼴이고 분모가 서로 다른 두 일차식의 곱으로 나타내어져 있을 때, 두 개의 분수로 분해하는 방법, 즉

$\frac{1}{AB}=\frac{1}{B-A}\left(\frac{1}{A}-\frac{1}{B}\right)$ $(A\neq B)$를 이용하여 계산한다.

① $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+a)}=\frac{1}{a}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+a}\right)$ (단, $a\neq 0$)

② $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(k+a)(k+b)}=\frac{1}{b-a}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k+a}-\frac{1}{k+b}\right)$ (단, $a\neq b$)

(2) 일반항의 분모가 근호가 있는 두 식의 합으로 나타내어져 있을 때, 분모를 유리화하는 방법을 이용하여 계산한다.

① $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k+a}+\sqrt{k}}=\frac{1}{a}\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+a}-\sqrt{k})$ (단, $a\neq 0$)

② $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k+a}+\sqrt{k+b}}=\frac{1}{a-b}\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+a}-\sqrt{k+b})$ (단, $a\neq b$)

10 수열의 귀납적 정의

처음 몇 개의 항의 값과 이웃하는 항들 사이의 관계식으로 수열 $\{a_n\}$을 정의하는 것을 수열의 귀납적 정의라고 한다. 귀납적으로 정의된 수열 $\{a_n\}$의 항의 값을 구할 때에는 n에 1, 2, 3, $\cdots$을 차례로 대입한다.

예를 들면 $a_1=1$, $a_{n+1}=a_n+2$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$과 같이 귀납적으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에서

$a_2=a_1+2=1+2=3$, $a_3=a_2+2=3+2=5$, $a_4=a_3+2=5+2=7$, $\cdots$

이므로 수열 $\{a_n\}$은 1, 3, 5, 7, $\cdots$이다.

11 수학적 귀납법

자연수 n에 대한 명제 $p(n)$이 모든 자연수 n에 대하여 성립함을 증명하려면 다음 두 가지를 보이면 된다.

(i) $n=1$일 때, 명제 $p(n)$이 성립한다. 즉, $p(1)$이 성립한다.

(ii) $n=k$일 때, 명제 $p(n)$이 성립한다고 가정하면 $n=k+1$일 때도 명제 $p(n)$이 성립한다.

이와 같은 방법으로 모든 자연수 n에 대하여 명제 $p(n)$이 참임을 증명하는 것을 수학적 귀납법이라고 한다.

유형 1 등차수열의 뜻과 일반항

출제경향 | 등차수열의 일반항을 이용하여 공차 또는 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건을 만족시키는 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항 a와 공차 d를 구한 후 등차수열의 일반항

$a_n=a+(n-1)d\ (n=1, 2, 3, \cdots)$

을 이용하여 문제를 해결한다.

특히 서로 다른 두 항 a_m과 a_n 사이에

$a_m-a_n=(m-n)d$

가 성립함을 이용하면 편리할 수 있다.

필수 유형 1 | 2019학년도 대수능 |

첫째항이 4인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_{10}-a_7=6$

일 때, a_4의 값은? [3점]

① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

01
▸ 23054-0058

공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_2=3,\ a_7-a_5=3-d$

일 때, a_4의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

02
▸ 23054-0059

첫째항이 45이고 공차가 -7인 등차수열 $\{a_n\}$과 첫째항과 공차가 같고 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{b_n\}$에 대하여 수열 $\{c_n\}$을 $c_n=a_n+b_n$이라 하자. $c_n>100$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값이 10일 때, b_1의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

03
▸ 23054-0060

3으로 나눈 나머지가 1인 모든 자연수를 작은 것부터 크기순으로 나열한 수열을 $\{a_n\}$, 4로 나눈 나머지가 2인 모든 자연수를 작은 것부터 크기순으로 나열한 수열을 $\{b_n\}$이라 하자. $a_k=b_m$을 만족시키는 20 이하의 두 자연수 k, m에 대하여 $k+m$의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오.

유형 2 등차수열의 합

출제경향 | 주어진 조건으로부터 등차수열의 합을 구하거나 등차수열의 합을 이용하여 첫째항, 공차, 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건에서 첫째항과 공차를 구하고 등차수열의 합의 공식을 이용하여 문제를 해결한다.
등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 다음을 이용하여 S_n을 구한다.
(1) 첫째항이 a, 제n항(끝항)이 l일 때
$$S_n=\frac{n(a+l)}{2}$$
(2) 첫째항이 a, 공차가 d일 때
$$S_n=\frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$$

필수 유형 ❷ | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_k=-16$, $S_{k+2}=-12$를 만족시키는 자연수 k에 대하여 a_{2k}의 값을 구하시오. [4점]

04

▶ 23054-0061

첫째항이 3이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $b_n=a_{2n-1}+a_{2n}$이라 하자. 수열 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, S_5의 값은?

① 118 ② 119 ③ 120 ④ 121 ⑤ 122

05

▶ 23054-0062

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여 $S_{n+1}+S_n=3n^2-28n-14$를 만족시킬 때, a_6의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

06

▶ 23054-0063

모든 항이 양수이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$이 있다. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하고 수열 $\{b_n\}$을 $b_n=\frac{(a_{n+1})^2-(a_n)^2}{3}$이라 하자. $b_1=4$, $b_3=\frac{1}{3}S_6$일 때, a_4의 값은?

① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$

07

▶ 23054-0064

두 함수 $f(x)=\sin \pi x$, $g(x)=-x-1$이 있다. 자연수 n에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=g(x-2n)$의 그래프가 만나는 점 중 y좌표가 0이 아닌 두 점을 각각 A_n, B_n이라 하고 두 점 A_n, B_n의 x좌표를 각각 a_n, b_n $(a_n<b_n)$이라 하자. 수열 $\{c_n\}$을 $c_n=a_n+b_n$이라 하고 수열 $\{c_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $S_n>100$을 만족시키는 n의 최솟값을 구하시오.

유형 3 등비수열의 뜻과 일반항

출제경향 | 등비수열의 일반항을 이용하여 공비 또는 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건을 만족시키는 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항 a와 공비 r를 구한 후 등비수열의 일반항

$a_n=ar^{n-1}$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$

을 이용하여 문제를 해결한다.

특히 서로 다른 두 항 a_m과 a_n 사이에

$\dfrac{a_m}{a_n}=r^{m-n}$ $(a_1\neq 0, r\neq 0)$

이 성립함을 이용하면 편리할 수 있다.

필수 유형 ❸ | 2020학년도 대수능 |

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{a_{16}}{a_{14}}+\frac{a_8}{a_7}=12$$

일 때, $\dfrac{a_3}{a_1}+\dfrac{a_6}{a_3}$의 값을 구하시오. [3점]

08

▸ 23054-0065

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1=\frac{1}{9},\ \frac{a_4}{a_3}=\sqrt{6}$$

일 때, a_5의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

09

▸ 23054-0066

모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_3-a_1=4,\ a_7-a_5=36$$

일 때, a_9의 값은?

① 162 ② 163 ③ 164 ④ 165 ⑤ 166

10

▸ 23054-0067

첫째항이 자연수이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{a_1+a_2}{a_4+a_5}=\frac{1}{2},\ a_{10}\leq 40$$

을 만족시키는 모든 a_1의 값의 합은?

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

유형 4 등비수열의 합

출제경향 | 주어진 조건으로부터 등비수열의 합을 구하거나 등비수열의 합을 이용하여 공비 또는 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건에서 첫째항과 공비를 구하고 등비수열의 합의 공식을 이용하여 문제를 해결한다.
첫째항이 a, 공비가 r $(r\neq 0)$인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 다음을 이용하여 S_n을 구한다.
(1) $r=1$일 때, $S_n=na$
(2) $r\neq 1$일 때, $S_n=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$

필수 유형 4 | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$a_1=1,\ \frac{S_6}{S_3}=2a_4-7$$

일 때, a_7의 값을 구하시오. [3점]

11

▸ 23054-0068

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$a_1=3,\ S_8=10S_4$$

일 때, a_3의 값은?

① 9 ② $9\sqrt{3}$ ③ 27
④ $27\sqrt{3}$ ⑤ 81

12

▸ 23054-0069

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$이

$$\frac{a_1a_4}{a_3}=2,\ a_2+a_6=10$$

을 만족시킨다. 모든 자연수 n에 대하여 $b_n=\dfrac{a_{2n}}{2a_{n+1}}$이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제8항까지의 합은?

① $\dfrac{7}{2}(\sqrt{2}+1)$ ② $\dfrac{11}{2}(\sqrt{2}+1)$ ③ $\dfrac{15}{2}(\sqrt{2}+1)$
④ $\dfrac{19}{2}(\sqrt{2}+1)$ ⑤ $\dfrac{23}{2}(\sqrt{2}+1)$

13

▸ 23054-0070

등비수열 $\{a_n\}$의 공비는 $\sqrt[5]{3}$이다. 모든 자연수 n에 대하여

$$\begin{cases} b_n=a_n+a_{n+1} \\ c_n=a_{2n-1}+a_{2n} \end{cases}$$

이라 하자. 두 수열 $\{b_n\}$, $\{c_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 각각 S_n, T_n이라 할 때, $T_5-S_5=8$을 만족시킨다. $a_2+a_3+a_4+a_5$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

수학 I

유형 5 등차중항과 등비중항

출제경향 | 3개 이상의 수가 등차수열 또는 등비수열을 이루는 조건이 주어지는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 3개 이상의 수가 등차수열 또는 등비수열을 이루는 조건이 주어진 문제에서는 다음의 등차중항 또는 등비중항의 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) 세 수 a, b, c가 이 순서대로 등차수열을 이루면 $2b=a+c$가 성립한다.

(2) 0이 아닌 세 수 a, b, c가 이 순서대로 등비수열을 이루면 $b^2=ac$가 성립한다.

필수 유형 5 | 2020학년도 대수능 6월 모의평가 |

자연수 n에 대하여 x에 대한 이차방정식

$$x^2-nx+4(n-4)=0$$

이 서로 다른 두 실근 α, β $(\alpha<\beta)$를 갖고, 세 수 1, α, β가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, n의 값은? [3점]

① 5 ② 8 ③ 11
④ 14 ⑤ 17

14
▸ 23054-0071

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1+a_3=24,\ a_2a_4=256$$

일 때, a_5의 값은?

① 16 ② 24 ③ 32
④ 40 ⑤ 48

15
▸ 23054-0072

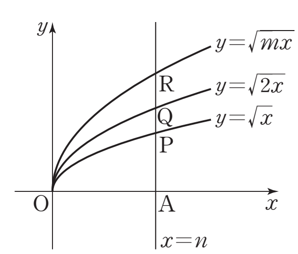
0이 아닌 두 실수 a, b가 다음 조건을 만족시킬 때, ab의 값은?

(가) 세 수 a, $a+b$, ab는 이 순서대로 등차수열을 이룬다.
(나) 세 수 a^2, ab, $2b$는 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

16
▸ 23054-0073

$m>2$, $n>0$인 두 상수 m, n에 대하여 그림과 같이 세 함수 $y=\sqrt{x}$, $y=\sqrt{2x}$, $y=\sqrt{mx}$의 그래프와 직선 $x=n$이 만나는 점을 각각 P, Q, R라 하자. 점 A$(n, 0)$에 대하여 $\overline{\mathrm{PA}}$, $\overline{\mathrm{QA}}$, $\overline{\mathrm{RA}}$가 이 순서대로 등비수열을 이루고, $\overline{\mathrm{OP}}^2$, $\overline{\mathrm{OQ}}^2+4$, $\overline{\mathrm{OR}}^2+5$가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $m+n$의 값은?
(단, O는 원점이다.)



① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

유형 6 수열의 합과 일반항 사이의 관계

출제경향 | 수열의 합과 일반항 사이의 관계를 이용하여 일반항을 구하거나 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 다음과 같은 수열의 합과 일반항 사이의 관계를 이용하여 문제를 해결한다.

$a_1=S_1$

$a_n=S_n-S_{n-1}$ (단, $n=2, 3, 4, \cdots$)

필수 유형 6 | 2021학년도 대수능 9월 모의평가 |

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여

$$S_{n+3}-S_n=13\times 3^{n-1}$$

일 때, a_4의 값을 구하시오. [4점]

17

▸ 23054-0074

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여

$$S_n=2n^2+kn$$

이고 $a_4=20$일 때, a_1의 값은? (단, k는 상수이다.)

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

18

▸ 23054-0075

첫째항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\frac{S_{10}-S_8}{S_7-S_5}=4,\ (S_2-S_1)^3=108$$

일 때, $a_2\times a_6$의 값은?

① 100 ② 121 ③ 144 ④ 169 ⑤ 196

19

▸ 23054-0076

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, S_n이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 수열 $\{S_{2n-1}\}$은 공차가 3인 등차수열이다.
(나) 수열 $\{S_{2n}\}$은 공차가 4인 등차수열이다.

$a_{11}=a_{12}$일 때, a_7의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

수학 I

유형 7 합의 기호 $\sum$의 뜻과 성질

출제경향 | 합의 기호 $\sum$의 뜻과 성질을 이용하여 수열의 합을 구하거나 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수열 $\{a_n\}$에서 합의 기호 $\sum$가 포함된 문제는 다음을 이용하여 해결한다.

(1) $\sum$의 뜻

① $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$

② $\sum_{k=m}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=1}^{m-1}a_k$ (단, $2\le m\le n$)

(2) $\sum$의 성질

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

① $\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k+\sum_{k=1}^{n}b_k$

② $\sum_{k=1}^{n}(a_k-b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=1}^{n}b_k$

③ $\sum_{k=1}^{n}ca_k=c\sum_{k=1}^{n}a_k$ (단, c는 상수)

④ $\sum_{k=1}^{n}c=cn$ (단, c는 상수)

필수 유형 ⑦ | 2023학년도 대수능 |

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{5}(3a_k+5)=55,\ \sum_{k=1}^{5}(a_k+b_k)=32$$

일 때, $\sum_{k=1}^{5}b_k$의 값을 구하시오. [3점]

20 ▸ 23054-0077

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{15}a_k=12,\ \sum_{k=1}^{15}(2a_k-b_k)=17$$

일 때, $\sum_{k=1}^{15}(b_k+1)$의 값은?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

21 ▸ 23054-0078

수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}\{ka_{k+1}-(k+1)a_k\}=70$$

이고 $a_{11}=15$일 때, $\sum_{k=1}^{10}a_k(a_k+6)-\sum_{k=1}^{10}(a_k+2)^2$의 값은?

① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

22 ▸ 23054-0079

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n+b_n=2$$

를 만족시키고,

$$\sum_{k=1}^{10}\{(a_k)^2-(b_k)^2\}=310$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}(2a_k-4b_k)$의 값은?

① 415 ② 425 ③ 435 ④ 445 ⑤ 455

유형 8 자연수의 거듭제곱의 합

출제경향 | 자연수의 거듭제곱의 합을 나타내는 $\sum$의 공식을 이용하여 식의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 자연수의 거듭제곱의 합을 나타내는 $\sum$의 공식을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) $\sum_{k=1}^{n} k=\frac{n(n+1)}{2}$

(2) $\sum_{k=1}^{n} k^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(3) $\sum_{k=1}^{n} k^3=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

필수 유형 8 | 2020학년도 대수능 |

자연수 n에 대하여 다항식 $2x^2-3x+1$을 $x-n$으로 나누었을 때의 나머지를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{7}(a_n-n^2+n)$의 값을 구하시오.

[3점]

23

▶ 23054-0080

$\sum_{k=1}^{10} k(k^2+16)-\sum_{k=1}^{10} k^2(k+2)$의 값은?

① 102 ② 106 ③ 110 ④ 114 ⑤ 118

24

▶ 23054-0081

$\sum_{k=1}^{20}\left(\frac{1}{3}k+a\right)=\sum_{k=1}^{12} k^2$일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

25

▶ 23054-0082

자연수 n에 대하여 x에 대한 이차방정식

$$nx^2-(n^2-12n)x-8=0$$

의 두 근의 합을 a_n, 두 근의 곱을 b_n이라 할 때, $\sum_{k=1}^{15}\frac{a_k}{b_k}$의 값은?

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

26

▶ 23054-0083

자연수 n에 대하여 x에 대한 부등식

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2n}\geq\left(\frac{1}{2}\right)^{-x-8}$$

을 만족시키는 자연수 x의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$의 값은?

① 128 ② 136 ③ 144 ④ 152 ⑤ 160

유형 9 여러 가지 수열의 합

출제경향 | 수열의 일반항을 소거되는 꼴로 변형하여 수열의 합을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수열의 일반항을 소거되는 꼴로 변형할 때에는 다음을 이용하여 해결한다.

(1) 일반항이 분수 꼴이고 분모가 서로 다른 두 일차식의 곱이면 다음과 같이 변형하여 문제를 해결한다.

① $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+a)}=\frac{1}{a}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+a}\right)$ (단, $a\neq0$)

② $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(k+a)(k+b)}=\frac{1}{b-a}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k+a}-\frac{1}{k+b}\right)$ (단, $a\neq b$)

(2) 일반항의 분모가 근호가 있는 두 식의 합이면 다음과 같이 변형하여 문제를 해결한다.

① $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k+a}+\sqrt{k}}=\frac{1}{a}\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+a}-\sqrt{k})$ (단, $a\neq0$)

② $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k+a}+\sqrt{k+b}}=\frac{1}{a-b}\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+a}-\sqrt{k+b})$ (단, $a\neq b$)

필수 유형 9 | 2023학년도 대수능 |

모든 항이 양수이고 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$이

$$\sum_{k=1}^{15}\frac{1}{\sqrt{a_k}+\sqrt{a_{k+1}}}=2$$

를 만족시킬 때, a_4의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

27

▸ 23054-0084

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1=1,\ a_4=a_2+8$$

일 때, $\sum_{k=1}^{15}\frac{1}{a_k a_{k+1}}$의 값은?

① $\frac{12}{61}$ ② $\frac{15}{61}$ ③ $\frac{18}{61}$ ④ $\frac{21}{61}$ ⑤ $\frac{24}{61}$

28

▸ 23054-0085

공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\sum_{k=1}^{10}\frac{a_k}{S_{k+1}S_k}=p$$

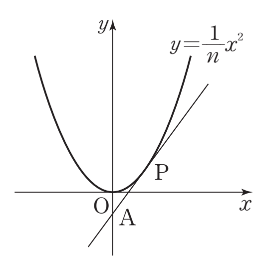
일 때, $\log_2(2^{11}-1)+\log_2(1-pa_1)$의 값은? (단, $a_1\neq0$)

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

29

▸ 23054-0086

그림과 같이 자연수 n에 대하여 점 $\mathrm{A}(0, -1)$에서 함수 $y=\frac{1}{n}x^2$의 그래프에 그은 기울기가 양수인 접선의 접점을 $\mathrm{P}(x_n, y_n)$이라 할 때, $\sum_{n=1}^{15}\frac{y_n}{x_n+x_{n+1}}$의 값은?



① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

유형 10 수열의 귀납적 정의

출제경향 | 처음 몇 개의 항의 값과 이웃하는 항들 사이의 관계식으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에서 특정한 항의 값을 구하는 문제, 귀납적으로 정의된 등차수열 또는 등비수열에 대한 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 첫째항 a_1의 값과 이웃하는 항들 사이의 관계식에서 n 대신 1, 2, 3, …을 차례로 대입하거나 귀납적으로 정의된 등차수열 또는 등비수열에 대한 문제를 해결한다.

(1) 등차수열과 수열의 귀납적 정의
모든 자연수 n에 대하여
① $a_{n+1}-a_n=d$ (d는 상수)를 만족시키는 수열 $\{a_n\}$은 공차가 d인 등차수열이다.
② $2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$를 만족시키는 수열 $\{a_n\}$은 등차수열이다.

(2) 등비수열과 수열의 귀납적 정의
모든 자연수 n에 대하여
① $a_{n+1}=ra_n$ (r는 상수)를 만족시키는 수열 $\{a_n\}$은 공비가 r인 등비수열이다. (단, $a_n\neq 0$)
② $(a_{n+1})^2=a_na_{n+2}$를 만족시키는 수열 $\{a_n\}$은 등비수열이다.

필수 유형 ⑩ | 2021학년도 대수능 9월 모의평가 |

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=12$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}+a_n=(-1)^{n+1}\times n$$

을 만족시킨다. $a_k>a_1$인 자연수 k의 최솟값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

30 ▸ 23054-0087

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_7의 값을 구하시오.

(가) $2a_2+4a_3=3$
(나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_n=-\frac{1}{2}a_{n+1}$이다.

31 ▸ 23054-0088

모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=2$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\log_2 a_n\times\log_2 a_{n+1}=2n-1$$

을 만족시킬 때, $\log_2\frac{a_5}{a_2}$의 값은?

① 2 ② $\frac{12}{5}$ ③ $\frac{14}{5}$ ④ $\frac{16}{5}$ ⑤ $\frac{18}{5}$

32 ▸ 23054-0089

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $\frac{a_1\times a_2}{4}$의 값을 구하시오.

(가) 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}=a_n+4$이다.
(나) $\sum_{k=1}^{10}a_k=a_1+a_2$

유형 11 다양한 수열의 규칙성 찾기

출제경향 | 주어진 조건을 만족시키는 몇 개의 항을 나열하여 수열의 규칙을 찾는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건을 만족시키는 몇 개의 항을 구하여 규칙을 찾아 문제를 해결한다.

필수 유형 11 | 2023학년도 대수능 |

모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_9의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값은? [4점]

(가) $a_7=40$

(나) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases} a_{n+1}+a_n & (a_{n+1}\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3}a_{n+1} & (a_{n+1}\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

① 216 ② 218 ③ 220 ④ 222 ⑤ 224

33

▸ 23054-0090

첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} 2a_n & (a_n<10) \\ a_n-10 & (a_n\geq 10) \end{cases}$$

일 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$의 값은?

① 103 ② 114 ③ 125 ④ 136 ⑤ 147

34

▸ 23054-0091

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n+a_{n+1}=\frac{1}{2}n+2$$

를 만족시킨다. $a_{25}=20$일 때, a_1의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

35

▸ 23054-0092

모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} 6a_n & (a_n\text{이 홀수}) \\ \frac{1}{2}a_n+1 & (a_n\text{이 짝수}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_3=4$이고 $a_2>a_1$일 때, $a_k<a_2$를 만족시키는 20 이하의 자연수 k의 개수는?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

유형 12 수학적 귀납법

출제경향 | 수학적 귀납법을 이용하여 명제를 증명하는 과정에서 빈칸에 알맞은 식이나 수를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 명제를 수학적 귀납법으로 증명하는 과정의 앞뒤 관계를 파악하여 빈칸에 알맞은 식이나 수를 구한다.

필수 유형 ⑫ | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n=(2^{2n}-1)\times 2^{n(n-1)}+(n-1)\times 2^{-n}$$

이다. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k=2^{n(n+1)}-(n+1)\times 2^{-n} \quad \cdots\cdots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$일 때, (좌변)$=3$, (우변)$=3$이므로 $(*)$이 성립한다.

(ii) $n=m$일 때, $(*)$이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{m} a_k=2^{m(m+1)}-(m+1)\times 2^{-m}$$

이다. $n=m+1$일 때,

$$\sum_{k=1}^{m+1} a_k=2^{m(m+1)}-(m+1)\times 2^{-m}+(2^{2m+2}-1)\times \boxed{\text{(가)}}+m\times 2^{-m-1}$$

$$=\boxed{\text{(가)}}\times\boxed{\text{(나)}}-\frac{m+2}{2}\times 2^{-m}$$

$$=2^{(m+1)(m+2)}-(m+2)\times 2^{-(m+1)}$$

이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k=2^{n(n+1)}-(n+1)\times 2^{-n}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $\dfrac{g(7)}{f(3)}$의 값은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 8
④ 16 ⑤ 32

36

▶ 23054-0093

다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\frac{1\times 2^2}{2n^2-1}+\frac{5\times 4^2}{2n^2-1}+\frac{9\times 6^2}{2n^2-1}+\cdots+\frac{(4n-3)\times(2n)^2}{2n^2-1}$$
$$=2n(n+1) \quad \cdots\cdots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$일 때,

(좌변)$=4$, (우변)$=4$이므로 $(*)$이 성립한다.

(ii) $n=k$일 때, $(*)$이 성립한다고 가정하면

$$\frac{1\times 2^2}{2k^2-1}+\frac{5\times 4^2}{2k^2-1}+\frac{9\times 6^2}{2k^2-1}+\cdots+\frac{(4k-3)\times(2k)^2}{2k^2-1}$$
$$=2k(k+1)$$

이다. 이때

$$1\times 2^2+5\times 4^2+9\times 6^2+\cdots+(4k-3)\times(2k)^2+(4k+1)\times(2k+2)^2$$

$$=\boxed{\text{(가)}}+(4k+1)\times(2k+2)^2$$

$$=2(k+1)\times(k+2)\times\{2\times(\boxed{\text{(나)}})+1\}$$

이므로

$$\frac{1\times 2^2}{2(k+1)^2-1}+\frac{5\times 4^2}{2(k+1)^2-1}+\frac{9\times 6^2}{2(k+1)^2-1}+\cdots+\frac{(4k+1)\times\{2(k+1)\}^2}{2(k+1)^2-1}$$

$$=2(k+1)(k+2)$$

이다. 따라서 $n=k+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여

$$\frac{1\times 2^2}{2n^2-1}+\frac{5\times 4^2}{2n^2-1}+\frac{9\times 6^2}{2n^2-1}+\cdots+\frac{(4n-3)\times(2n)^2}{2n^2-1}$$
$$=2n(n+1)$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$라 할 때, $\dfrac{f(5)}{g(3)}$의 값은?

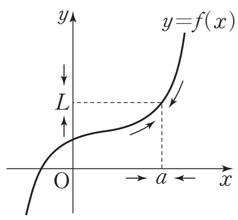
① 194 ② 196 ③ 198
④ 200 ⑤ 202

수학 I

04 함수의 극한과 연속

1 함수의 수렴과 발산

(1) 함수의 수렴



① 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a가 아니면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$는 L에 수렴한다고 한다. 이때 L을 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 극한값 또는 극한이라고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x\to a} f(x)=L$ 또는 $x\to a$일 때 $f(x)\to L$

② 함수 $f(x)$에서 x의 값이 한없이 커질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$는 L에 수렴한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x\to\infty} f(x)=L$ 또는 $x\to\infty$일 때 $f(x)\to L$

③ 함수 $f(x)$에서 x의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$는 L에 수렴한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=L$ 또는 $x\to-\infty$일 때 $f(x)\to L$

(2) 함수의 발산

① 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a가 아니면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 한없이 커지면 함수 $f(x)$는 양의 무한대로 발산한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x\to a} f(x)=\infty$ 또는 $x\to a$일 때 $f(x)\to\infty$

또 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a가 아니면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지면 함수 $f(x)$는 음의 무한대로 발산한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x\to a} f(x)=-\infty$ 또는 $x\to a$일 때 $f(x)\to-\infty$

② 함수 $f(x)$에서 x의 값이 한없이 커지거나 x의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, 함수 $f(x)$가 양의 무한대나 음의 무한대로 발산하면 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$, $\lim_{x\to\infty} f(x)=-\infty$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\infty$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

2 함수의 좌극한과 우극한

(1) 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a보다 작으면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 L을 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 좌극한이라고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x\to a-} f(x)=L$ 또는 $x\to a-$일 때 $f(x)\to L$

또 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a보다 크면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 L을 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 우극한이라고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x\to a+} f(x)=L$ 또는 $x\to a+$일 때 $f(x)\to L$

(2) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서의 좌극한 $\lim_{x\to a-} f(x)$와 우극한 $\lim_{x\to a+} f(x)$가 모두 존재하고 그 값이 서로 같으면 극한값 $\lim_{x\to a} f(x)$가 존재한다. 또한 그 역도 성립한다. 즉, $\lim_{x\to a-} f(x)=\lim_{x\to a+} f(x)=L \Longleftrightarrow \lim_{x\to a} f(x)=L$ (단, L은 실수)

3 함수의 극한에 대한 성질

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$, $\lim_{x\to a} g(x)=\beta$ (α, β는 실수)일 때

(1) $\lim_{x\to a}\{cf(x)\}=c\lim_{x\to a} f(x)=c\alpha$ (단, c는 상수)

(2) $\lim_{x\to a}\{f(x)+g(x)\}=\lim_{x\to a} f(x)+\lim_{x\to a} g(x)=\alpha+\beta$

(3) $\lim_{x\to a}\{f(x)-g(x)\}=\lim_{x\to a} f(x)-\lim_{x\to a} g(x)=\alpha-\beta$

(4) $\lim_{x\to a}\{f(x)g(x)\}=\lim_{x\to a} f(x)\times\lim_{x\to a} g(x)=\alpha\beta$

(5) $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}=\dfrac{\alpha}{\beta}$ (단, $\beta\neq 0$)

4 미정계수의 결정

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 다음 성질을 이용하여 미정계수를 결정할 수 있다.

(1) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\alpha$ (α는 실수)이고 $\lim\limits_{x\to a}g(x)=0$이면 $\lim\limits_{x\to a}f(x)=0$이다.

(2) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\alpha$ ($\alpha\neq 0$인 실수)이고 $\lim\limits_{x\to a}f(x)=0$이면 $\lim\limits_{x\to a}g(x)=0$이다.

5 함수의 극한의 대소 관계

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim\limits_{x\to a}f(x)=\alpha$, $\lim\limits_{x\to a}g(x)=\beta$ (α, β는 실수)일 때, a에 가까운 모든 실수 x에 대하여

(1) $f(x)\leq g(x)$이면 $\alpha\leq\beta$이다.

(2) 함수 $h(x)$에 대하여 $f(x)\leq h(x)\leq g(x)$이고 $\alpha=\beta$이면 $\lim\limits_{x\to a}h(x)=\alpha$이다.

6 함수의 연속

(1) 함수 $f(x)$가

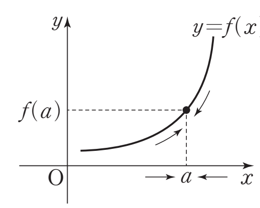
(i) $x=a$에서 정의되어 있고

(ii) $\lim\limits_{x\to a}f(x)$가 존재하며

(iii) $\lim\limits_{x\to a}f(x)=f(a)$

일 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이라고 한다.

또 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이 아닐 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 불연속이라고 한다.



(2) 함수 $f(x)$가 열린구간 (a, b)의 모든 실수에 대하여 연속일 때, 함수 $f(x)$는 열린구간 (a, b)에서 연속 또는 연속함수라고 한다.

한편, 함수 $f(x)$가 다음 두 조건을 모두 만족시킬 때, 함수 $f(x)$는 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이라고 한다.

(i) 함수 $f(x)$가 열린구간 (a, b)에서 연속이다.

(ii) $\lim\limits_{x\to a+}f(x)=f(a)$, $\lim\limits_{x\to b-}f(x)=f(b)$

7 연속함수의 성질

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $x=a$에서 연속이면 다음 함수도 $x=a$에서 연속이다.

(1) $cf(x)$ (단, c는 상수)

(2) $f(x)+g(x)$, $f(x)-g(x)$

(3) $f(x)g(x)$

(4) $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ (단, $g(a)\neq 0$)

8 최대 · 최소 정리

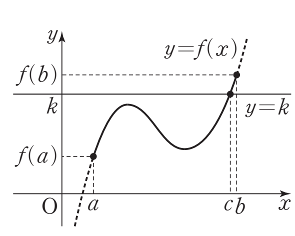
함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이면 함수 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.

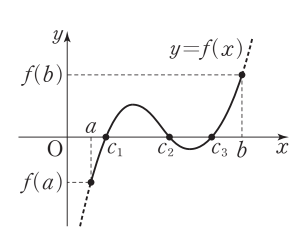
9 사잇값의 정리

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a)\neq f(b)$이면 $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k에 대하여 $f(c)=k$인 c가 열린구간 (a, b)에 적어도 하나 존재한다.

참고 사잇값의 정리에 의하여 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a)$와 $f(b)$의 부호가 서로 다르면 $f(c)=0$인 c가 열린구간 (a, b)에 적어도 하나 존재한다.

즉, 방정식 $f(x)=0$은 열린구간 (a, b)에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.





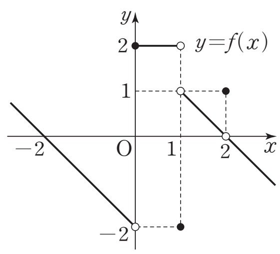
유형 1 함수의 좌극한과 우극한

출제경향 | 함수의 식과 그래프에서 좌극한과 우극한, 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 정의역의 범위에 따라 다르게 정의된 함수 또는 그래프에서 좌극한과 우극한, 극한값을 구하는 과정을 이해하여 해결한다.

필수 유형 1 | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to 0-} f(x)+\lim_{x\to 1+} f(x)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

01

▸ 23054-0094

함수 $f(x)=\begin{cases} x+2 & (x\le 1) \\ \frac{1}{2}(x-1)^2-2 & (x>1) \end{cases}$에 대하여

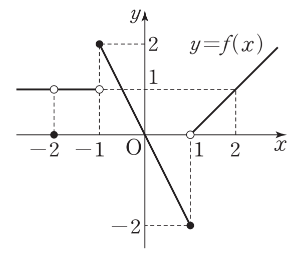
$\lim_{x\to 1-} f(x)+\lim_{x\to 1+} f(x)$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

02

▸ 23054-0095

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to -1+} \{f(x)-2\}+\lim_{x\to 2-} f(x-1)$의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1
④ 0 ⑤ 1

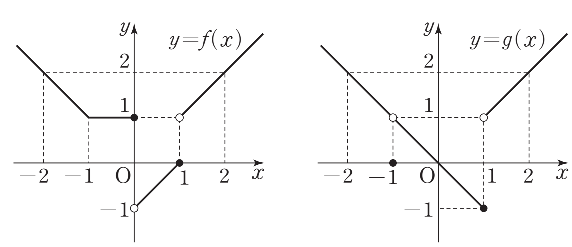
03

▸ 23054-0096

두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같다.

$$\lim_{x\to 1-} f(x)+\lim_{x\to 1+} g(x)=f(k)+\lim_{x\to -1} g(x)$$

를 만족시키는 상수 k의 값은? (단, $-2\le k\le 2$)



① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

유형 2 함수의 극한값의 계산

출제경향 | $\frac{0}{0}$ 꼴, $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴, $\infty-\infty$ 꼴의 함수의 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) $\frac{0}{0}$ 꼴의 유리식은 분모, 분자를 각각 인수분해하고 약분한 다음 극한값을 구한다.
(2) $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 유리식은 분모의 최고차항으로 분모, 분자를 나눈 다음 극한값을 구한다.
(3) $\infty-\infty$ 꼴의 무리식은 분모 또는 분자의 무리식을 유리화한 다음 극한값을 구한다.

필수 유형 ❷ | 2021학년도 대수능 9월 모의평가 |

$\lim_{x\to-1}\frac{x^2+9x+8}{x+1}$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

04

▸ 23054-0097

$\lim_{x\to0}\frac{10x-x^2}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

05

▸ 23054-0098

$\lim_{x\to\infty}\frac{x(2x+3)}{3x^2+2x+1}$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

06

▸ 23054-0099

$\lim_{x\to\infty}\{\sqrt{x(x+k)}-x\}=2$일 때, 상수 k의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

07

▸ 23054-0100

모든 양의 실수 x에 대하여 함수 $f(x)$가

$$\frac{x^2-2}{6x}\le f(x)\le\frac{x^2+2}{6x}$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x\to\infty}\frac{2f(x)}{x}$의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

유형 3 함수의 극한에 대한 성질

출제경향 | 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 문제를 해결한다.
즉, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여
$\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$, $\lim_{x\to a} g(x)=\beta$ (α, β는 실수)일 때

(1) $\lim_{x\to a}\{cf(x)\}=c\alpha$ (단, c는 상수)

(2) $\lim_{x\to a}\{f(x)+g(x)\}=\alpha+\beta$

$\lim_{x\to a}\{f(x)-g(x)\}=\alpha-\beta$

(3) $\lim_{x\to a}\{f(x)g(x)\}=\alpha\beta$

(4) $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\alpha}{\beta}$ (단, $\beta\neq 0$)

필수 유형 ③ | 2018학년도 대수능 |

함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to 1}(x+1)f(x)=1$을 만족시킬 때, $\lim_{x\to 1}(2x^2+1)f(x)=a$이다. $20a$의 값을 구하시오. [3점]

08

▸ 23054-0101

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x\to 0} f(x)=2,\ \lim_{x\to 0}\{f(x)g(x)-2f(x)\}=6$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x\to 0} g(x)$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

09

▸ 23054-0102

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x^2-1}=\frac{3}{2}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{xf(x)}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

10

▸ 23054-0103

일차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 0} f(x)=2,\ \lim_{x\to 1}\frac{3(x^2-1)}{(x-1)f(x)}=2$$

를 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

11

▸ 23054-0104

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to 1-} f(x)+\lim_{x\to 1+} 2f(x)=6$

(나) $\lim_{x\to 1}\{f(x)g(x)+2xf(x)\}=10$

$\lim_{x\to 1}\{3f(x)+2g(x)\}$의 값을 구하시오.

유형 4 극한을 이용한 미정계수 또는 함수의 결정

출제경향 | 함수의 극한에 대한 조건이 주어질 때, 미정계수를 구하거나 다항함수 또는 함숫값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$ (α는 실수)일 때

(1) $\lim_{x \to a} g(x) = 0$이면 $\lim_{x \to a} f(x) = 0$

(2) $\alpha \neq 0$이고 $\lim_{x \to a} f(x) = 0$이면 $\lim_{x \to a} g(x) = 0$

필수 유형 ❹ | 2018학년도 대수능 9월 모의평가 |

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2$

(나) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = 3$

$f(2)$의 값은? [3점]

① 11 ② 14 ③ 17
④ 20 ⑤ 23

12

▸ 23054-0105

두 상수 a, b에 대하여

$\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x+a}-b}{x^2-4} = \frac{1}{16}$일 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

13

▸ 23054-0106

다항함수 $y=f(x)$의 그래프가 점 $(1, 4)$를 지나고

$\lim_{x \to 1} \frac{(x-1)f(x)}{(x+a)(x+b)} = \frac{1}{4}$이 성립한다. $a+b$의 값을 구하시오.

(단, a, b는 상수이다.)

14

▸ 23054-0107

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)-ax^2}{x+1} = 4$

(나) $\lim_{x \to -2} \frac{f(x)}{x+2} = 4$

$f(1)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

유형 5 함수의 극한의 활용

출제경향 | 주어진 조건을 활용하여 좌표평면에서 교점의 개수, 선분의 길이, 도형의 넓이 등을 함수로 나타내고 그 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

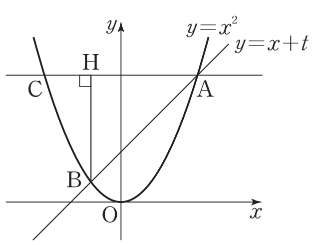
출제유형잡기 | 함수의 그래프의 개형, 도형의 성질 등을 활용하여 교점의 개수, 선분의 길이, 도형의 넓이 등을 한 문자에 대한 함수로 나타내고, 함수의 극한의 뜻, 좌극한과 우극한의 뜻, 함수의 극한에 대한 기본 성질을 이용하여 극한값을 구한다.

필수 유형 5 | 2023학년도 대수능 9월 모의평가 |

실수 t $(t>0)$에 대하여 직선 $y=x+t$와 곡선 $y=x^2$이 만나는 두 점을 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=x^2$과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C, 점 B에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\lim_{t \to 0+} \frac{\overline{AH}-\overline{CH}}{t}$의 값은?

(단, 점 A의 x좌표는 양수이다.) [4점]

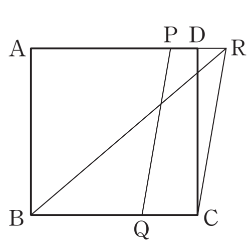
① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5



15

▸ 23054-0108

그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD의 변 AD 위에 $\overline{PD}=t$ $(0<t<1)$인 점 P가 있다. 선분 BC를 $2:1$로 내분하는 점을 Q라 하고 점 C를 지나고 직선 PQ와 평행한 직선이 직선 AD와 만나는 점을 R라 하자. $\lim_{t \to 0+} \frac{\overline{PD}}{5-\overline{BR}}$의 값은?

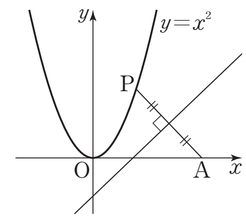


① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

16

▸ 23054-0109

그림과 같이 $t \neq 4$인 양의 실수 t에 대하여 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $P(t, t^2)$과 x축 위의 점 $A(4, 0)$이 있다. 선분 PA의 수직이등분선의 x절편을 $f(t)$라 할 때, $\lim_{t \to \infty} \frac{f(t)}{t^3}$의 값은?

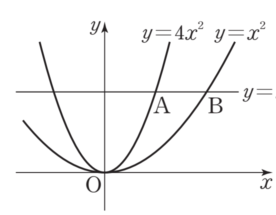


① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

17

▸ 23054-0110

그림과 같이 양의 실수 t에 대하여 두 함수 $y=4x^2$, $y=x^2$의 그래프가 직선 $y=t$와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 원점 O에 대하여 선분 OA의 길이를 $f(t)$, 선분 OB의 길이를 $g(t)$라 할 때, $\lim_{t \to \infty}\{g(t)-f(t)\}$의 값은?



① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

18

▸ 23054-0111

3보다 큰 실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 두 함수 $y=\frac{3x+4}{x-2}$, $y=\frac{3x-8}{x-2}$의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 원점 O에 대하여 삼각형 OAB의 넓이를 $f(t)$라 할 때, $\lim_{t \to 3+}(t^2-4t+3)f(t)$의 값은?

① 24　② 28　③ 32
④ 36　⑤ 40

19

▸ 23054-0112

정의역이 $\{x|x\ge 0\}$인 함수 $y=f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $0\le x<2$일 때, $f(x)=|x-1|$이다.
> (나) $x\ge 0$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2)=f(x)$이다.

양의 실수 t에 대하여 직선 $y=\frac{x}{t}$가 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하자.
$\lim_{t \to 4-} g(t)+g(6)+\lim_{t \to 8+} g(t)$의 값을 구하시오.

유형 6 함수의 연속

출제경향 | 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이기 위한 조건을 이용하여 함수의 미정계수를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수 $f(x)$가 실수 a에 대하여 다음 세 조건을 만족시키면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이다.
(i) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 정의되어 있다.
(ii) $\lim_{x \to a} f(x)$가 존재한다.
(iii) $\lim_{x \to a} f(x)=f(a)$
그러므로 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 연속성은

$$\lim_{x \to a-} f(x),\ \lim_{x \to a+} f(x),\ f(a)$$

의 세 값을 비교하여 결정한다.

필수 유형 6　| 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} x+a & (x<-1) \\ x & (-1\le x<3) \\ bx-2 & (x\ge 3) \end{cases}$$

이다. 함수 $|f(x)|$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① $\frac{7}{3}$　② $\frac{8}{3}$　③ 3
④ $\frac{10}{3}$　⑤ $\frac{11}{3}$

20

▸ 23054-0113

상수 a에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} x-a & (x<2) \\ ax+3 & (x\ge 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(1)+f(3)$의 값은?

① $\frac{7}{3}$　② $\frac{8}{3}$　③ 3
④ $\frac{10}{3}$　⑤ $\frac{11}{3}$

21

▸ 23054-0114

함수

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} & (x\neq 1) \\ a & (x=1) \end{cases}$$

이 $x=1$에서 연속일 때, 상수 a의 값은?

① $\dfrac{1}{4}$ ② $\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{3}{4}$
④ 1 ⑤ $\dfrac{5}{4}$

22

▸ 23054-0115

이차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 두 상수 a, b에 대하여 함수 $g(x)$가 다음과 같다.

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+x+a}{x^2-x} & (x<0) \\ x+b & (0\leq x<2) \\ f(x) & (x\geq 2) \end{cases}$$

함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이고 $x\geq 2$에서 함수 $f(x)$의 최솟값이 0일 때, 닫힌구간 $[-5,\ 5]$에서 함수 $g(x)$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

23

▸ 23054-0116

이차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{2} & (x<1) \\ \dfrac{1}{f(x)} & (1\leq x\leq 3) \\ \dfrac{1}{6} & (x>3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이다. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표를 $(0,\ k)$라 할 때, 자연수 k의 최댓값을 구하시오.

24

▸ 23054-0117

정의역이 $\{x\,|\,x\geq 0\}$인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0\leq x<3$일 때, $f(x)=(x-1)^2$이다.
(나) 3 이상의 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x-3)+3$이다.

$t\neq 1$인 실수 t에 대하여 직선 $y=tx+1$이 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $g(0)=2$
ㄴ. $\lim\limits_{t\to 1+} g(t)=\infty$
ㄷ. 함수 $g(t)$가 $t=a$에서 불연속인 실수 a의 값을 작은 것부터 순서대로 나열한 것이 a_1, a_2, a_3, $\cdots$일 때, $a_3=-14+6\sqrt{6}$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 7 연속함수의 성질과 사잇값의 정리

출제경향 | 연속 또는 불연속인 함수들의 합, 차, 곱 또는 몫으로 만들어진 함수의 연속성을 묻는 문제와 연속함수에서 사잇값의 정리를 이용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $x=a$에서 연속이면 함수 $cf(x)$, $f(x)+g(x)$, $f(x)-g(x)$, $f(x)g(x)$, $\frac{f(x)}{g(x)}$도 $x=a$에서 연속임을 이용한다. (단, c는 상수, $g(a)\neq0$)

(2) 사잇값의 정리를 이용하면 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a)f(b)<0$이면 방정식 $f(x)=0$은 열린구간 (a, b)에서 적어도 하나의 실근을 갖는다는 것을 알 수 있다.

필수 유형 7 | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수

$$f(x)=\begin{cases} -2x+6 & (x<a) \\ 2x-a & (x\geq a) \end{cases}$$

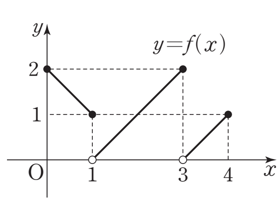
에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a의 값의 합은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

25

▸ 23054-0118

닫힌구간 $[0, 4]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



이차함수 $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)=f(x)g(x)$가 닫힌구간 $[0, 4]$에서 연속이고 $h(0)-h(4)=-6$일 때, 함수 $g(x)$는 $x=k$에서 최댓값 M을 갖는다. $k+M$의 값은? (단, k는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26

▸ 23054-0119

두 함수 $f(x)=x^2-x-2$, $g(x)=x-|3x|+4$에 대하여 함수

$$h(x)=\begin{cases} \frac{f(x)}{g(x)} & (x\neq-1,\ x\neq2) \\ a & (x=-1) \\ b & (x=2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a\times b$의 값은?

① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{7}{8}$ ③ 1 ④ $\frac{9}{8}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

27

▸ 23054-0120

두 함수 $f(x)=x^5+x^4+3x^3-1$, $g(x)=x^4+2x^3-x+k$에 대하여 방정식 $f(x)-g(x)=0$은 실수 k의 값에 관계없이 오직 하나의 실근을 갖는다. 이 실근이 열린구간 $(1, 2)$에 속하도록 하는 정수 k의 개수를 구하시오.

수학 II

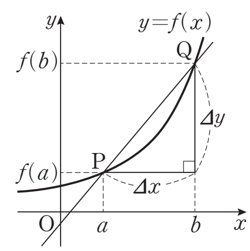
05 다항함수의 미분법

1 평균변화율

(1) 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 b까지 변할 때, 함수 $y=f(x)$의 평균변화율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x} \text{ (단, } \Delta x=b-a\text{)}$$

(2) 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 b까지 변할 때의 함수 $y=f(x)$의 평균변화율은 곡선 $y=f(x)$ 위의 두 점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$, $\mathrm{Q}(b,\ f(b))$를 지나는 직선 PQ의 기울기를 나타낸다.

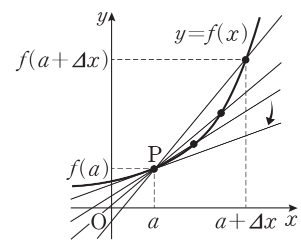


2 미분계수

(1) 함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$는

$$f'(a)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

(2) 함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$는 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$에서의 접선의 기울기를 나타낸다.

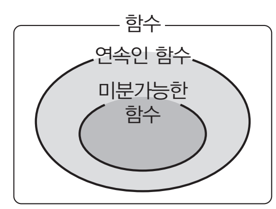


3 미분가능과 연속

(1) 함수 $f(x)$에 대하여 $x=a$에서 미분계수 $f'(a)$가 존재할 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하다고 한다.

(2) 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에서 미분가능할 때, 함수 $f(x)$는 그 구간에서 미분가능하다고 한다. 또한 함수 $f(x)$를 그 구간에서 미분가능한 함수라고 한다.

(3) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이다. 그러나 일반적으로 그 역은 성립하지 않는다.



4 도함수

(1) 미분가능한 함수 $y=f(x)$의 정의역에 속하는 모든 x에 대하여 각각의 미분계수 $f'(x)$를 대응시키는 함수를 함수 $y=f(x)$의 도함수라 하고, 이것을 기호로 $f'(x)$, y', $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d}{dx}f(x)$와 같이 나타낸다.

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

(2) 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$를 구하는 것을 함수 $f(x)$를 x에 대하여 미분한다고 하고, 그 계산법을 미분법이라고 한다.

5 미분법의 공식

(1) 함수 $y=x^n$ (n은 양의 정수)와 상수함수의 도함수

① $y=x^n$ (n은 양의 정수)이면 $y'=nx^{n-1}$

② $y=c$ (c는 상수)이면 $y'=0$

(2) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때

① $\{cf(x)\}'=cf'(x)$ (단, c는 상수)

② $\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)$

③ $\{f(x)-g(x)\}'=f'(x)-g'(x)$

④ $\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

6 접선의 방정식

함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

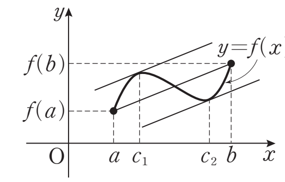
7 평균값 정리

(1) 롤의 정리

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 열린구간 (a, b)에서 미분가능할 때, $f(a)=f(b)$이면 $f'(c)=0$인 c가 a와 b 사이에 적어도 하나 존재한다.

(2) 평균값 정리

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 열린구간 (a, b)에서 미분가능하면 $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$인 c가 a와 b 사이에 적어도 하나 존재한다.



8 함수의 증가와 감소

(1) 함수 $f(x)$가 어떤 구간에 속하는 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여

① $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)<f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다고 한다.

② $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)>f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다고 한다.

(2) 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에서 미분가능할 때, 그 구간에 속하는 모든 x에 대하여

① $f'(x)>0$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다.

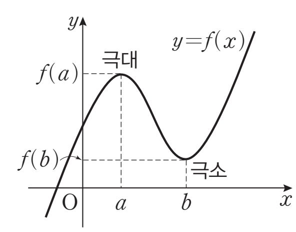
② $f'(x)<0$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다.

9 함수의 극대와 극소

(1) 함수의 극대와 극소

① 함수 $f(x)$가 $x=a$를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x)\le f(a)$를 만족시키면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대라고 하며, 함숫값 $f(a)$를 극댓값이라고 한다.

② 함수 $f(x)$가 $x=b$를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x)\ge f(b)$를 만족시키면 함수 $f(x)$는 $x=b$에서 극소라고 하며, 함숫값 $f(b)$를 극솟값이라고 한다.



(2) 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$일 때, $x=a$의 좌우에서 $f'(x)$의 부호가

① 양에서 음으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이다.

② 음에서 양으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

10 함수의 최대와 최소

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 이 구간에서 극값을 가지면 함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값, $f(a)$, $f(b)$ 중에서 가장 큰 값이 함수 $f(x)$의 최댓값이고, 가장 작은 값이 함수 $f(x)$의 최솟값이다.

11 방정식에의 활용

방정식 $f(x)=0$의 실근은 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축이 만나는 점의 x좌표와 같다. 따라서 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축이 만나는 점의 개수와 같다.

12 부등식에의 활용

어떤 구간에서 부등식 $f(x)\ge 0$이 성립함을 보이려면 주어진 구간에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 구하여 ($f(x)$의 최솟값)≥ 0임을 보인다.

13 속도와 가속도

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치가 $x=f(t)$일 때, 점 P의 시각 t에서의 속도 v와 가속도 a는

(1) $v=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\dfrac{dx}{dt}=f'(t)$

(2) $a=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=\dfrac{dv}{dt}$

05 다항함수의 미분법

유형 1 평균변화율과 미분계수

출제경향 | 평균변화율과 미분계수의 정의를 이해하고 있는지를 묻는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 b까지 변할 때, 함수 $y=f(x)$의 평균변화율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

(2) 함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수는

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

필수 유형 ① | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

함수 $f(x)=x^3-6x^2+5x$에서 x의 값이 0에서 4까지 변할 때의 평균변화율과 $f'(a)$의 값이 같게 되도록 하는 $0<a<4$인 모든 실수 a의 값의 곱은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

01

▸ 23054-0121

다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-1}{x-2}=5$를 만족시킨다. 함수 $f(x)$에서 x의 값이 2에서 4까지 변할 때의 평균변화율이 $\frac{1}{2}f'(2)$의 값과 같을 때, $f(4)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

02

▸ 23054-0122

다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(3)=2$이고

$$\lim_{h\to 0}\frac{\{f(3+h)\}^2-\{f(3)\}^2}{2h}=16$$

일 때, $f'(3)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

03

▸ 23054-0123

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)+3}{x-1}=4,\ \lim_{x\to 1}\frac{f(x)+g(x)}{x-1}=10$$

을 만족시킨다. $g(1)+g'(1)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

유형 2 미분가능과 연속

출제경향 | 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 미분가능성과 연속성의 관계를 이용하여 해결하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때,

$$\lim_{x\to a-}f(x)=\lim_{x\to a+}f(x)=f(a)$$

$$\lim_{h\to 0-}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{h\to 0+}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

가 성립함을 이용한다.

필수 유형 ❷ | 2018학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2+ax+b & (x\le -2) \\ 2x & (x>-2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$의 값은?

(단, a와 b는 상수이다.) [4점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

04

▸ 23054-0124

함수

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+x-3 & (x<-1) \\ bx+1 & (x\ge -1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $f(2)-f(-2)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 32 ② 34 ③ 36
④ 38 ⑤ 40

05

▸ 23054-0125

함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & (x<0) \\ 1-x^3 & (0\le x<1) \\ 3-3x & (x\ge 1) \end{cases}$$

일 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $\lim_{x\to 0-}\frac{f(x)+1}{x}=0$

ㄴ. 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 미분가능하다.

ㄷ. 함수 $|f(x)|$는 $x=1$에서 미분가능하다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

06

▸ 23054-0126

함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0\le x\le k$일 때, $f(x)=x^3-6x^2+10x$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+k)=f(x)+f(k)$이다.

함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 양수 k의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

유형 3 미분법의 공식

출제경향 | 미분법을 이용하여 미분계수를 구하거나 함수의 미정계수를 구하는 문제가 출제된다. 특히 곱의 미분법을 이용하는 문제가 자주 출제된다.

출제유형잡기 | 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때

(1) $y=x^n$ (n은 양의 정수)이면 $y'=nx^{n-1}$

(2) $y=c$ (c는 상수)이면 $y'=0$

(3) $\{cf(x)\}'=cf'(x)$ (단, c는 상수)

(4) $\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)$

(5) $\{f(x)-g(x)\}'=f'(x)-g'(x)$

(6) $\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

필수 유형 ❸ | 2023학년도 대수능 |

다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=x^2f(x)$$

라 하자. $f(2)=1$, $f'(2)=3$일 때, $g'(2)$의 값은? [3점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

07

▸ 23054-0127

함수 $f(x)=(x^2+1)(x^2+ax-3)$에 대하여

$$f'(2)=f'(1)+60$$

일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

08

▸ 23054-0128

다항함수 $f(x)$가 $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-2}{x-1}=3$을 만족시킨다. 함수 $g(x)$가

$$g(x)=(3x^2+2)f(x)$$

일 때, $g(1)+g'(1)$의 값은?

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

09

▸ 23054-0129

함수 $f(x)=2x^3+ax^2-5x+b$가

$$\lim_{x\to\infty}x\left\{f\left(2+\frac{3}{x}\right)-21\right\}=f(2)$$

를 만족시킬 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

유형 4 접선의 방정식

출제경향 | 곡선 위의 점에서의 접선의 방정식, 기울기가 주어진 접선의 방정식, 곡선 밖의 점에서 곡선에 그은 접선의 방정식을 구하는 문제가 출제된다. 또는 평균값 정리를 이용하여 해결하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

임을 이용한다.

(2) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 열린구간 (a, b)에서 미분가능하면 평균값 정리에 의하여

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$$

인 c가 a와 b 사이에 적어도 하나 존재함을 이용한다.

필수 유형 4 | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $f(5)$의 최솟값은? [3점]

(가) $f(1)=3$
(나) $1<x<5$인 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)\geq 5$이다.

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

10 ▸ 23054-0130

다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은?

(가) $f(4)=10$
(나) $2<x<4$인 모든 실수 x에 대하여 $|f'(x)|\leq 6$이다.

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

11 ▸ 23054-0131

곡선 $y=x^3-2x-5$에 접하고 기울기가 1인 두 직선을 각각 l_1, l_2라 하자. 두 직선 l_1, l_2와 x축, y축으로 둘러싸인 사각형의 넓이는?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

12 ▸ 23054-0132

좌표평면 위에 네 점 $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(2, 2)$, $(0, 2)$를 꼭짓점으로 하는 정사각형이 있다. 실수 t에 대하여 직선 $y=t-x$의 아랫부분과 정사각형의 내부가 겹치는 부분의 넓이를 $f(t)$라 하자. 함수 $|f(x)-mx|$가 $x=0$에서만 미분가능하지 않도록 하는 양의 실수 m의 최솟값이 $a+b\sqrt{2}$일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.)

유형 5 함수의 증가와 감소

출제경향 | 함수가 증가 또는 감소하는 구간을 찾거나, 증가 또는 감소할 조건을 이용하여 미정계수를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 함수 $f(x)$가 어떤 구간에 속하는 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여

① $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)<f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다고 한다.

② $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)>f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다고 한다.

(2) 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에서 미분가능할 때, 그 구간에 속하는 모든 x에 대하여

① $f'(x)>0$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다.

② $f'(x)<0$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다.

필수 유형 5 | 2022학년도 대수능 |

함수 $f(x)=x^3+ax^2-(a^2-8a)x+3$이 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 실수 a의 최댓값을 구하시오. [3점]

13

▸ 23054-0133

함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+1$이 구간 $(-3, 0)$에서 감소하고 구간 $(0, \infty)$에서 증가할 때, $f(1)$의 최솟값은?

(단, a, b는 상수이다.)

① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$ ④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

14

▸ 23054-0134

자연수 n에 대하여 닫힌구간 $[n, n+2]$에서 정의된 함수 $f(x)=x^3-9x^2+24x+5$가 있다. 함수 $f(x)$가 일대일함수가 되도록 하는 10 이하의 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.

15

▸ 23054-0135

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=x^3+x^2+|x-a|+2$$

의 역함수가 존재하도록 하는 실수 a의 최댓값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

유형 6 함수의 극대와 극소

출제경향 | 함수의 극값을 구하거나 극값을 가질 조건을 이용하는 등 극대, 극소와 관련된 다양한 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$일 때, $x=a$의 좌우에서 $f'(x)$의 부호가
① 양에서 음으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이다.
② 음에서 양으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

필수 유형 6 | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수 $f(x)=x^4+ax^2+b$는 $x=1$에서 극소이다. 함수 $f(x)$의 극댓값이 4일 때, $a+b$의 값을 구하시오.
(단, a와 b는 상수이다.) [3점]

16

▸ 23054-0136

함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$가 닫힌구간 $[p, q]$에서 감소하도록 하는 실수 p의 최솟값이 1이고 실수 q의 최댓값이 5일 때, $a+b$의 값은? (단 a, b는 상수이다.)

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

17

▸ 23054-0137

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=3$에서 극댓값 0을 갖는다.
(나) 방정식 $f(x)=0$의 세 실근을 작은 것부터 차례로 나열하면 등차수열을 이룬다.

함수 $f(x)$의 극솟값이 -16일 때, $f(0)$의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

18

▸ 23054-0138

두 함수 $f(x)=2x^3+ax^2+bx+18$, $g(x)=2x+3$에 대하여 함수

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x)\geq g(x)) \\ g(x) & (f(x)<g(x)) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $h(x)$가 미분가능하지 않은 x의 개수는 3이다.
(나) 함수 $h(x)$는 $x=1$에서 극대, $x=3$에서 극소이다.

함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 합은? (단, a, b는 상수이다.)

① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

수학Ⅱ

유형 7 함수의 그래프

출제경향 | 함수 $y=f'(x)$의 그래프 또는 도함수 $f'(x)$의 여러 가지 성질을 이용하여 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형을 추론하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$의 부호를 조사하여 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 파악하고, 극대와 극소를 찾아 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형을 그려서 문제를 해결한다.

필수 유형 7 | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

두 양수 p, q와 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-12$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$의 값은? [4점]

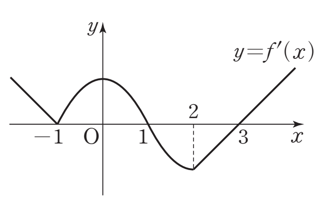
(가) 모든 실수 x에 대하여 $xg(x)=|xf(x-p)+qx|$이다.
(나) 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 1이다.

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

19

▸ 23054-0139

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같다. (단, $x\le-1$일 때 $f'(x)=-x-1$이고, $x\ge2$일 때 $f'(x)=x-3$이다.)



함수 $f(x)$에 대하여 **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
ㄴ. 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극대이다.
ㄷ. $f(3)>0$이면 함수 $y=f(x)$의 그래프는 x축과 오직 한 점에서만 만난다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20

▸ 23054-0140

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)=x+3$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프는 서로 다른 두 점에서 만난다.
(나) 함수 $|f(x)-g(x)|$는 $x=1$에서만 미분가능하지 않다.
(다) 함수 $|f(x)-g(x)|$는 $x=0$에서 극댓값을 갖는다.

$f(2)$의 값은?

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

21

▸ 23054-0141

함수 $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+k$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=f(x)$가 x축에 접한다.
(나) 함수 $|f(x)|$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 2이다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, k는 상수이다.)

보기

ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 서로 다른 세 실근을 갖는다.
ㄴ. 함수 $f(x)$의 극댓값은 0이다.
ㄷ. 조건을 만족시키는 모든 k의 값의 합은 5이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 8 함수의 최대와 최소

출제경향 | 연속함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제, 최댓값과 최솟값이 존재할 조건을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 $f(x)$의 극댓값, 극솟값, $f(a)$, $f(b)$ 중 가장 큰 값이 최댓값, 가장 작은 값이 최솟값임을 이용한다.

필수 유형 8 | 2020학년도 대수능 6월 모의평가 |

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\begin{cases} \frac{1}{2} & (x<0) \\ f(x) & (x\ge 0) \end{cases}$$

이다. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g(x)$의 최솟값이 $\frac{1}{2}$보다 작을 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. $g(0)+g'(0)=\frac{1}{2}$

ㄴ. $g(1)<\frac{3}{2}$

ㄷ. 함수 $g(x)$의 최솟값이 0일 때, $g(2)=\frac{5}{2}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22

▸ 23054-0142

닫힌구간 $[0, 4]$에서 함수 $f(x)=2x^3-3x^2-12x+a$의 최솟값이 -18이고 최댓값이 M일 때, $a+M$의 값은?

(단, a는 상수이다.)

① 32 ② 34 ③ 36
④ 38 ⑤ 40

23

▸ 23054-0143

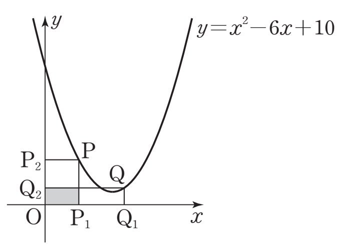
곡선 $C: y=2x^4-3x^2-2x+4$ 위의 x좌표가 양수인 점에서 접하는 직선 중 기울기가 최소인 직선의 y절편이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값은? (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

① 39 ② 41 ③ 43
④ 45 ⑤ 47

24

▸ 23054-0144

그림과 같이 양수 t에 대하여 곡선 $y=x^2-6x+10$ 위의 x좌표가 t인 점을 P, x좌표가 $t+2$인 점을 Q라 하자. 점 P에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 $\mathrm{P_1}$, $\mathrm{P_2}$라 하고, 점 Q에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 $\mathrm{Q_1}$, $\mathrm{Q_2}$라 하자. 원점 O에 대하여 두 사각형 $\mathrm{PP_2OP_1}$, $\mathrm{QQ_2OQ_1}$의 내부의 공통부분의 넓이를 $f(t)$라 하자. 구간 $(0,\ a]$에서 함수 $f(t)$의 최댓값이 4가 되도록 하는 양수 a의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은?



① $2+2\sqrt{2}$ ② $4+\sqrt{2}$ ③ $3+2\sqrt{2}$
④ $5+\sqrt{2}$ ⑤ $4+2\sqrt{2}$

25

▸ 23054-0145

실수 t에 대하여 닫힌구간 $[t-1,\ t+1]$에서 함수

$$f(x)=x^3-5x^2+2x+13$$

의 최댓값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=a$에서 미분가능하지 않을 때 $g'(a-1)+g'(a+1)$의 값은?

① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

유형 9 방정식의 실근의 개수

출제경향 | 함수의 그래프의 개형을 이용하여 방정식의 실근의 개수를 구하거나 실근의 개수가 주어졌을 때 미정계수의 값이나 범위를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 방정식 $f(x)=g(x)$의 서로 다른 실근의 개수는 함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=g(x)$의 그래프의 교점의 개수와 같음을 이용한다. 또는 함수 $y=f(x)-g(x)$의 그래프와 x축의 교점의 개수를 이용할 수도 있다.

필수 유형 9 | 2022학년도 대수능 |

방정식 $2x^3-3x^2-12x+k=0$이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 k의 개수는? [3점]

① 20 ② 23 ③ 26
④ 29 ⑤ 32

26

▸ 23054-0146

방정식 $3x^4-8x^3-6x^2+24x-k=0$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든 상수 k의 값의 합은?

① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

27

▸ 23054-0147

자연수 n에 대하여 x에 대한 방정식

$$x^3-3x+n-2=0$$

의 서로 다른 실근의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은?

① 16　② 17　③ 18　④ 19　⑤ 20

28

▸ 23054-0148

두 함수

$$f(x)=2x^3+5x^2-7x,\ g(x)=2x^2+5x+a$$

에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=g(x)$가 서로 다른 세 실근을 갖고 세 실근의 곱이 양수가 되도록 하는 모든 정수 a의 개수는?

① 16　② 17　③ 18　④ 19　⑤ 20

29

▸ 23054-0149

최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $|f(x)|$가 극소인 서로 다른 x의 값이 3개이고, 극솟값은 모두 0이다. **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수 $|f(x)|$가 극대인 서로 다른 x의 값이 2개이다.
ㄴ. 함수 $f(x)$의 극댓값은 0보다 크거나 같다.
ㄷ. 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

30

▸ 23054-0150

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$의 모든 실근은 0, 3이다.
(나) x에 대한 방정식 $|f(x)|-mx=0$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 실수 m의 값은 $\frac{9}{2}$뿐이다.

함수 $|f(x)|$의 극댓값은?

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

유형 10 부등식에의 활용

출제경향 | 주어진 범위에서 부등식이 항상 성립할 조건을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 어떤 구간에서 부등식 $f(x)\ge 0$이 성립함을 보이려면 주어진 구간에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 구하여 ($f(x)$의 최솟값)≥ 0임을 보이면 된다.

필수 유형 ⑩ | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

두 함수

$$f(x)=x^3-x+6,\ g(x)=x^2+a$$

가 있다. $x\ge 0$인 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$f(x)\ge g(x)$$

가 성립할 때, 실수 a의 최댓값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

31

▸ 23054-0151

모든 실수 x에 대하여 부등식

$$x^4+2x^3+x^2-12x+a\ge 0$$

이 성립하도록 하는 실수 a의 최솟값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

32

▸ 23054-0152

두 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2x^3-9x^2+12x+1 & (x\ge 0) \\ 1-x & (x<0) \end{cases},$$

$$g(x)=mx+1$$

이 있다. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x)\ge g(x)$가 성립하도록 하는 실수 m의 최댓값과 최솟값의 합은?

① $\frac{11}{16}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{13}{16}$
④ $\frac{7}{8}$ ⑤ $\frac{15}{16}$

33

▸ 23054-0153

최고차항의 계수가 1이고 모든 항의 계수가 정수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)-f'(x)$$

라 하자. $f(0)=g(0)=0$이고, $x\le k$인 모든 실수 x에 대하여 $g(x)\le 0$을 만족시키는 실수 k의 최댓값이 0일 때, $f(3)$의 최댓값은?

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

유형 11 속도와 가속도

출제경향 | 수직선 위를 움직이는 점의 시각 t에서의 위치가 주어졌을 때, 속도나 가속도를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치가 $x=f(t)$일 때

(1) 점 P의 시각 t에서의 속도 v는 $v=\frac{dx}{dt}=f'(t)$

(2) 점 P의 시각 t에서의 가속도 a는 $a=\frac{dv}{dt}$

필수 유형 ⑪ | 2019학년도 대수능 |

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\ge 0)$에서의 위치 x가

$$x=-\frac{1}{3}t^3+3t^2+k \ (k\text{는 상수})$$

이다. 점 P의 가속도가 0일 때 점 P의 위치는 40이다. k의 값을 구하시오. [4점]

34
▸ 23054-0154

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t $(t\ge 0)$에서의 위치 x_1, x_2가

$$x_1=2t^3-3t^2-4t,\ x_2=t^2+4t$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q의 가속도의 합은?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

35
▸ 23054-0155

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\ge 0)$에서의 위치 x가

$$x=\frac{1}{4}t^4-6t^2+9t$$

일 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 점 P는 운동 방향을 두 번 바꾼다.
ㄴ. $1\le t\le 3$에서 점 P의 속력의 최댓값은 7이다.
ㄷ. 점 P가 마지막으로 운동 방향을 바꾸는 순간 점 P의 가속도는 15이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

36
▸ 23054-0156

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\ge 0)$에서의 위치 x가

$$x=t^3-at^2+bt \ (a,\ b\text{는 양의 상수})$$

이고, 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 P는 운동 방향을 바꾸지 않는다.
(나) 점 P의 속력은 $t=\frac{2}{3}$일 때 최소이다.

점 P의 시각 $t=3$에서의 위치의 최솟값을 구하시오.

수학 Ⅱ

06 다항함수의 적분법

1 부정적분

(1) 함수 $f(x)$에 대하여 $F'(x)=f(x)$를 만족시키는 함수 $F(x)$를 $f(x)$의 부정적분이라 하고, $f(x)$의 부정적분을 구하는 것을 $f(x)$를 적분한다고 한다.

(2) 함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하면

$$\int f(x)dx=F(x)+C \ (C\text{는 상수})$$

로 나타내며, C를 적분상수라고 한다.

설명 두 함수 $F(x)$, $G(x)$가 모두 함수 $f(x)$의 부정적분이면 $F'(x)=G'(x)=f(x)$이므로

$$\{G(x)-F(x)\}'=f(x)-f(x)=0$$

이다. 그런데 평균값 정리에 의하여 도함수가 0인 함수는 상수함수이므로 그 상수를 C라 하면

$$G(x)-F(x)=C,\ \text{즉}\ G(x)=F(x)+C$$

따라서 함수 $f(x)$의 임의의 부정적분은 $F(x)+C$의 꼴로 나타낼 수 있다.

참고 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여

① $\dfrac{d}{dx}\left\{\int f(x)\,dx\right\}=f(x)$ ② $\int\left\{\dfrac{d}{dx}f(x)\right\}dx=f(x)+C$ (단, C는 적분상수)

2 함수 $y=x^n$ (n은 양의 정수)와 함수 $y=1$의 부정적분

(1) n이 양의 정수일 때,

$$\int x^n\,dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C \ (C\text{는 적분상수})$$

(2) $\int 1\,dx=x+C$ (C는 적분상수)

3 함수의 실수배, 합, 차의 부정적분

두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 부정적분이 각각 존재할 때

(1) $\int kf(x)dx=k\int f(x)dx$ (단, k는 0이 아닌 상수)

(2) $\int\{f(x)+g(x)\}dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$

(3) $\int\{f(x)-g(x)\}dx=\int f(x)dx-\int g(x)dx$

4 정적분의 정의

함수 $f(x)$가 두 실수 a, b를 포함하는 구간에서 연속일 때, $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하면 $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분은

$$\int_a^b f(x)dx=\Big[F(x)\Big]_a^b=F(b)-F(a)$$

이때 정적분 $\int_a^b f(x)dx$의 값을 구하는 것을 함수 $f(x)$를 a에서 b까지 적분한다고 한다.

참고 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때

① $\int_a^a f(x)dx=0$ ② $\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$

5 정적분과 미분의 관계

함수 $f(t)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때,

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=f(x) \ (\text{단, } a<x<b)$$

6 정적분의 성질

(1) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때

① $\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$ (단, k는 상수)

② $\int_a^b \{f(x)+g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$

③ $\int_a^b \{f(x)-g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx-\int_a^b g(x)dx$

(2) 함수 $f(x)$가 임의의 세 실수 a, b, c를 포함하는 닫힌구간에서 연속일 때,

$$\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx=\int_a^b f(x)dx$$

설명 $\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx=\Big[F(x)\Big]_a^c+\Big[F(x)\Big]_c^b$

$=\{F(c)-F(a)\}+\{F(b)-F(c)\}=F(b)-F(a)$

$=\int_a^b f(x)dx$

참고 함수의 성질을 이용한 정적분

① 연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$를 만족시킬 때,

$$\int_{-a}^a f(x)dx=2\int_0^a f(x)dx$$

② 연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$를 만족시킬 때,

$$\int_{-a}^a f(x)dx=0$$

7 정적분으로 나타내어진 함수의 극한

함수 $f(x)$가 실수 a를 포함하는 구간에서 연속일 때

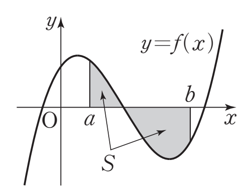
(1) $\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\int_a^{a+h} f(t)dt=f(a)$

(2) $\lim_{x\to a}\frac{1}{x-a}\int_a^x f(t)dt=f(a)$

8 곡선과 x축 사이의 넓이

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

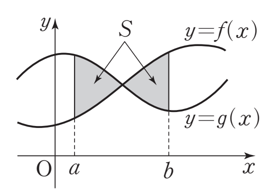
$$S=\int_a^b |f(x)|dx$$



9 두 곡선 사이의 넓이

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx$$



10 수직선 위를 움직이는 점의 위치와 거리

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도를 $v(t)$, 시각 $t=a$에서의 위치를 $x(a)$라 하자.

(1) 시각 t에서의 점 P의 위치를 $x=x(t)$라 하면 $x(t)=x(a)+\int_a^t v(t)dt$

(2) 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P의 위치의 변화량은 $\int_a^b v(t)dt$

(3) 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리 s는 $s=\int_a^b |v(t)|dt$

유형 1 부정적분의 뜻과 성질

출제경향 | 부정적분의 뜻과 부정적분의 성질을 이용하여 함숫값을 구하거나 부정적분을 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 양의 정수 n에 대하여

$$\int x^n\,dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C \text{ (단, } C\text{는 적분상수)}$$

(2) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 부정적분이 각각 존재할 때

① $\int kf(x)dx=k\int f(x)dx$ (단, k는 0이 아닌 상수)

② $\int \{f(x)+g(x)\}dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$

③ $\int \{f(x)-g(x)\}dx=\int f(x)dx-\int g(x)dx$

[참고]

(1) $\frac{d}{dx}\left\{\int f(x)dx\right\}=f(x)$

(2) $\int\left\{\frac{d}{dx}f(x)\right\}dx=f(x)+C$ (단, C는 적분상수)

필수 유형 ① | 2022학년도 대수능 |

함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^2+2x$이고 $f(0)=2$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

01

▸ 23054-0157

함수 $f(x)=\int(4x+3)\,dx$에 대하여 $f(1)=0$일 때, $f(2)$의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

02

▸ 23054-0158

함수 $f(x)$가

$$f(x)=\int(5x-k)\,dx-\int(x+k)\,dx$$

이고 $f(1)=0$, $f'(1)=2$일 때, $f(2)$의 값은? (단, k는 상수이다.)

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

03

▸ 23054-0159

다항함수 $f(x)$에 대하여 $2xf(x)$의 한 부정적분을 $G(x)$라 할 때, 함수 $G(x)$는 모든 실수 x에 대하여

$$G(x)=x^2f(x)-2x^6+3x^5$$

을 만족시킨다. $G(1)=4$일 때, $f(2)$의 값은?

① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 19

04

▸ 23054-0160

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점 $(x,\ f(x))$에서의 접선의 기울기가 $kx(x-2)$이다.
(나) 함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 합은 0이다.

$f(0)=2$일 때, $f(-1)$의 값은? (단, k는 상수이다.)

① -3 ② -2 ③ -1
④ 0 ⑤ 1

05

▸ 23054-0161

다항함수 $f(x)$에 대하여

$$f(x)=\int(3x^2+ax)\,dx$$

이고, $\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x^2-1}=\frac{1}{2}$일 때, $f(2)$의 값은?

(단, a는 상수이다.)

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

유형 2 정적분의 뜻과 성질

출제경향 | 정적분의 뜻과 성질을 이용하여 정적분의 값을 구하거나 정적분을 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속일 때

① $\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$ (단, k는 상수)

② $\int_a^b \{f(x)+g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$

③ $\int_a^b \{f(x)-g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx-\int_a^b g(x)dx$

(2) 함수 $f(x)$가 임의의 세 실수 $a,\ b,\ c$를 포함하는 닫힌구간에서 연속일 때,

$$\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx=\int_a^b f(x)dx$$

필수 유형 ❷ | 2020학년도 대수능 9월 모의평가 |

$\int_0^2(3x^2+6x)\,dx$의 값은? [3점]

① 20 ② 22 ③ 24
④ 26 ⑤ 28

06

▸ 23054-0162

$\int_0^3(x^2+x|1-x|)\,dx$의 값은?

① $\frac{83}{6}$ ② 14 ③ $\frac{85}{6}$
④ $\frac{43}{3}$ ⑤ $\frac{29}{2}$

07

▸ 23054-0163

$\int_0^1 \left(\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{9}x+\frac{k}{6}\right)dx=-\frac{1}{18}$을 만족시키는 상수 k의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

08

▸ 23054-0164

함수 $f(x)=2x^2+6ax+10$에 대하여

$$\int_0^1 \{f(x)+x^2\}\,dx=f(1)$$

이 성립할 때, 상수 a의 값은?

① -1 ② $-\frac{5}{6}$ ③ $-\frac{2}{3}$
④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

09

▸ 23054-0165

$\int_0^a (3x^2+x+5)\,dx=\int_0^a (x+9)\,dx$를 만족시키는 양수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

10

▸ 23054-0166

양의 상수 k와 $f(x)=(x^2-4)(x+a)$에 대하여 함수 $y=|f(x)|$가 $x=k$에서만 미분가능하지 않을 때, $\int_0^{2a} f'(x)\,dx$의 값을 구하시오. (단, a는 실수이다.)

11

▸ 23054-0167

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{x-1}=-3$

(나) 실수 a에 대하여 $\int_0^a f'(x)\,dx=\int_1^a f'(x)\,dx=0$이다.

$\int_0^1 f(x)\,dx$의 값은?

① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

유형 3 함수의 성질을 이용한 정적분

출제경향 | 함수의 그래프가 y축 또는 원점에 대하여 대칭임을 이용하거나 함수의 그래프를 평행이동하여 정적분의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 연속함수 $y=f(x)$의 그래프가 y축에 대하여 대칭일 때, 즉 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이면

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx=2\int_{0}^{a} f(x)dx$$

(2) 연속함수 $y=f(x)$의 그래프가 원점에 대하여 대칭일 때, 즉 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이면

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx=0$$

필수 유형 ❸

$\int_{-a}^{a} 3x(x+1)^2dx=56$을 만족시키는 상수 a에 대하여 a^3의 값을 구하시오.

12

▸ 23054-0168

$\int_{-1}^{1} (4x^3+ax^2+ax)\,dx=2$일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

13

▸ 23054-0169

삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $4\int_{-1}^{1} f(x)\,dx+5\int_{-1}^{1} xf(x)\,dx=0$

(나) 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극솟값을 갖는다.

$f(3)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

14

▸ 23054-0170

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a에 대하여

$$\int_{-a}^{a} f'(x)\,dx=0$$

(나) 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극값 0을 갖는다.

$30\times\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$의 값을 구하시오.

유형 4 정적분으로 나타내어진 함수

출제경향 | 정적분으로 나타내어진 함수에서 미분을 통해 함수를 구하거나 함숫값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 함수 $f(x)$가

$$f(x)=g(x)+\int_a^b f(t)\,dt\ (a,\ b\text{는 상수})$$

로 주어지면 다음을 이용하여 문제를 해결한다.

① $\int_a^b f(t)\,dt=k$ (k는 상수)라 하면 $f(x)=g(x)+k$

② $\int_a^b \{g(t)+k\}\,dt=k$로부터 구한 k의 값에서 $f(x)$를 구한다.

(2) 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\int_a^x f(t)\,dt\ (a\text{는 상수})$$

로 주어지면 다음을 이용하여 문제를 해결한다.

① 양변에 $x=a$를 대입하면 $g(a)=0$

② 양변을 x에 대하여 미분하면 $g'(x)=f(x)$

필수 유형 4 | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=4x^3+x\int_0^1 f(t)\,dt$$

를 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

15

▸ 23054-0171

함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$f(x)=4x^2-6x+\int_0^1 tf(t)dt$를 만족시킬 때, $f(-1)$의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

16

▸ 23054-0172

함수 $f(x)=ax^2+\int_1^x (t-1)(t-5)\,dt$에 대하여 $f(1)=3$일 때, $f'(3)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

17

▸ 23054-0173

함수

$$f(x)=\int_0^x x(2t+a)\,dt$$

에 대하여 $f'(1)=5$일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18

▸ 23054-0174

함수 $f(x)=\int_0^x (3t^2+a)\,dt$에 대하여

$\lim_{x\to 1}\dfrac{f(x)-3}{x^2-1}=b$일 때, $a+10b$의 값을 구하시오.

(단, a, b는 상수이다.)

19

▸ 23054-0175

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{1}^{x} f(t)\,dt=(x+1)f(x)+x^3-3x$$

를 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?

① $-\frac{5}{6}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$
④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

20

▸ 23054-0176

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{1}^{x}\left\{\frac{d}{dt}f(t)\right\}dt=x^3+ax^2+bx+1$$

(나) 함수 $f(x)$는 $x=3$에서 극값을 갖는다.

$\int_{1}^{3} f'(x)\,dx$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① -9 ② -8 ③ -7
④ -6 ⑤ -5

유형 5 정적분으로 나타내어진 함수의 활용

출제경향 | 정적분으로 나타내어진 함수에 대하여 함수의 극댓값과 극솟값, 함수의 그래프의 개형, 방정식의 실근의 개수 등과 관련된 미분법을 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\int_{0}^{x} f(t)dt$$

와 같이 주어지면 다음을 이용하여 문제를 해결한다.

① 양변을 x에 대하여 미분하여 방정식 $g'(x)=0$, 즉 $f(x)=0$을 만족시키는 x의 값을 구한다.

② ①에서 구한 x의 값을 이용하여 함수 $y=g(x)$의 그래프의 개형을 그려 본다.

필수 유형 ⑤ | 2021학년도 대수능 9월 모의평가 |

함수 $f(x)=-x^2-4x+a$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_{0}^{x} f(t)\,dt$$

가 닫힌구간 $[0,\ 1]$에서 증가하도록 하는 실수 a의 최솟값을 구하시오. [4점]

21

▸ 23054-0177

함수 $f(x)=\int_{0}^{x}(3t^2-4)\,dt$에 대하여 함수 $g(x)$가 $g'(x)=f(x)$, $g(2)=0$을 만족시킬 때, 함수 $g(x)$의 극댓값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

22

▸ 23054-0178

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x f'(t)\,dt+(x+1)f(x)+1$$

이라 할 때, $g(1)=8$이다. 함수 $g(x)$가 $x=0$에서 극솟값 3을 가질 때, $f(-1)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

23

▸ 23054-0179

삼차함수 $f(x)=x^3-3x^2+a$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$$

라 하고 실수 k에 대하여 방정식 $g(x)=k$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(k)$라 하자. $h(k)$의 최댓값이 2일 때, 양수 a의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

유형 6 정적분과 넓이

출제경향 | 곡선과 x축 사이의 넓이, 두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 정적분을 이용하여 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)|\,dx$$

(2) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|\,dx$$

필수 유형 6 | 2021학년도 대수능 |

곡선 $y=x^2-7x+10$과 직선 $y=-x+10$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

24

▸ 23054-0180

곡선 $y=6x^2-12x$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

25

▸ 23054-0181

곡선 $y=-x^2+2x+1$과 직선 $y=1$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$
④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

26

▸ 23054-0182

양수 a에 대하여 함수 $f(x)=x^3-ax$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 18일 때, $f(-1)$의 값은?

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5
④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

27

▸ 23054-0183

함수 $f(x)=x^3-2x^2+k$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\ f(0))$에서의 접선과 이 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, k는 상수이다.)

① 1 ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{4}{3}$
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

28

▸ 23054-0184

양수 k에 대하여 곡선 $y=x^2-kx$와 직선 $y=2x$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1이라 하고, 곡선 $y=x^2-kx$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. $S_1=8S_2$일 때, k의 값은?

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$
④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

29

▸ 23054-0185

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(x)=3x^2-2x+a$
(나) $\lim_{x \to 0}\frac{f(x)-1}{x}=-1$

함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 할 때, $30S$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

수학 Ⅱ

유형 7 여러 가지 조건이 포함된 정적분의 활용

출제경향 | 주기를 갖는 함수의 성질, 함수의 그래프의 개형, 정적분의 정의와 성질 등의 여러 가지 조건이 포함된 정적분을 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수의 성질을 이해하고 주기를 구하거나 함수의 그래프의 개형 및 여러 가지 조건을 이해하여 정적분의 정의와 넓이의 관계로부터 정적분의 값을 구한다.

필수 유형 7 | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

닫힌구간 $[0,\ 1]$에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$f(0)=0,\ f(1)=1,\ \int_0^1 f(x)\,dx=\frac{1}{6}$$

을 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-3}^{2} g(x)\,dx$의 값은? [4점]

(가) $g(x)=\begin{cases} -f(x+1)+1 & (-1<x<0) \\ f(x) & (0\le x\le 1) \end{cases}$

(나) 모든 실수 x에 대하여 $g(x+2)=g(x)$이다.

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{17}{6}$ ③ $\frac{19}{6}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{23}{6}$

30

▸ 23054-0186

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 상수 a, b에 대하여

$$f(x)=\begin{cases} x+3 & (-3<x<0) \\ x^2+ax+b & (0\le x\le 3) \end{cases}$$

(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x-3)=f(x+3)$이다.

$\int_{-33}^{-29} f(x)\,dx-\int_{57}^{60} f(x)\,dx$의 값은?

① $\frac{5}{6}$ ② 1 ③ $\frac{7}{6}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

31

▸ 23054-0187

역함수가 존재하는 삼차함수 $f(x)=-x^3+ax^2-3ax+10$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 실수 a가 최솟값을 가질 때, $\int_2^{10} g(x)\,dx$의 값을 구하시오.

유형 8 수직선 위를 움직이는 점의 속도와 거리

출제경향 | 수직선 위를 움직이는 점의 시각 t에서의 속도에 대한 식이나 그래프로부터 점의 위치, 위치의 변화량, 움직인 거리를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도가 $v(t)$이고, 시각 $t=a$에서 점 P의 위치가 $x(a)$일 때

(1) 시각 t에서의 점 P의 위치는

$$x(a)+\int_a^t v(t)dt$$

(2) 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P의 위치의 변화량은

$$\int_a^b v(t)dt$$

(3) 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리는

$$\int_a^b |v(t)|dt$$

필수 유형 8 | 2021학년도 대수능 |

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$v(t)=2t-6$

이다. 점 P가 시각 $t=3$에서 $t=k$ $(k>3)$까지 움직인 거리가 25일 때, 상수 k의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

32

▸ 23054-0188

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$v(t)=-2t+10$

이다. 점 P의 시각 $t=4$에서의 위치가 30일 때, 시각 $t=1$에서의 위치는?

① 14 ② 15 ③ 16
④ 17 ⑤ 18

33

▸ 23054-0189

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$v(t)=3t^2-4t+k$

이다. 시각 $t=0$에서의 점 P의 위치는 0이고 시각 $t=1$에서의 점 P의 위치는 -5이다. 점 P가 시각 $t=0$일 때부터 움직이는 방향이 바뀔 때까지 움직인 거리는? (단, k는 상수이다.)

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

34

▸ 23054-0190

시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 속도가 각각

$v_1(t)=3t^2+t$, $v_2(t)=2t^2+3t$

이다. 두 점 P, Q가 동시에 원점을 출발한 후 다시 만나는 위치 x가 $x=k$일 때, $2k$의 값을 구하시오.

07 경우의 수

1 원순열

(1) 원순열의 뜻

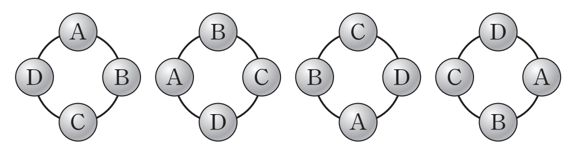
서로 다른 대상을 원형으로 배열하는 순열을 원순열이라고 한다.

참고 원순열에서는 회전하여 일치하는 것은 모두 같은 것으로 본다.

(2) 원순열의 수

서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $\dfrac{n!}{n}=(n-1)!$이다.

설명 네 개의 문자 A, B, C, D를 일렬로 나열하는 순열의 수는 $4!$이지만 이를 원형으로 배열하면 그림과 같이 회전하여 일치하는 것이 4가지씩 있다.



이와 같이 서로 다른 n개를 일렬로 나열하는 순열의 수는 $n!$이지만 이 각각을 원형으로 배열하면 $n!$가지 중에서 회전하여 일치하는 것이 n가지씩 있다.

따라서 서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $\dfrac{n!}{n}=(n-1)!$이다.

참고 서로 다른 n개의 대상에 대한 원순열의 수는 어느 1개를 고정시키고 나머지 $(n-1)$개를 일렬로 나열하는 순열의 수 $(n-1)!$로도 생각할 수 있다.

2 중복순열

(1) 중복순열의 뜻

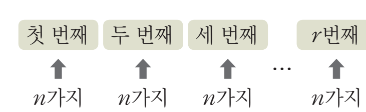
서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택하여 일렬로 배열하는 것을 서로 다른 n개에서 r개를 택하는 중복순열이라 하고, 이 중복순열의 수를 기호로 ${}_n\Pi_r$와 같이 나타낸다.

참고 순열의 수 ${}_nP_r$에서는 $n\geq r$이지만 중복순열의 수 ${}_n\Pi_r$에서는 중복을 허락하기 때문에 $n<r$일 수도 있다.

(2) 중복순열의 수

서로 다른 n개에서 r개를 택하는 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r=n^r$이다.

설명 서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택하여 일렬로 나열할 때, 각 자리에 올 수 있는 것은 n가지씩이므로 곱의 법칙에 의하여



$${}_n\Pi_r=\underbrace{n\times n\times n\times\cdots\times n}_{r\text{개}}=n^r$$

참고 ${}_n\Pi_r$의 Π는 Product(곱)의 첫 글자인 P에 해당하는 그리스 문자로 '파이(pi)'로 읽는다.

3 같은 것이 있는 순열

(1) 같은 것이 있는 순열의 뜻

같은 것이 포함되어 있는 n개를 일렬로 나열하는 순열을 같은 것이 있는 순열이라고 한다.

(2) 같은 것이 있는 순열의 수

n개 중에서 서로 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, r개씩 있을 때, 이들 모두를 일렬로 나열하는 순열의 수는

$$\frac{n!}{p!\times q!\times\cdots\times r!}\ (\text{단, } p+q+\cdots+r=n)$$

4 중복조합

(1) 중복조합의 뜻

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택하는 조합을 서로 다른 n개에서 r개를 택하는 중복조합이라 하고, 이 중복조합의 수를 기호로 ${}_{n}\mathrm{H}_{r}$와 같이 나타낸다.

(2) 중복조합의 수

서로 다른 n개에서 r개를 택하는 중복조합의 수는 ${}_{n}\mathrm{H}_{r}={}_{n+r-1}\mathrm{C}_{r}$이다.

설명 두 개의 문자 A, B에서 중복을 허락하여 3개를 택하는 중복조합은 AAA, AAB, ABB, BBB의 4가지이다. 이 4가지는 모두 그림과 같이 두 문자의 경계를 나타내는 $(2-1)$개의 '❙'와 문자를 놓을 수 있는 공간을 나타내는 3개의 '○'를 일렬로 나열하여 '❙' 앞의 '○'에는 A를, 뒤의 '○'에는 B를 놓는 것에 대응시킬 수 있다.('○'가 없으면 해당 문자를 놓지 않는다.) 따라서 이렇게 배열하는 경우의 수는 $\{(2-1)+3\}$개의 자리 중에서 '○'를 놓을 자리 3개를 택하는 조합의 수 ${}_{(2-1)+3}\mathrm{C}_{3}$과 같다.
즉, ${}_{2}\mathrm{H}_{3}={}_{(2-1)+3}\mathrm{C}_{3}={}_{4}\mathrm{C}_{3}=4$이다.

AAA ⇔ ○○○❙
AAB ⇔ ○○❙○
ABB ⇔ ○❙○○
BBB ⇔ ❙○○○
⇓ ⇓
${}_{2}\mathrm{H}_{3} = {}_{(2-1)+3}\mathrm{C}_{3}$

5 이항정리

(1) 이항정리의 뜻

자연수 n에 대하여 $(a+b)^{n}$을 전개하면 다음과 같다.

$$(a+b)^{n}={}_{n}\mathrm{C}_{0}a^{n}+{}_{n}\mathrm{C}_{1}a^{n-1}b+{}_{n}\mathrm{C}_{2}a^{n-2}b^{2}+\cdots+{}_{n}\mathrm{C}_{r}a^{n-r}b^{r}+\cdots+{}_{n}\mathrm{C}_{n}b^{n}=\sum_{r=0}^{n}{}_{n}\mathrm{C}_{r}a^{n-r}b^{r}$$

이를 $(a+b)^{n}$에 대한 이항정리라고 한다. 이 전개식에서 각 항의 계수 ${}_{n}\mathrm{C}_{0}$, ${}_{n}\mathrm{C}_{1}$, ${}_{n}\mathrm{C}_{2}$, $\cdots$, ${}_{n}\mathrm{C}_{r}$, $\cdots$, ${}_{n}\mathrm{C}_{n}$을 이항계수라고 하며, ${}_{n}\mathrm{C}_{r}a^{n-r}b^{r}$을 $(a+b)^{n}$의 전개식의 일반항이라고 한다.

(2) 이항계수의 성질

자연수 n에 대하여 다음이 성립한다.

① ${}_{n}\mathrm{C}_{0}+{}_{n}\mathrm{C}_{1}+{}_{n}\mathrm{C}_{2}+\cdots+{}_{n}\mathrm{C}_{n}=2^{n}$

② ${}_{n}\mathrm{C}_{0}-{}_{n}\mathrm{C}_{1}+{}_{n}\mathrm{C}_{2}-{}_{n}\mathrm{C}_{3}+\cdots+(-1)^{n}{}_{n}\mathrm{C}_{n}=0$

③ ${}_{n}\mathrm{C}_{0}+{}_{n}\mathrm{C}_{2}+{}_{n}\mathrm{C}_{4}+\cdots+{}_{n}\mathrm{C}_{n-1}={}_{n}\mathrm{C}_{1}+{}_{n}\mathrm{C}_{3}+{}_{n}\mathrm{C}_{5}+\cdots+{}_{n}\mathrm{C}_{n}=2^{n-1}$ (단, n은 홀수)
${}_{n}\mathrm{C}_{0}+{}_{n}\mathrm{C}_{2}+{}_{n}\mathrm{C}_{4}+\cdots+{}_{n}\mathrm{C}_{n}={}_{n}\mathrm{C}_{1}+{}_{n}\mathrm{C}_{3}+{}_{n}\mathrm{C}_{5}+\cdots+{}_{n}\mathrm{C}_{n-1}=2^{n-1}$ (단, n은 짝수)

6 파스칼의 삼각형

(1) 파스칼의 삼각형의 뜻

$n=0, 1, 2, 3, \cdots$일 때, $(a+b)^{n}$의 전개식에서 각 항의 이항계수 ${}_{n}\mathrm{C}_{r}$의 값을 그림과 같이 삼각형 모양으로 차례로 배열한 것을 파스칼의 삼각형이라고 한다.

$(a+b)^{0}$	1	1
$(a+b)^{1}$	${}_{1}\mathrm{C}_{0}$ ${}_{1}\mathrm{C}_{1}$	1 1
$(a+b)^{2}$	${}_{2}\mathrm{C}_{0}$ ${}_{2}\mathrm{C}_{1}$ ${}_{2}\mathrm{C}_{2}$	1 2 1
$(a+b)^{3}$	${}_{3}\mathrm{C}_{0}$ ${}_{3}\mathrm{C}_{1}$ ${}_{3}\mathrm{C}_{2}$ ${}_{3}\mathrm{C}_{3}$	1 3 3 1
$(a+b)^{4}$	${}_{4}\mathrm{C}_{0}$ ${}_{4}\mathrm{C}_{1}$ ${}_{4}\mathrm{C}_{2}$ ${}_{4}\mathrm{C}_{3}$ ${}_{4}\mathrm{C}_{4}$	1 4 6 4 1
⋮	⋮	⋮

(2) 파스칼의 삼각형의 성질

① ${}_{n-1}\mathrm{C}_{r-1}+{}_{n-1}\mathrm{C}_{r}={}_{n}\mathrm{C}_{r}$ $(1\le r<n)$이므로 파스칼의 삼각형의 각 단계에서 이웃하는 두 수의 합은 아래쪽 중앙에 있는 수와 같다.

${}_{n-1}\mathrm{C}_{r-1}$ ${}_{n-1}\mathrm{C}_{r}$
${}_{n}\mathrm{C}_{r}$

② ${}_{n}\mathrm{C}_{r}={}_{n}\mathrm{C}_{n-r}$이므로 각 단계의 배열은 좌우 대칭이다.

유형 1 원순열

출제경향 | 사람이나 서로 다른 물건을 원형으로 배열하는 경우의 수 또는 일정한 간격을 두고 원형으로 배열된 영역에 색칠하는 경우의 수를 구하는 문제가 출제된다.

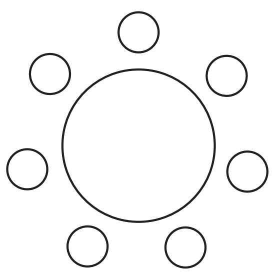
출제유형잡기 | 원순열의 뜻을 알고, 구하는 경우의 수가 원순열의 수인지 파악한다. 원형으로 배열할 때, 회전하여 일치하는 것이 나타나는 경우의 수를 파악한다.

필수 유형 ❶ | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 3명이 있다. 이 7명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 1학년 학생끼리 이웃하고 2학년 학생끼리 이웃하게 되는 경우의 수는?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 96 ② 100 ③ 104
④ 108 ⑤ 112



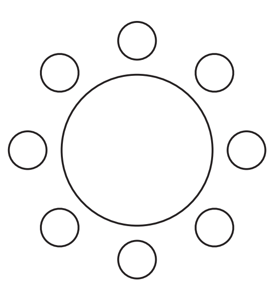
01

▸ 23054-0191

남학생 A를 포함한 남학생 3명과 여학생 5명이 있다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, A의 양옆에는 모두 남학생이 앉는 경우의 수는?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

① 120 ② 240 ③ 360
④ 480 ⑤ 600

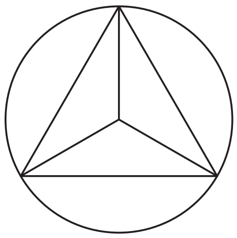


02

▸ 23054-0192

그림과 같이 원과 이에 내접하는 정삼각형이 있고, 원의 중심과 정삼각형의 각 꼭짓점을 이은 세 선분이 그려진 도형이 있다. 이 도형의 6개의 영역에 빨간색과 파란색을 포함한 서로 다른 6가지 색을 모두 사용하여 다음 조건을 만족시키도록 한 영역에 한 가지 색만을 칠하는 경우의 수는?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



(가) 빨간색은 정삼각형 내부에 속하는 영역 중에서 한 영역에만 칠한다.
(나) 파란색은 정삼각형 외부에 속하는 영역 중에서 한 영역에만 칠한다.

① 36 ② 48 ③ 60
④ 72 ⑤ 84

03

▸ 23054-0193

1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 7개의 접시가 있다. 이 7개의 접시를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 이웃한 두 개의 접시에 적힌 수의 곱이 홀수인 접시가 한 쌍만 존재하도록 놓는 경우의 수를 구하시오.

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

유형 2 중복순열

출제경향 | 서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택하여 나열하는 중복순열의 수를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 중복순열의 뜻을 정확히 이해하고, 나열하는 경우 중에서 순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열을 구분할 수 있어야 한다. 나열하려는 대상을 중복하여 선택할 수 있을 때 중복순열을 이용하며, 중복하여 선택해야 하는 대상과 그 개수가 정해져 있을 때에는 같은 것이 있는 순열을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 ❷ | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

네 문자 a, b, X, Y 중에서 중복을 허락하여 6개를 택해 일렬로 나열하려고 한다. 다음 조건이 성립하도록 나열하는 경우의 수는? [3점]

(가) 양 끝 모두에 대문자가 나온다.
(나) a는 한 번만 나온다.

① 384 ② 408 ③ 432
④ 456 ⑤ 480

04

▸ 23054-0194

집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \longrightarrow X$의 개수를 구하시오.

집합 X의 모든 원소 x에 대하여 $xf(x)$는 짝수이다.

05

▸ 23054-0195

숫자 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열하여 만든 다섯 자리의 자연수 중에서 각 자리의 숫자 중 2가 두 번 나오는 짝수의 개수는?

① 54 ② 81 ③ 108
④ 135 ⑤ 162

06

▸ 23054-0196

숫자 1, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드를 다음 규칙에 따라 세 명의 학생 A, B, C에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 카드를 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.)

(가) 1이 적혀 있는 카드는 A가 받는다.
(나) 적어도 두 명의 학생은 카드를 받는다.

① 20 ② 40 ③ 60
④ 80 ⑤ 100

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$

유형 3 같은 것이 있는 순열

출제경향 | 같은 것이 2개 이상 있는 대상을 일렬로 나열하는 순열의 수를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 같은 것이 있는 순열의 수를 정확히 이해하여 중복순열과 구분할 수 있어야 한다. 특정한 몇몇 대상의 나열 순서가 이미 결정되어 있는 경우 그 대상들을 같은 것으로 생각하여 같은 것이 있는 순열의 수를 이용하여 경우의 수를 구한다.

필수 유형 3 | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 가 |

6개의 문자 a, a, a, b, b, c를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [3점]

① 52 ② 56 ③ 60 ④ 64 ⑤ 68

07

▸ 23054-0197

6개의 숫자 1, 1, 1, 3, 5, 5를 모두 일렬로 나열하여 만들 수 있는 여섯 자리의 자연수 중에서 5의 배수인 자연수의 개수는?

① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

08

▸ 23054-0198

6개의 문자 a, b, b, X, Y, Y를 다음 조건을 만족시키도록 모두 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하시오.

(가) 양 끝 모두에 소문자가 나온다.
(나) a의 바로 오른쪽 옆에는 대문자가 나온다.

09

▸ 23054-0199

한 개의 주사위를 네 번 던져 나온 눈의 수를 차례로 a, b, c, d라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는?

(가) a, b, c, d의 값 중 적어도 하나는 2이다.
(나) $a \times b \times c \times d = 24$

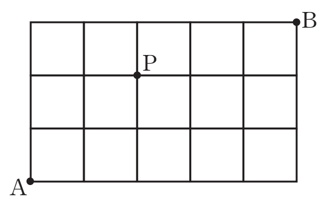
① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

유형 4 같은 것이 있는 순열의 활용 – 최단거리

출제경향 | 같은 것이 있는 순열의 수를 이용하여 제시된 도로망에서 최단거리로 이동하는 경우의 수를 구하는 문제가 출제된다.
출제유형잡기 | 조건에 맞게 최단거리로 가는 경로를 직사각형으로 나타낸 후 가로로 이동하는 횟수와 세로로 이동하는 횟수를 파악하여 같은 것이 있는 순열의 수를 이용하여 경우의 수를 구한다. 특정한 조건이 주어진 경우 반드시 지나야만 하는 점을 찾아 몇 개의 경우로 나누어 합의 법칙을 이용하여 경우의 수를 구한다.

필수 유형 4 | 2018학년도 대수능 6월 모의평가 |

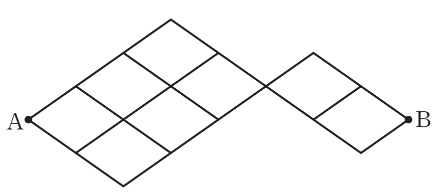
그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 P지점을 지나 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? [3점]



① 16 ② 18 ③ 20
④ 22 ⑤ 24

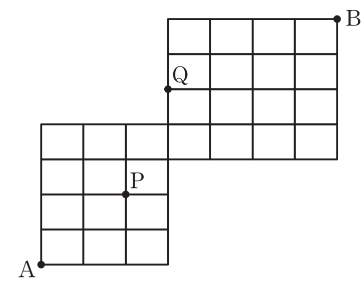
10 ▸ 23054-0200

그림과 같이 마름모 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수를 구하시오.



11 ▸ 23054-0201

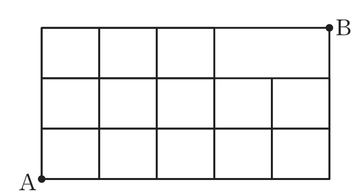
그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 P지점과 Q지점을 모두 지나 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는?



① 210 ② 240 ③ 270
④ 300 ⑤ 330

12 ▸ 23054-0202

그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는?



① 41 ② 43 ③ 45
④ 47 ⑤ 49

유형 5 중복조합

출제경향 | 서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택하는 경우의 수를 묻는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 중복조합의 뜻을 정확히 이해하고 선택하는 대상과 중복하여 선택하는 횟수를 정확히 파악하여 중복조합의 수를 구한다.

필수 유형 5 | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

빨간색 카드 4장, 파란색 카드 2장, 노란색 카드 1장이 있다. 이 7장의 카드를 세 명의 학생에게 남김없이 나누어 줄 때, 3가지 색의 카드를 각각 한 장 이상 받는 학생이 있도록 나누어 주는 경우의 수는? (단, 같은 색 카드끼리는 서로 구별하지 않고, 카드를 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

① 78 ② 84 ③ 90 ④ 96 ⑤ 102

13

▸ 23054-0203

같은 종류의 사탕 10개를 세 학생 A, B, C를 포함한 5명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 세 학생 A, B, C는 각각 2개 이상의 사탕을 받도록 나누어 주는 경우의 수는?

(단, 사탕을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.)

① 50 ② 60 ③ 70 ④ 80 ⑤ 90

14

▸ 23054-0204

1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 카드가 있다. 이 카드 중에서 중복을 허락하여 4장의 카드를 선택할 때, 선택된 4장의 카드에 적혀 있는 수의 합이 홀수가 되도록 선택하는 경우의 수는? (단, 각 숫자가 적혀 있는 카드는 4장 이상씩 있고, 같은 숫자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.)

① 220 ② 240 ③ 260 ④ 280 ⑤ 300

15

▸ 23054-0205

네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 빵 3개와 같은 종류의 우유 6병을 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는?

(단, 빵과 우유 중 어느 것도 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.)

(가) 적어도 두 명의 학생은 빵을 받는다.
(나) 빵을 받는 학생은 적어도 하나의 우유를 받는다.

① 420 ② 440 ③ 460 ④ 480 ⑤ 500

유형 6 중복조합의 활용

출제경향 | 방정식을 만족시키는 정수해의 순서쌍의 개수를 구하거나 대소 관계로 정의된 정수해의 순서쌍의 개수를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 문제를 이해하고 주어진 문제를 방정식을 만족시키는 음이 아닌 정수해의 순서쌍의 개수를 구하는 문제로 변형한다.

필수 유형 6 | 2022학년도 대수능 |

다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e)의 개수는? [3점]

(가) $a+b+c+d+e=12$
(나) $|a^2-b^2|=5$

① 30 ② 32 ③ 34
④ 36 ⑤ 38

16

▸ 23054-0206

방정식 $a+b+c+\frac{2}{d+1}=8$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는?

① 56 ② 60 ③ 64
④ 68 ⑤ 72

17

▸ 23054-0207

$1\le a<b\le c\le d<e\le 6$을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e)의 개수는?

① 42 ② 56 ③ 70
④ 84 ⑤ 98

18

▸ 23054-0208

다음 조건을 만족시키는 30000보다 작은 다섯 자리의 자연수의 개수는?

(가) 각 자리의 수 중에서 0의 개수는 1이다.
(나) 각 자리의 수의 합은 8이다.

① 60 ② 70 ③ 80
④ 90 ⑤ 100

유형 7 이항정리

출제경향 | $(a+b)^n$ 꼴의 식의 전개식에서 특정한 항의 계수를 구하거나 항의 계수 사이의 관계식을 만족시키는 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | n이 자연수일 때, $(a+b)^n$의 전개식의 일반항 ${}_n\mathrm{C}_r a^{n-r}b^r$에서 조건을 만족시키는 r의 값을 구한 후 구하고자 하는 항의 계수를 구한다.

필수 유형 7 | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

다항식 $(1+2x)^4$의 전개식에서 x^2의 계수는? [3점]

① 12 ② 16 ③ 20
④ 24 ⑤ 28

19
▸ 23054-0209

$\left(x^2-\dfrac{1}{2x}\right)^5$의 전개식에서 x^4의 계수는?

① $-\dfrac{5}{2}$ ② $-\dfrac{5}{4}$ ③ $\dfrac{5}{4}$
④ $\dfrac{5}{2}$ ⑤ 5

20
▸ 23054-0210

다항식 $(3x+ay)^4$의 전개식에서 xy^3의 계수가 -96일 때, x^2y^2의 계수는? (단, a는 실수이다.)

① 54 ② 108 ③ 162
④ 216 ⑤ 270

21
▸ 23054-0211

$\left(x+\dfrac{1}{x}\right)(x^2+a)^5$의 전개식에서 $\dfrac{1}{x}$의 계수가 32일 때, x의 계수는 b이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, a는 실수이다.)

유형 8 이항정리의 활용

출제경향 | 이항정리를 이용하여 $(1+x)^n$의 전개식에서 얻는 이항계수의 성질과 파스칼의 삼각형으로부터 얻는 이항계수의 성질을 이용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 자연수 n에 대하여 다음 항등식을 활용한다.

(1) ${}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n=2^n$

(2) ${}_n\mathrm{C}_0-{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2-{}_n\mathrm{C}_3+\cdots+(-1)^n{}_n\mathrm{C}_n=0$

(3) ${}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_2+\cdots+{}_n\mathrm{C}_{n-1}={}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_3+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n=2^{n-1}$ (단, n은 홀수)

${}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_2+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n={}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_3+\cdots+{}_n\mathrm{C}_{n-1}=2^{n-1}$ (단, n은 짝수)

(4) 파스칼의 삼각형이 좌우 대칭이므로

${}_{2n-1}\mathrm{C}_0+{}_{2n-1}\mathrm{C}_1+{}_{2n-1}\mathrm{C}_2+\cdots+{}_{2n-1}\mathrm{C}_{n-1}=2^{2n-2}$

${}_{2n-1}\mathrm{C}_n+{}_{2n-1}\mathrm{C}_{n+1}+{}_{2n-1}\mathrm{C}_{n+2}+\cdots+{}_{2n-1}\mathrm{C}_{2n-1}=2^{2n-2}$

필수 유형 8 | 2006학년도 대수능 9월 모의평가 |

자연수 n에 대하여

$$f(n)=\sum_{k=1}^{n}({}_{2k}\mathrm{C}_1+{}_{2k}\mathrm{C}_3+{}_{2k}\mathrm{C}_5+\cdots+{}_{2k}\mathrm{C}_{2k-1})$$

일 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

22
▸ 23054-0212

$\log_8\left(\sum_{k=0}^{6}{}_{13}\mathrm{C}_k\right)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

23
▸ 23054-0213

$\sum_{k=0}^{n}{}_{2n}\mathrm{C}_{2k}=\sum_{k=0}^{15}{}_{15}\mathrm{C}_k$를 만족시키는 자연수 n의 값을 구하시오.

24
▸ 23054-0214

학생 A를 포함하여 16명의 학생으로 구성된 학급에서 학생 A를 포함하여 짝수 명의 학생을 택하여 봉사활동을 가려고 한다. 봉사활동을 가는 학생을 정하는 경우의 수는?

① 2^{12} ② 2^{13} ③ 2^{14} ④ 2^{15} ⑤ 2^{16}

08 확률

1 시행과 사건

(1) **시행** : 동일한 조건에서 여러 번 반복할 수 있고, 그 결과가 우연에 의하여 결정되는 실험이나 관찰

(2) **표본공간** : 어떤 시행에서 일어날 수 있는 모든 결과들의 집합

참고 표본공간(sample space)은 보통 S로 나타내고, 공집합이 아닌 경우만 다룬다.

(3) **사건** : 표본공간의 부분집합

(4) **근원사건** : 한 개의 원소로 이루어진 사건

2 여러 가지 사건

표본공간이 S인 두 사건 A, B에 대하여

(1) 사건 A 또는 사건 B가 일어나는 사건을 $A\cup B$로 나타낸다.

(2) 사건 A와 사건 B가 동시에 일어나는 사건을 $A\cap B$로 나타낸다.

(3) **배반사건** : 두 사건 A와 B가 동시에 일어나지 않을 때, 즉 $A\cap B=\varnothing$일 때, 두 사건 A와 B는 서로 배반사건이라고 한다.

(4) **여사건** : 사건 A에 대하여 사건 A가 일어나지 않는 사건을 A의 여사건이라 하고, 기호로 A^C과 같이 나타낸다.

참고 $A\cap A^C=\varnothing$이므로 두 사건 A와 A^C은 서로 배반사건이다.

3 확률

(1) **확률** : 어떤 시행에서 사건 A가 일어날 가능성을 수로 나타낸 것을 사건 A의 확률이라 하고, 기호로 $\mathrm{P}(A)$와 같이 나타낸다.

(2) **수학적 확률** : 어떤 시행의 표본공간 S가 유한개의 근원사건으로 이루어져 있고 각각의 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같을 때, $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$로 정의하는 확률을 사건 A의 수학적 확률이라고 한다.

(3) **통계적 확률** : 같은 조건에서 동일한 시행을 n회 반복하였을 때, 사건 A가 일어난 횟수를 r_n이라 하자. n이 한없이 커짐에 따라 상대도수 $\dfrac{r_n}{n}$이 일정한 값 p에 가까워질 때, 이 값 p를 사건 A의 통계적 확률이라고 한다.

참고 통계적 확률을 구할 때 실제로는 시행 횟수 n을 한없이 크게 할 수 없으므로 n이 충분히 클 때의 상대도수 $\dfrac{r_n}{n}$을 통계적 확률로 생각한다. 또한 어떤 사건 A가 일어날 수학적 확률이 p일 때, 시행 횟수 n을 충분히 크게 하면 상대도수 $\dfrac{r_n}{n}$은 수학적 확률 p에 가까워진다는 것이 알려져 있다.

4 확률의 기본 성질

(1) 임의의 사건 A에 대하여 $0\le \mathrm{P}(A)\le 1$이다.

(2) 표본공간 S에 대하여 $\mathrm{P}(S)=1$이다.

(3) 절대로 일어날 수 없는 사건 $\varnothing$에 대하여 $\mathrm{P}(\varnothing)=0$이다.

5 확률의 덧셈정리

(1) 표본공간이 S인 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$$

(2) 두 사건 A와 B가 서로 배반사건이면 $\mathrm{P}(A\cap B)=0$이므로

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$$

6 여사건의 확률

사건 A와 그 여사건 A^C에 대하여

$$\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)$$

참고 두 사건 A, B와 그 각각의 여사건 A^C, B^C에 대하여

① $\mathrm{P}(A^C\cap B^C)=1-\mathrm{P}(A\cup B)$ ② $\mathrm{P}(A^C\cup B^C)=1-\mathrm{P}(A\cap B)$

7 조건부확률

표본공간이 S인 두 사건 A, B에 대하여 확률이 0이 아닌 사건 A가 일어났다고 가정할 때 사건 B가 일어날 확률을 사건 A가 일어났을 때의 사건 B의 조건부확률이라 하고, 기호로 $\mathrm{P}(B|A)$와 같이 나타내며 다음과 같이 정의한다.

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}\ (\text{단, } \mathrm{P}(A)>0)$$

참고 표본공간 S의 모든 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같을 때, $\mathrm{P}(B|A)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}$

8 확률의 곱셈정리

두 사건 A, B에 대하여 $\mathrm{P}(A)>0$, $\mathrm{P}(B)>0$일 때, 두 사건 A, B가 동시에 일어날 확률은

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A|B)$$

참고 $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A\cap B^C)$이므로 확률의 곱셈정리를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A\cap B^C)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A|B)+\mathrm{P}(B^C)\mathrm{P}(A|B^C)\ (\text{단, } 0<\mathrm{P}(B)<1)$$

9 사건의 독립과 종속

(1) 두 사건 A, B에 대하여 $\mathrm{P}(A)>0$, $\mathrm{P}(B)>0$이고 사건 A가 일어났을 때의 사건 B의 조건부확률이 사건 B가 일어날 확률과 같을 때, 즉

$$\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(B)$$

일 때, 두 사건 A와 B는 서로 독립이라고 한다.

참고 ① 두 사건 A와 B가 서로 독립이면 사건 A가 일어나는 것이 사건 B가 일어나는 확률에 영향을 주지 않는다.

② $0<\mathrm{P}(A)<1$, $0<\mathrm{P}(B)<1$인 두 사건 A와 B가 서로 독립이면 다음 두 사건도 서로 독립이다.

(i) A^C과 B (ii) A와 B^C (iii) A^C과 B^C

(2) 두 사건 A와 B가 서로 독립이 아닐 때, 두 사건 A와 B는 서로 종속이라고 한다.

(3) 두 사건 A와 B가 서로 독립이기 위한 필요충분조건은

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)\ (\text{단, } \mathrm{P}(A)>0,\ \mathrm{P}(B)>0)$$

10 독립시행의 확률

(1) **독립시행** : 동전이나 주사위를 여러 번 던지는 경우와 같이 동일한 시행을 반복할 때 각 시행에서 일어나는 사건이 서로 독립인 경우, 이러한 시행을 독립시행이라고 한다.

(2) **독립시행의 확률** : 한 번의 시행에서 사건 A가 일어날 확률이 p일 때, 이 시행을 n번 반복하는 독립시행에서 사건 A가 r번 일어날 확률은

$$_{n}\mathrm{C}_{r}p^{r}(1-p)^{n-r}\ (\text{단, } r=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

유형 1 수학적 확률

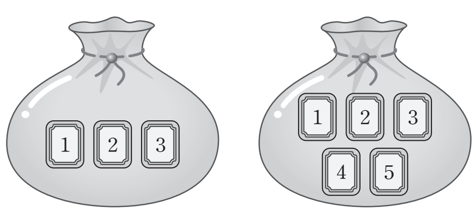
출제경향 | 어떤 시행에서 사건이 일어날 수학적 확률을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 표본공간 S의 각각의 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같을 때, 표본공간 S의 원소의 개수와 사건 A의 원소의 개수를 모두 구한 후 $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$임을 이용하여 사건 A의 수학적 확률을 구한다.

필수 유형 ❶ | 2023학년도 대수능 6월 모의평가 |

주머니 A에는 1부터 3까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 3장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 1부터 5까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있다. 두 주머니 A, B에서 각각 카드를 임의로 한 장씩 꺼낼 때, 꺼낸 두 장의 카드에 적힌 수의 차가 1일 확률은? [3점]

① $\dfrac{1}{3}$　② $\dfrac{2}{5}$　③ $\dfrac{7}{15}$
④ $\dfrac{8}{15}$　⑤ $\dfrac{3}{5}$



A　B

01

▸ 23054-0215

한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b라 할 때, $10a+b$가 35보다 작은 짝수일 확률은?

① $\dfrac{1}{6}$　② $\dfrac{7}{36}$　③ $\dfrac{2}{9}$
④ $\dfrac{1}{4}$　⑤ $\dfrac{5}{18}$

02

▸ 23054-0216

주머니 A에는 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있고, 주머니 B에는 숫자 2, 3, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 4개의 공이 들어 있고, 주머니 C에는 숫자 3, 4가 하나씩 적혀 있는 2개의 공이 들어 있다. 세 주머니 A, B, C에서 각각 임의로 공을 한 개씩 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적힌 수를 각각 a, b, c라 하자. $\dfrac{ab}{c}$의 값이 자연수일 확률은?

① $\dfrac{1}{4}$　② $\dfrac{7}{24}$　③ $\dfrac{1}{3}$
④ $\dfrac{3}{8}$　⑤ $\dfrac{5}{12}$

A　B　C

03

▸ 23054-0217

숫자 2, 4, 6, 8, 10, 12, 15가 하나씩 적힌 7장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적힌 두 수의 합을 a, 두 수의 곱을 b라 하자. a와 b가 서로소일 확률은?

① $\dfrac{1}{21}$　② $\dfrac{1}{7}$　③ $\dfrac{5}{21}$
④ $\dfrac{1}{3}$　⑤ $\dfrac{3}{7}$

유형 2 순열과 조합의 수를 이용한 확률

출제경향 | 순열의 수와 조합의 수를 이용하여 경우의 수를 구한 후 확률을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 순열, 원순열, 같은 것이 있는 순열, 중복순열 등 다양한 순열의 수와 조합, 중복조합 등 다양한 조합의 수를 이용하여 시행에서 일어날 수 있는 모든 경우의 수와 사건이 일어나는 경우의 수를 구한 후 확률을 구한다.

필수 유형 ❷ | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 네 자리의 자연수 중에서 임의로 하나의 수를 선택할 때, 선택한 수가 3500보다 클 확률은? [3점]

① $\frac{9}{25}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{11}{25}$
④ $\frac{12}{25}$ ⑤ $\frac{13}{25}$

04

▸ 23054-0218

숫자 0, 1, 2, 3, 4를 모두 일렬로 나열하여 만든 다섯 자리의 자연수 중에서 임의로 하나를 택할 때, 택한 자연수가 홀수일 확률은?

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{19}{48}$ ③ $\frac{5}{12}$
④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{11}{24}$

05

▸ 23054-0219

2부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 4개의 공에 적힌 수 중에서 가장 작은 수가 3의 배수일 확률은?

① $\frac{13}{42}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{14}$
④ $\frac{8}{21}$ ⑤ $\frac{17}{42}$

06

▸ 23054-0220

빨간 공 2개, 노란 공 3개, 파란 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 세 가지 색의 공이 각각 한 개 이상씩 나올 확률은?

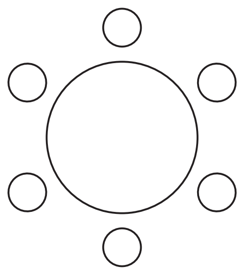
① $\frac{11}{21}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{13}{21}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

07

▸ 23054-0221

1학년 학생 3명과 2학년 학생 3명이 있다. 이 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 임의로 둘러앉을 때, 같은 학년끼리는 이웃하지 않도록 앉을 확률은?

① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{15}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{7}{60}$



08

▸ 23054-0222

$1\le a\le b\le c\le d\le 6$을 만족시키는 자연수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍 (a, b, c, d)가 $a+d=6$을 만족시킬 확률은?

① $\frac{11}{63}$ ② $\frac{4}{21}$ ③ $\frac{13}{63}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{21}$

09

▸ 23054-0223

집합 $X=\{0, 1, 2, 3\}$에 대하여 X에서 X로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은?

(가) 집합 X의 임의의 서로 다른 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1x_2\ne 0$이면 $f(x_1)f(x_2)=0$이다.
(나) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 2 이상이다.

① $\frac{9}{64}$ ② $\frac{37}{256}$ ③ $\frac{19}{128}$ ④ $\frac{39}{256}$ ⑤ $\frac{5}{32}$

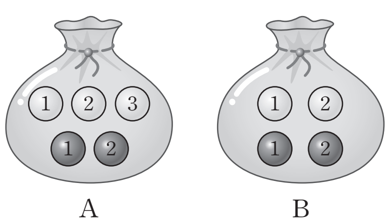
10

▸ 23054-0224

주머니 A에는 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 흰 공 3개와 숫자 1, 2가 하나씩 적혀 있는 검은 공 2개가 들어 있고, 주머니 B에는 숫자 1, 2가 하나씩 적혀 있는 흰 공 2개와 숫자 1, 2가 하나씩 적혀 있는 검은 공 2개가 들어 있다. 주머니 A와 B에서 임의로 각각 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 4개의 공이 다음 조건을 만족시킬 확률은?

(가) 꺼낸 4개의 공에 적혀 있는 네 수의 합은 8이다.
(나) 꺼낸 4개의 공에는 흰 공과 검은 공이 모두 포함된다.

① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{3}{20}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{11}{60}$ ⑤ $\frac{1}{5}$



유형 3 확률의 덧셈정리

출제경향 | 확률의 덧셈정리를 이용하여 확률을 구하는 문제가 출제된다.
출제유형잡기 | 주어진 사건의 확률 또는 경우의 수를 한 번에 구하기 어려운 경우, 사건이 일어날 경우를 몇 가지로 나누고 확률의 덧셈정리를 이용하여 확률을 구한다.

필수 유형 3 | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b라 할 때, $|a-3|+|b-3|=2$이거나 $a=b$일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

11

▸ 23054-0225

두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A)=2\mathrm{P}(B),\ \mathrm{P}(A\cup B)+\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은?

① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{17}{36}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{19}{36}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

12

▸ 23054-0226

한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수의 곱이 20 이상이거나 홀수일 확률은?

① $\frac{13}{36}$ ② $\frac{7}{18}$ ③ $\frac{5}{12}$
④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{17}{36}$

13

▸ 23054-0227

방정식 $a+b+c+d=5$를 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍 (a, b, c, d)가 $ab=0$을 만족시킬 확률은?

① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{17}{28}$ ③ $\frac{9}{14}$
④ $\frac{19}{28}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

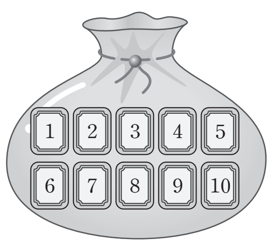
유형 4 여사건의 확률

출제경향 | 여사건을 이용하여 확률을 구하는 문제가 출제된다.
출제유형잡기 | 사건 A의 확률보다 그 여사건 A^C의 확률을 구하는 것이 더 쉬울 때, $\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)$임을 이용하여 문제를 해결한다.

필수 유형 4 | 2022학년도 대수능 |

1부터 10까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 카드 3장을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적혀 있는 세 자연수 중에서 가장 작은 수가 4 이하이거나 7 이상일 확률은? [3점]

① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{13}{15}$
④ $\frac{9}{10}$ ⑤ $\frac{14}{15}$



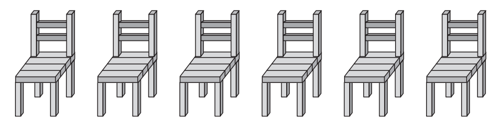
14
▸ 23054-0228

1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 카드 3장을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적혀 있는 세 자연수의 곱이 3의 배수일 확률은?

① $\frac{31}{42}$ ② $\frac{16}{21}$ ③ $\frac{11}{14}$
④ $\frac{17}{21}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

15
▸ 23054-0229

학생 A, B, C를 포함한 6명의 학생이 있다. 이 6명의 학생이 그림과 같이 일렬로 나열된 6개의 의자 중 임의로 1개씩 택하여 앉을 때, A, B, C 중 적어도 한 명이 양 끝의 의자에 앉을 확률은?



① $\frac{7}{10}$ ② $\frac{11}{15}$ ③ $\frac{23}{30}$
④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

16
▸ 23054-0230

집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$에서 집합 $Y=\{1, 2, 3\}$으로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 선택한 함수가

$$f(1)+f(2)+f(3)>f(4)+1$$

을 만족시킬 확률은?

① $\frac{8}{9}$ ② $\frac{74}{81}$ ③ $\frac{76}{81}$
④ $\frac{26}{27}$ ⑤ $\frac{80}{81}$

유형 5 조건부확률

출제경향 | 조건부확률의 정의를 이용하여 확률의 값을 구하는 계산 문제나 다양한 상황에서 조건부확률을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 조건부확률의 정의를 이해하고, 확률의 덧셈정리와 여사건의 확률 등을 이용하여 문제를 해결한다. 특히 '사건 A가 일어났을 때, 사건 B가 일어날 확률'을 구하는 문제는 $\mathrm{P}(A)$와 $\mathrm{P}(A\cap B)$를 각각 구한 다음

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$$

임을 이용하여 해결한다. 또 상황이 표로 제시된 경우 사건 A와 사건 $A\cap B$의 원소의 개수를 이용하여

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}$$

와 같이 간단하게 구할 수 있다.

필수 유형 5 | 2018학년도 대수능 |

한 개의 주사위를 두 번 던진다. 6의 눈이 한 번도 나오지 않을 때, 나온 두 눈의 수의 합이 4의 배수일 확률은? [3점]

① $\frac{4}{25}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{6}{25}$
④ $\frac{7}{25}$ ⑤ $\frac{8}{25}$

17

▸ 23054-0231

두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{4},\ \mathrm{P}(B)=\frac{2}{3},\ \mathrm{P}(B|A)=\frac{1}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(B^C|A^C)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.)

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

18

▸ 23054-0232

두 음료 매장 A, B가 있다. A 매장 고객 100명과 B 매장 고객 150명을 대상으로 개인컵과 일회용컵 이용 여부를 조사하였다. 이 조사에 참여한 고객은 개인컵과 일회용컵 중 한 개의 컵만을 이용하였고, 개인컵과 일회용컵을 이용한 고객의 수는 다음과 같다.

(단위 : 명)

구분	개인컵	일회용컵	합계
A 매장 고객	20	80	100
B 매장 고객	50	100	150
합계	70	180	250

이 조사에 참여한 고객 250명 중에서 임의로 선택한 1명이 개인컵을 이용한 고객일 때, 이 고객이 B 매장 고객일 확률은?
(단, 고객은 두 매장 중 한 매장만 이용한다.)

① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{9}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

19

▸ 23054-0233

숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9가 하나씩 적혀 있는 10개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후 다시 넣지 않는 시행을 한다. 이 시행을 3번 반복하여 확인한 3개의 수를 차례로 a, b, c라 하자. $a>b>c$일 때, $100a+10b+c$가 5의 배수일 확률은?

① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{7}{20}$ ③ $\frac{2}{5}$
④ $\frac{9}{20}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

확률과 통계

정답과 풀이 64쪽

유형 6 확률의 곱셈정리

출제경향 | 확률의 곱셈정리를 이용하여 확률을 구하는 문제가 출제된다.

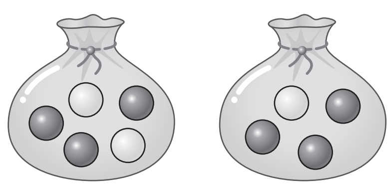
출제유형잡기 | 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)$$
$$=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A|B)\ (\text{단, } \mathrm{P}(A)>0,\ \mathrm{P}(B)>0)$$

필수 유형 6 | 2014학년도 대수능 |

주머니 A에는 흰 공 2개와 검은 공 3개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 1개와 검은 공 3개가 들어 있다. 주머니 A에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 흰 공이면 흰 공 2개를 주머니 B에 넣고 검은 공이면 검은 공 2개를 주머니 B에 넣은 후, 주머니 B에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때 꺼낸 공이 흰 공일 확률은? [4점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{7}{30}$
④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{3}{10}$



A B

20

▸ 23054-0234

흰 공 2개와 검은 공 5개가 들어 있는 주머니가 있다. 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수가 3의 배수이면 이 주머니에서 임의로 세 개의 공을 동시에 꺼내고, 3의 배수가 아니면 이 주머니에서 임의로 두 개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공 중 흰 공이 2개일 확률은?

① $\frac{4}{63}$ ② $\frac{5}{63}$ ③ $\frac{2}{21}$
④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{8}{63}$

21

▸ 23054-0235

숫자 1, 1, 1, 2, 2, 3이 하나씩 적힌 공 6개가 들어 있는 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낸 후, 다시 임의로 1개의 공을 꺼낸다. 첫 번째 꺼낸 2개의 공에 적힌 두 수의 합이 4이고 두 번째 꺼낸 1개의 공에 적힌 수가 홀수일 확률은?

(단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.)

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

22

▸ 23054-0236

수직선의 원점에 점 P가 있다. 세 개의 동전을 동시에 던져서 모두 같은 면이 나오면 점 P를 양의 방향으로 1만큼 이동시키고, 모두 같은 면이 나온 경우가 아니면 점 P를 음의 방향으로 1만큼 이동시키는 시행을 한다. 이 시행을 5번 반복한 후 처음으로 점 P의 좌표가 1일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

유형 7 서로 독립인 두 사건의 확률

출제경향 | 두 사건이 서로 독립인지를 판단하는 문제, 두 사건이 서로 독립임을 이용하여 확률을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 두 사건 A와 B가 서로 독립일 때

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$ (단, $\mathrm{P}(A)>0$, $\mathrm{P}(B)>0$)

필수 유형 7 | 2016학년도 대수능 9월 모의평가 |

두 사건 A, B가 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{6},\ \mathrm{P}(A\cap B^C)+\mathrm{P}(A^C\cap B)=\frac{1}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

23 ▶ 23054-0237

두 사건 A와 B가 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\frac{4}{5},\ \mathrm{P}(A|B)+\mathrm{P}(A|B^C)=\frac{2}{5}$$

일 때, $\mathrm{P}(B^C)$의 값은? (단, B^C은 B의 여사건이다.)

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

24 ▶ 23054-0238

여학생이 80명이고 남학생이 120명인 어느 학교 전체 학생을 대상으로 두 생활복 디자인 A, B에 대한 선호도를 조사하였다. 이 학교의 200명의 학생은 디자인 A와 디자인 B 중에서 하나만 선택하였고, 디자인 A를 선택한 학생은 160명이었다. 이 학교 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 여학생인 사건과 디자인 A를 선택한 학생인 사건은 서로 독립이다. 이 학교 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 남학생일 때, 이 학생이 디자인 A를 선택한 학생일 확률은?

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

25 ▶ 23054-0239

주머니 A에는 흰 공 3개와 검은 공 2개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 1개와 검은 공 3개가 들어 있다. 두 주머니 A, B에서 각각 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공이 흰 공 1개, 검은 공 3개일 확률은?

① $\frac{7}{20}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{9}{20}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{11}{20}$

26

▸ 23054-0240

주머니에 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적힌 10개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때 짝수가 적힌 공이 나오는 사건을 A, 10 이하의 자연수 m에 대하여 m의 약수가 적힌 공이 나오는 사건을 B라 하자. 두 사건 A와 B가 서로 독립이 되도록 하는 모든 m의 값의 합은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

27

▸ 23054-0241

한 개의 주사위를 한 번 던져서 나오는 눈의 수의 집합을 표본공간 S라 할 때, 표본공간 S의 두 사건 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $n(A)=4$, $n(B)=3$
(나) 두 사건 A와 B는 서로 독립이다.

두 사건 A, B의 모든 순서쌍 (A, B)의 개수는?

① 144 ② 156 ③ 168 ④ 180 ⑤ 192

유형 8 독립시행의 확률

출제경향 | 독립시행의 확률을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 한 번의 시행에서 사건 A가 일어날 확률이 p일 때, 이 시행을 n번 반복하는 독립시행에서 사건 A가 r번 일어날 확률은

$${}_{n}\mathrm{C}_{r}\,p^{r}(1-p)^{n-r}\ (r=0, 1, 2, \cdots, n)$$

필수 유형 8 | 2020학년도 대수능 |

한 개의 동전을 7번 던질 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

(가) 앞면이 3번 이상 나온다.
(나) 앞면이 연속해서 나오는 경우가 있다.

① $\frac{11}{16}$ ② $\frac{23}{32}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{25}{32}$ ⑤ $\frac{13}{16}$

28

▸ 23054-0242

주머니에 숫자 1이 적힌 공이 2개, 숫자 2가 적힌 공이 1개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공에 적힌 숫자를 확인한 후 다시 주머니에 넣는 시행을 한다. 이 시행을 5번 반복할 때, 5번의 시행 후 숫자 1이 적힌 공이 나온 총 횟수가 숫자 2가 적힌 공이 나온 총 횟수보다 작을 확률은?

① $\frac{5}{27}$ ② $\frac{16}{81}$ ③ $\frac{17}{81}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{19}{81}$

29

▸ 23054-0243

한 개의 주사위를 4번 던져서 나온 눈의 수를 모두 곱한 수가 9의 배수일 확률은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{10}{27}$ ③ $\frac{11}{27}$
④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{13}{27}$

30

▸ 23054-0244

A반 2명, B반 2명, C반 2명, D반 2명, E반 2명으로 구성된 10명의 학생이 있다. 이 10명의 학생이 축구, 농구, 달리기 중에서 임의로 한 종목씩 택할 때, 5개 반 중에서 같은 반 학생끼리 같은 종목을 택한 반이 2개 이상일 확률은?

① $\frac{130}{243}$ ② $\frac{131}{243}$ ③ $\frac{44}{81}$
④ $\frac{133}{243}$ ⑤ $\frac{134}{243}$

31

▸ 23054-0245

한 개의 동전을 4번 던질 때 앞면이 나온 횟수를 a라 하고 한 개의 주사위를 4번 던질 때 5 이상의 눈의 수가 나온 횟수를 b라 하자. $a \geq 3$이고 $b > 0$일 확률이 p일 때, 6^4p의 값을 구하시오.

32

▸ 23054-0246

2개의 주사위를 동시에 던져서 나온 눈의 수의 합이 7이면 6개의 동전을 던지고, 나온 눈의 수의 합이 7이 아니면 4개의 동전을 던지는 시행을 한다. 이 시행을 한 번 할 때, 앞면이 나온 동전과 뒷면이 나온 동전의 개수가 서로 같을 확률은?

① $\frac{31}{96}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{11}{32}$
④ $\frac{17}{48}$ ⑤ $\frac{35}{96}$

09 통계

1 이산확률변수와 확률분포

(1) 이산확률변수

표본공간의 각 원소에 단 하나의 실수를 대응시키는 함수를 확률변수라 하고, 기호로 X, Y, $\cdots$와 같이 나타낸다. 특히 확률변수 X가 가지는 값이 유한개이거나 자연수와 같이 셀 수 있을 때, 이 확률변수를 이산확률변수라고 한다.

(2) 이산확률변수의 확률분포

이산확률변수 X가 가지는 값이 x_1, x_2, x_3, $\cdots$, x_n이고, X가 이들 값을 가질 확률이 각각 p_1, p_2, p_3, $\cdots$, p_n일 때, 이 대응 관계를 이산확률변수 X의 확률분포라고 한다. 이때 이 대응 관계를 나타내는 다음 함수를 이산확률변수 X의 확률질량함수라고 한다.

$\mathrm{P}(X=x_i)=p_i$ $(i=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n)$

참고 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	x_1	x_2	x_3	$\cdots$	x_n	합계
$\mathrm{P}(X=x_i)$	p_1	p_2	p_3	$\cdots$	p_n	1

참고 (1) $0\le p_i\le 1$　　(2) $\sum\limits_{i=1}^{n} p_i=1$

(3) 이산확률변수의 평균, 분산, 표준편차

이산확률변수 X의 확률질량함수가 $\mathrm{P}(X=x_i)=p_i$ $(i=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n)$일 때

① 기댓값(평균) : $\mathrm{E}(X)=m=x_1p_1+x_2p_2+x_3p_3+\cdots+x_np_n=\sum\limits_{i=1}^{n} x_ip_i$

② 분산 : $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}((X-m)^2)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

③ 표준편차 : $\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}$

참고 $\mathrm{E}((X-m)^2)=\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-m)^2p_i$, $\mathrm{E}(X^2)=\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2p_i$

2 평균, 분산, 표준편차의 성질

확률변수 X와 임의의 두 상수 a, b $(a\ne 0)$에 대하여

(1) $\mathrm{E}(aX+b)=a\mathrm{E}(X)+b$

(2) $\mathrm{V}(aX+b)=a^2\mathrm{V}(X)$

(3) $\sigma(aX+b)=|a|\sigma(X)$

3 이항분포

(1) 이항분포의 뜻

한 번의 시행에서 사건 A가 일어날 확률이 p일 때, n번의 독립시행에서 사건 A가 일어나는 횟수를 확률변수 X라 하면 X의 확률질량함수는

$\mathrm{P}(X=k)={}_n\mathrm{C}_k\,p^kq^{n-k}$ $(k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n$이고 $q=1-p)$

이다. 이와 같은 확률변수 X의 확률분포를 이항분포라 하고, 기호로 $\mathrm{B}(n,\ p)$와 같이 나타낸다.

(2) 이항분포의 평균, 분산, 표준편차

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따를 때

① $\mathrm{E}(X)=np$

② $\mathrm{V}(X)=npq$ (단, $q=1-p$)

③ $\sigma(X)=\sqrt{npq}$ (단, $q=1-p$)

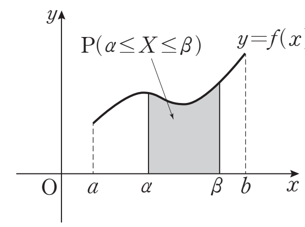
4 연속확률변수와 확률분포

(1) 연속확률변수

확률변수 X가 어떤 구간에 속하는 모든 실숫값을 가질 때, 확률변수 X를 연속확률변수라고 한다.

(2) 연속확률변수의 확률분포

연속확률변수 X가 $a\le X\le b$의 모든 실숫값을 가질 때, 다음 조건을 만족시키는 함수 $f(x)$를 연속확률변수 X의 확률밀도함수라고 한다.



① $f(x)\ge 0$

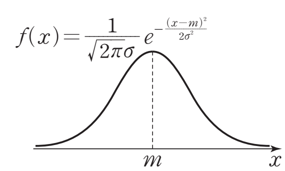
② 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이는 1이다.

③ 확률 $\mathrm{P}(\alpha\le X\le\beta)$는 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=\alpha$, $x=\beta$로 둘러싸인 부분의 넓이와 같다. (단, $a\le\alpha\le\beta\le b$)

5 정규분포

(1) 정규분포

연속확률변수 X가 모든 실숫값을 가지고 X의 확률밀도함수 $f(x)$가 두 상수 m, σ $(\sigma>0)$에 대하여



$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}\ (e\text{는 } 2.718\cdots\text{인 무리수})$$

일 때, 연속확률변수 X의 확률분포를 정규분포라고 한다. 이때 연속확률변수 X의 평균과 표준편차는 각각 m, σ임이 알려져 있는데 평균이 m, 표준편차가 σ인 정규분포를 기호로 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$과 같이 나타낸다.

(2) 표준정규분포

평균이 0, 표준편차가 1인 정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 표준정규분포라고 한다.

(3) 정규분포와 표준정규분포의 관계

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따를 때, 확률변수 $Z=\frac{X-m}{\sigma}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다. 이때 확률변수 X를 확률변수 Z로 바꾸는 것을 표준화한다고 하며 이를 이용하여 확률변수 X의 확률을 구한다.

6 이항분포와 정규분포의 관계

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따르고 n이 충분히 클 때, X는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(np,\ npq)$를 따른다. (단, $q=1-p$)

7 모평균의 추정

(1) 표본평균의 분포

모평균이 m, 모표준편차가 σ인 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균을 $\overline{X}$라 하면

① $\mathrm{E}(\overline{X})=m$, $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}$, $\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

② 모집단이 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르면 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \frac{\sigma^2}{n}\right)$을 따른다.

(2) 모평균의 추정

정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본의 표본평균 $\overline{X}$의 값이 $\overline{x}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰구간은 다음과 같다.

① 신뢰도 95 %의 신뢰구간 : $\overline{x}-1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{x}+1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

② 신뢰도 99 %의 신뢰구간 : $\overline{x}-2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{x}+2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

참고 모표준편차 σ를 모르는 경우 n이 충분히 클 때에는 σ 대신 표본표준편차 s를 사용할 수 있다는 것이 알려져 있다.

유형 1 이산확률변수의 확률분포

출제경향 | 이산확률변수의 확률분포를 이해하고 있는지를 묻는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 이산확률변수 X의 확률질량함수가
$\mathrm{P}(X=x_i)=p_i$ $(i=1, 2, 3, \cdots, n)$일 때
(1) $0\le p_i\le 1$
(2) $p_1+p_2+p_3+\cdots+p_n=1$

필수 유형 1

이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-1	0	1	2	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$5b$	$2a$	$3a$	b	1

$\mathrm{P}(X^2-3X<0)=\frac{7}{16}$일 때, $a-b$의 값은?

① $-\frac{3}{16}$ ② $-\frac{1}{8}$ ③ $-\frac{1}{16}$
④ $\frac{1}{16}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

01

▸ 23054-0247

이산확률변수 X의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(X=x)=\frac{x^2}{k}\ (x=1, 2, 3, 4)$$

일 때, $k\times \mathrm{P}\left(X\ge\frac{40}{k}\right)$의 값을 구하시오.

(단, k는 0이 아닌 상수이다.)

02

▸ 23054-0248

7 이상의 자연수 n에 대하여 이산확률변수 X가 가질 수 있는 값이 $1, 2, 3, \cdots, n$이고 X의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(X=x)=\begin{cases}\frac{1}{x(x+1)} & (x=1, 2, 3, \cdots, n-1)\\ \frac{1}{12} & (x=n)\end{cases}$$

일 때, $\mathrm{P}(2<X<n-3)$의 값은?

① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$
④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

03

▸ 23054-0249

1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 공 9개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 홀수가 적힌 공의 개수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{P}(X<3)$의 값은?

① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{9}{14}$ ③ $\frac{5}{7}$
④ $\frac{11}{14}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

유형 2 이산확률변수의 평균, 분산, 표준편차

출제경향 | 이산확률변수의 확률분포를 이해하고, 평균, 분산, 표준편차를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 이산확률변수 X의 확률질량함수가 $\mathrm{P}(X=x_i)=p_i$ $(i=1, 2, 3, \cdots, n)$일 때

(1) 기댓값(평균) : $\mathrm{E}(X)=m=\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$

(2) 분산 : $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}((X-m)^2)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

(3) 표준편차 : $\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}$

필수 유형 ❷ | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

두 이산확률변수 X, Y의 확률분포를 표로 나타내면 각각 다음과 같다.

X	1	3	5	7	9	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	b	c	b	a	1

Y	1	3	5	7	9	합계
$\mathrm{P}(Y=y)$	$a+\frac{1}{20}$	b	$c-\frac{1}{10}$	b	$a+\frac{1}{20}$	1

$\mathrm{V}(X)=\frac{31}{5}$일 때, $10\times\mathrm{V}(Y)$의 값을 구하시오. [4점]

04

▸ 23054-0250

이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	3	5	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	b	$2a+b$	1

$\mathrm{E}(X)=\frac{15}{4}$일 때, $a-2b$의 값은?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

05

▸ 23054-0251

이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-1	0	1	2	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	$2a$	$a+b$	$a-b$	1

$\mathrm{V}(X)+\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{9}{10}$일 때, $\mathrm{P}(X<2)$의 값은?

① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{17}{20}$ ④ $\frac{9}{10}$ ⑤ $\frac{19}{20}$

06

▸ 23054-0252

이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	4	8	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$1-a$	a^2	a^3	a^3	1

$\mathrm{V}(X)$의 값은? (단, $a>0$)

① $\frac{17}{4}$ ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{19}{4}$ ④ 5 ⑤ $\frac{21}{4}$

확률과 통계

07

▸ 23054-0253

숫자 1, 1, 2, 2, 2, 4가 하나씩 적힌 6개의 공이 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적힌 수를 확률변수 X라 하자. $\sigma(X)$의 값은?

① 1 ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

08

▸ 23054-0254

숫자 1, 2, 3이 하나씩 적힌 흰 공 3개와 숫자 1, 2가 하나씩 적힌 검은 공 2개가 들어 있는 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적힌 두 수의 합을 확률변수 X라 하자. $\mathrm{E}(X)$의 값은?

① $\frac{14}{5}$ ② $\frac{16}{5}$ ③ $\frac{18}{5}$ ④ 4 ⑤ $\frac{22}{5}$

유형 3 평균, 분산, 표준편차의 성질

출제경향 | 이산확률변수의 평균, 분산, 표준편차의 성질을 이용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 이산확률변수 X에 대하여 확률변수 $aX+b$ (a, b는 상수, $a\neq0$)의 평균, 분산, 표준편차는 다음과 같다.

(1) $\mathrm{E}(aX+b)=a\mathrm{E}(X)+b$
(2) $\mathrm{V}(aX+b)=a^2\mathrm{V}(X)$
(3) $\sigma(aX+b)=|a|\sigma(X)$

필수 유형 ❸ | 2021학년도 대수능 9월 모의평가 |

두 이산확률변수 X, Y의 확률분포를 표로 나타내면 각각 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	b	c	d	1

Y	11	21	31	41	합계
$\mathrm{P}(Y=y)$	a	b	c	d	1

$\mathrm{E}(X)=2$, $\mathrm{E}(X^2)=5$일 때, $\mathrm{E}(Y)+\mathrm{V}(Y)$의 값을 구하시오. [4점]

09

▸ 23054-0255

이산확률변수 X에 대하여

$$\mathrm{E}(3X+1)=10,\ \mathrm{E}(X^2)=12$$

일 때, $\mathrm{V}(-2X+1)$의 값은?

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

10

▸ 23054-0256

주머니에 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적힌 공 6개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공 중에서 6의 약수가 적힌 공의 개수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{V}(aX-3)=4$일 때, 양수 a의 값은?

① $\sqrt{10}$　② $2\sqrt{3}$　③ $\sqrt{14}$　④ 4　⑤ $3\sqrt{2}$

11

▸ 23054-0257

상자 A에는 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 4개의 공이 들어 있고, 상자 B에는 숫자 7, 14, 21, 28이 하나씩 적혀 있는 4개의 공이 들어 있다. 두 상자 A, B에서 각각 공을 1개씩 임의로 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 각각 확률변수 X, Y라 하자. $\sigma(X)+\sigma(Y)$의 값은?

① $\frac{5\sqrt{5}}{2}$　② $3\sqrt{5}$　③ $\frac{7\sqrt{5}}{2}$　④ $4\sqrt{5}$　⑤ $\frac{9\sqrt{5}}{2}$

유형 4 이항분포

출제경향 | 이항분포를 따르는 확률변수의 평균, 분산, 표준편차를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 이산확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n, p)$를 따를 때

(1) $\mathrm{E}(X)=np$

(2) $\mathrm{V}(X)=npq$ (단, $q=1-p$)

(3) $\sigma(X)=\sqrt{npq}$ (단, $q=1-p$)

필수 유형 4

| 2009학년도 대수능 |

두 주사위 A, B를 동시에 던질 때, 나오는 각각의 눈의 수 m, n에 대하여 $m^2+n^2\le 25$가 되는 사건을 E라 하자. 두 주사위 A, B를 동시에 던지는 12회의 독립시행에서 사건 E가 일어나는 횟수를 확률변수 X라 할 때, X의 분산 $\mathrm{V}(X)$는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

12

▸ 23054-0258

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{4}\right)$을 따르고

$$\mathrm{V}(2X+1)+\mathrm{E}(2X+1)=76$$

일 때, n의 값은?

① 45　② 50　③ 55　④ 60　⑤ 65

정답과 풀이 72쪽

13

▸ 23054-0259

두 개의 주사위를 동시에 던져서 나온 두 주사위의 눈의 수의 차가 4 이상이면 3점을 얻고, 그렇지 않으면 1점을 잃는 시행을 한다. 이 시행을 45번 반복한 후 받은 점수의 합을 확률변수 X라 할 때, $\mathrm{E}(X)$의 값은?

① -15 ② -13 ③ -11
④ -9 ⑤ -7

14

▸ 23054-0260

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따르고 다음 조건을 만족시킬 때, $\mathrm{E}(X^2)$의 값을 구하시오.

(가) $\mathrm{P}(X=n-1)=100\mathrm{P}(X=n)$
(나) $\mathrm{E}(X)=5$

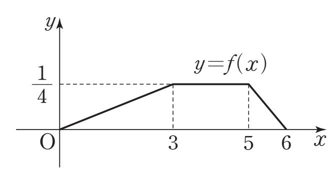
유형 5 연속확률변수

출제경향 | 연속확률변수의 확률밀도함수를 이용하여 확률을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 연속확률변수 X가 $a\le X\le b$에 속하는 모든 실숫값을 가지고 X의 확률밀도함수가 $f(x)$일 때
(1) $f(x)\ge 0$
(2) 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이는 1이다.
(3) 연속확률변수 X에 대하여 $\mathrm{P}(\alpha\le X\le\beta)$는 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=\alpha$, $x=\beta$로 둘러싸인 부분의 넓이와 같다. (단, $a\le\alpha\le\beta\le b$)

필수 유형 ⑤ | 2022학년도 대수능 |

두 연속확률변수 X와 Y가 갖는 값의 범위는 $0\le X\le 6$, $0\le Y\le 6$이고, X와 Y의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$, $g(x)$이다. 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프는 그림과 같다.



$0\le x\le 6$인 모든 x에 대하여

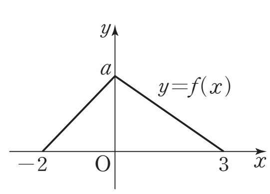
$f(x)+g(x)=k$ (k는 상수)

를 만족시킬 때, $\mathrm{P}(6k\le Y\le 15k)=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

15

▸ 23054-0261

연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $-2\le X\le 3$이고, 확률변수 X의 확률밀도함수 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같다. $a+\mathrm{P}(|X|\le 1)$의 값은? (단, a는 양수이다.)



① $\dfrac{31}{30}$ ② $\dfrac{16}{15}$ ③ $\dfrac{11}{10}$
④ $\dfrac{17}{15}$ ⑤ $\dfrac{7}{6}$

16

▸ 23054-0262

연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0\le X\le a$이고, 확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)=2x+b$이다.

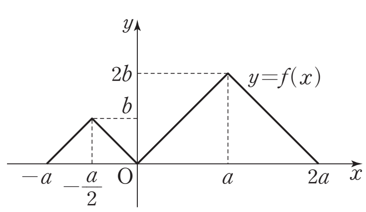
$P\left(0\le X\le \frac{a}{2}\right)=\frac{3}{8}$일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은? (단, $b>0$)

① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\sqrt{2}$
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

17

▸ 23054-0263

두 양수 a, b에 대하여 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위가 $-a\le X\le 2a$이고, 확률변수 X의 확률밀도함수 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같다. $P\left(-a\le X\le \frac{3}{2}a-5b\right)=\frac{3}{5}$일 때, $a+b$의 값은?



① $\frac{8}{5}$ ② $\frac{9}{5}$ ③ 2
④ $\frac{11}{5}$ ⑤ $\frac{12}{5}$

유형 6 정규분포

출제경향 | 연속확률변수 X가 정규분포를 따를 때, 정규분포곡선을 이해하고 있는지를 묻는 문제, 표준정규분포를 이용하여 확률을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 확률변수 X가 정규분포 $N(m, \sigma^2)$을 따를 때, 정규분포곡선은 다음과 같다.
① 직선 $x=m$에 대하여 대칭이고 종 모양의 곡선이다.
② m의 값이 일정할 때, σ의 값이 커질수록 곡선은 낮아지면서 옆으로 퍼진다.
③ 곡선과 x축 사이의 넓이는 1이다.
(2) 확률변수 X가 정규분포 $N(m, \sigma^2)$을 따를 때, 확률변수 X에 대한 확률은 $Z=\frac{X-m}{\sigma}$으로 표준화한 후 표준정규분포 $N(0, 1)$을 이용하여 구한다.

필수 유형 6 | 2021학년도 대수능 |

확률변수 X는 평균이 8, 표준편차가 3인 정규분포를 따르고, 확률변수 Y는 평균이 m, 표준편차가 σ인 정규분포를 따른다. 두 확률변수 X, Y가

$P(4\le X\le 8)+P(Y\ge 8)=\frac{1}{2}$

을 만족시킬 때, $P\left(Y\le 8+\frac{2\sigma}{3}\right)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0\le Z\le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.8351 ② 0.8413 ③ 0.9332
④ 0.9772 ⑤ 0.9938

18

▸ 23054-0264

확률변수 X는 정규분포 $N(120, 8^2)$을 따르고, 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0, 1)$을 따른다. 두 확률변수 X, Z가

$P(X\le 104)=P(X\ge a)=P(Z\le b)$

를 만족시킬 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

19

▸ 23054-0265

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 4^2)$을 따르고, $\mathrm{P}(X \le 7) = \mathrm{P}(X \ge 11)$을 만족시킬 때, $\mathrm{P}(7 \le X \le 15)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.5328　② 0.6247　③ 0.6826　④ 0.8185　⑤ 0.8664

20

▸ 23054-0266

확률변수 X가 평균이 12, 표준편차가 σ인 정규분포를 따르고, $\mathrm{P}(X \le 9\sigma) = 0.8413$일 때, $\mathrm{P}(X \ge 10\sigma)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0228　② 0.0668　③ 0.1587　④ 0.1915　⑤ 0.3413

21

▸ 23054-0267

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 2^2)$을 따를 때, $\mathrm{P}(2a-2 \le X \le 2a+4)$의 값이 최대가 되도록 하는 실수 a에 대하여 $\mathrm{P}(2a \le X \le 2a+2)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.3085　② 0.3830　③ 0.5328　④ 0.6247　⑤ 0.6826

22

▸ 23054-0268

$a<b$인 두 실수 a, b에 대하여 정규분포 $\mathrm{N}(a,\ 2^2)$을 따르는 확률변수 X와 정규분포 $\mathrm{N}(b,\ 2^2)$을 따르는 확률변수 Y가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\mathrm{P}(X \le 6) = \mathrm{P}(Y \ge 6)$
(나) $\mathrm{P}(a \le X \le 6) + \mathrm{P}(6 \le Y \le b) = 0.9544$

$b-a$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

유형 7 정규분포의 활용

출제경향 | 정규분포에 관련된 외적문제해결 능력을 묻는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 다음 순서로 문제를 해결한다.
(1) 확률변수를 X로 놓는다.
(2) 정규분포에 관련된 문장을 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$으로 나타낸다.
(3) 구하는 확률을 $\mathrm{P}(a \le X \le b)$, $\mathrm{P}(X \le a)$ 등으로 나타낸 후 표준정규분포를 이용하여 확률을 구한다.

필수 유형 7 | 2020학년도 대수능 |

어느 농장에서 수확하는 파프리카 1개의 무게는 평균이 180 g, 표준편차가 20 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농장에서 수확한 파프리카 중에서 임의로 선택한 파프리카 1개의 무게가 190 g 이상이고 210 g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0440 ② 0.0919 ③ 0.1359
④ 0.1498 ⑤ 0.2417

23
▸ 23054-0269

어느 농장에서 수확한 고구마 1개의 무게는 평균이 310 g, 표준편차가 8 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농장에서 수확한 고구마 중에서 임의로 선택한 고구마 1개의 무게가 290 g 이하이거나 330 g 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.0124 ② 0.0456 ③ 0.0896
④ 0.1336 ⑤ 0.2255

24
▸ 23054-0270

어느 공장에서 생산되는 A 제품 1개의 무게는 평균이 120 g, 표준편차가 4 g인 정규분포를 따르고, B 제품 1개의 무게는 평균이 196 g, 표준편차가 7 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산되는 A 제품 중 임의로 선택한 A 제품 1개의 무게가 132 g 이상일 확률과 B 제품 중 임의로 선택한 B 제품 1개의 무게가 a g 이하일 확률의 합이 1일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

25
▸ 23054-0271

어느 공장에서 생산하는 비누 제품 한 개의 무게는 평균이 176 g, 표준편차가 2 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서는 한 개의 무게가 a g 이상인 비누 제품을 정품으로 인정한다고 할 때, 이 공장에서 생산하는 비누 제품 중에서 임의로 선택한 한 개의 비누 제품이 정품으로 인정될 확률이 0.9332이었다. 상수 a의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 171 ② 172 ③ 173
④ 174 ⑤ 175

유형 8 이항분포와 정규분포의 관계

출제경향 | 이항분포에서의 확률을 이항분포와 정규분포의 관계를 이용하여 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따르고 n이 충분히 클 때, X는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(np,\ npq)$ $(q=1-p)$를 따른다.

필수 유형 8 | 2007학년도 대수능 |

어느 문구점에 진열되어 있는 공책 중 10 %는 A회사의 제품이라고 한다. 한 고객이 이 문구점에서 임의로 100권의 공책을 구입했을 때, A회사 제품이 13권 이상 포함될 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
0.75	0.2734
1.00	0.3413
1.25	0.3944
1.50	0.4332

① 0.0668 ② 0.1056 ③ 0.1587
④ 0.2266 ⑤ 0.2734

26

▸ 23054-0272

이항분포 $\mathrm{B}\left(162,\ \frac{1}{3}\right)$을 따르는 확률변수 X에 대하여 $\mathrm{P}(X\le 51)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0668 ② 0.1587
③ 0.3085 ④ 0.3830
⑤ 0.4332

27

▸ 23054-0273

확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}(432,\ p)$를 따른다. X의 평균이 108일 때, $\mathrm{P}(X\ge a)\ge 0.9772$를 만족시키는 자연수 a의 최댓값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 90 ② 92 ③ 94
④ 96 ⑤ 98

28

▸ 23054-0274

주머니에 흰 공 2개와 검은 공 3개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 두 개의 공을 동시에 꺼내어 색을 확인하고 꺼낸 공을 다시 주머니에 넣는 시행을 150번 반복할 때, 같은 색의 공이 54번 이상 66번 이하로 나올 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.5328 ② 0.6826 ③ 0.7745
④ 0.8664 ⑤ 0.9544

유형 9 표본평균의 분포 (1)

출제경향 | 모집단의 확률분포와 표본평균의 확률분포 사이의 관계를 이해하고 표본평균의 확률이나 평균, 분산, 표준편차를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 모평균이 m, 모표준편차가 σ인 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

$$E(\overline{X})=m,\ V(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n},\ \sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

필수 유형 9 | 2021학년도 대수능 |

정규분포 $N(20,\ 5^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $E(\overline{X})+\sigma(\overline{X})$의 값은? [3점]

① $\frac{83}{4}$ ② $\frac{85}{4}$ ③ $\frac{87}{4}$ ④ $\frac{89}{4}$ ⑤ $\frac{91}{4}$

29

▸ 23054-0275

어느 모집단의 확률변수 X의 확률분포가 다음 표와 같다.

X	-1	0	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	1

이 모집단에서 크기가 3인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $P(\overline{X}=1)+P(\overline{X}=2)$의 값은?

① $\frac{5}{54}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{7}{54}$ ④ $\frac{4}{27}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

30

▸ 23054-0276

어느 모집단의 확률변수 X의 확률분포가 다음 표와 같다.

X	2	4	6	합계
$P(X=x)$	a	b	$\frac{3}{8}$	1

이 모집단에서 크기가 6인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. $E(\overline{X})=4$일 때, $\sigma(\overline{X})$의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ 1

31

▸ 23054-0277

1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 1장의 카드를 꺼내어 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 3번 반복하여 확인한 3개의 수의 합을 확률변수 X라 하자. $V(aX+1)=252$일 때, 양수 a의 값을 구하시오.

확률과 통계

유형 10 표본평균의 분포 (2)

출제경향 | 모집단이 정규분포를 따를 때, 표본평균의 확률을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$을 따른다.

필수 유형 ⑩ | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

지역 A에 살고 있는 성인들의 1인 하루 물 사용량을 확률변수 X, 지역 B에 살고 있는 성인들의 1인 하루 물 사용량을 확률변수 Y라 하자. 두 확률변수 X, Y는 정규분포를 따르고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 확률변수 X, Y의 평균은 각각 220과 240이다.
(나) 확률변수 Y의 표준편차는 확률변수 X의 표준편차의 1.5배이다.

지역 A에 살고 있는 성인 중 임의추출한 n명의 1인 하루 물 사용량의 표본평균을 $\overline{X}$, 지역 B에 살고 있는 성인 중 임의추출한 $9n$명의 1인 하루 물 사용량의 표본평균을 $\overline{Y}$라 하자.
$\mathrm{P}(\overline{X} \le 215)=0.1587$일 때, $\mathrm{P}(\overline{Y} \ge 235)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?
(단, 물 사용량의 단위는 L이다.) [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915 ② 0.7745 ③ 0.8185
④ 0.8413 ⑤ 0.9772

32

▸ 23054-0278

평균이 10, 표준편차가 σ인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 9인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. 이 모집단의 확률변수를 X라 할 때,
$\mathrm{P}(X \le 7)+\mathrm{P}(\overline{X} \ge 11)=0.0456$
을 만족시키는 σ의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

33

▸ 23054-0279

어느 농가에서 생산하는 옥수수 한 개의 무게는 평균이 110 g, 표준편차가 12 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농가에서 생산한 옥수수 중 36개를 임의추출하였을 때, 이 36개의 옥수수의 무게의 평균이 113 g 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0668
④ 0.0824 ⑤ 0.1587

34

▸ 23054-0280

어느 제과점에서 생산하는 빵 한 개의 무게는 평균이 15 g, 표준편차가 1 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 제과점에서는 빵을 4개씩 한 상자에 담아 판매하는데 한 상자에 담긴 빵의 무게의 합이 a g보다 크면 정상 가격으로 판매하고 a g 이하이면 할인된 가격으로 판매한다고 한다. 이 제과점에서 빵을 4개씩 담아 판매하는 상자 중에서 임의로 선택한 한 상자가 할인된 가격으로 판매할 상자일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하면 0.1587이다. 상수 a의 값을 구하시오.
(단, 상자의 무게는 무시한다.)

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

유형 11 모평균의 추정

출제경향 | 표본평균의 분포를 이용하여 모평균을 추정하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균 $\overline{X}$의 값이 $\overline{x}$일 때, m에 대한 신뢰구간은 다음과 같다.

(1) 신뢰도 95 %의 신뢰구간

$$\overline{x}-1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

(2) 신뢰도 99 %의 신뢰구간

$$\overline{x}-2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

필수 유형 ⑪ | 2020학년도 대수능 9월 모의평가 |

어느 음식점을 방문한 고객의 주문 대기 시간은 평균이 m분, 표준편차가 σ분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 음식점을 방문한 고객 중 64명을 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여, 이 음식점을 방문한 고객의 주문 대기 시간의 평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간을 구하면 $a \le m \le b$이다. $b-a=4.9$일 때, σ의 값을 구하시오. (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96)=0.95$로 계산한다.) [3점]

35

▸ 23054-0281

어느 가게에서 판매하는 오이 한 개의 길이는 평균이 m, 표준편차가 4인 정규분포를 따른다고 한다. 이 가게에서 판매하는 오이 n개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구한 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간이 $a \le m \le b$이다.
$b-a=0.98$일 때, n의 값을 구하시오.
(단, 길이의 단위는 cm이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96)=0.95$로 계산한다.)

36

▸ 23054-0282

어느 높이뛰기 대회에 참가한 선수들의 기록은 평균이 m, 표준편차가 6인 정규분포를 따른다고 한다. 이 높이뛰기 대회에 참가한 선수 n명을 임의추출하여 얻은 기록의 표본평균이 220일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간이
$218.28 \le m \le a$이다. $a+n$의 값은?
(단, 높이뛰기 기록의 단위는 cm이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58)=0.99$로 계산한다.)

① 300.72 ② 301.72 ③ 302.72
④ 303.72 ⑤ 304.72

37

▸ 23054-0283

모표준편차가 10인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 196인 표본을 임의추출하여 구한 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간이 $a \le m \le b$이다. 또 이 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 구한 모평균 m에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간이 $c \le m \le d$이다. 부등식 $\frac{d-c}{b-a} \le \frac{43}{14}$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값을 구하시오.
(단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,
$\mathrm{P}(|Z| \le 1.96)=0.95$, $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58)=0.99$로 계산한다.)

고2~N수 수능 집중 로드맵

수능 입문 → **기출 / 연습** → **연계+연계 보완** → **고난도** → **모의고사**

수능 입문
- 윤혜정의 개념/패턴의 나비효과
- 수능 감(感)잡기
- 수능특강 Light
- 강의노트 수능개념

기출 / 연습
- 윤혜정의 기출의 나비효과
- 수능 기출의 미래
- 수능 기출의 미래 미니모의고사
- 수능특강Q 미니모의고사

연계+연계 보완
- 수능연계교재의 국어 어휘
- 수능연계교재의 VOCA 1800
- 수능연계 기출 Vaccine VOCA
- 연계: 수능특강, 수능완성
- 수능특강 사용설명서
- 수능특강 연계 기출
- 수능 영어 간접연계 서치라이트
- 수능완성 사용설명서

고난도
- 수능연계완성 3/4주 특강 고난도·신유형
- 박봄의 사회 · 문화 표 분석의 패턴

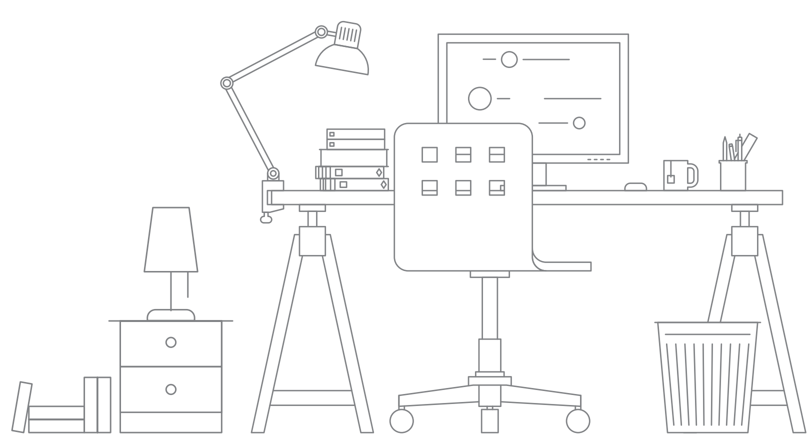
모의고사
- FINAL 실전모의고사
- 만점마무리 봉투모의고사
- 고난도 시크릿X 봉투모의고사
- 수능 싱크로 100% 프리미엄 봉투모의고사

구분	시리즈명	특징	수준	영역
수능 입문	윤혜정의 개념/패턴의 나비효과	윤혜정 선생님과 함께하는 수능 국어 개념/패턴 학습		국어
	수능 감(感) 잡기	동일 소재 · 유형의 내신과 수능 문항 비교로 수능 입문		국/수/영
	수능특강 Light	수능 연계교재 학습 전 연계교재 입문서		국/영
	수능개념	EBSi 대표 강사들과 함께하는 수능 개념 다지기		전 영역
기출/연습	윤혜정의 기출의 나비효과	윤혜정 선생님과 함께하는 까다로운 국어 기출 완전 정복		국어
	수능 기출의 미래	올해 수능에 딱 필요한 문제만 선별한 기출문제집		전 영역
	수능 기출의 미래 미니모의고사	부담없는 실전 훈련, 고품질 기출 미니모의고사		국/수/영
	수능특강Q 미니모의고사	매일 15분으로 연습하는 고품격 미니모의고사		전 영역
연계 + 연계 보완	수능특강	최신 수능 경향과 기출 유형을 분석한 종합 개념서		전 영역
	수능특강 사용설명서	수능 연계교재 수능특강의 지문 · 자료 · 문항 분석		국/영
	수능특강 연계 기출	수능특강 수록 작품 · 지문과 연결된 기출문제 학습		국/영
	수능완성	유형 분석과 실전모의고사로 단련하는 문항 연습		전 영역
	수능완성 사용설명서	수능 연계교재 수능완성의 국어 · 영어 지문 분석		국/영
	수능 영어 간접연계 서치라이트	출제 가능성이 높은 핵심만 모아 구성한 간접연계 대비 교재		영어
	수능연계교재의 국어 어휘	수능 지문과 문항 이해에 필요한 어휘 학습서		국어
	수능연계교재의 VOCA 1800	수능특강과 수능완성의 필수 중요 어휘 1800개 수록		영어
	수능연계 기출 Vaccine VOCA	수능-EBS 연계 및 평가원 최다 빈출 어휘 선별 수록		영어
고난도	수능연계완성 3/4주 특강	단기간에 끝내는 수능 킬러 문항 대비서		국/수/영/과
	박봄의 사회 · 문화 표 분석의 패턴	박봄 선생님과 사회 · 문화 표 분석 문항의 패턴 연습		사회탐구
모의고사	FINAL 실전모의고사	수능 동일 난도의 최다 분량, 최다 과목 모의고사		전 영역
	만점마무리 봉투모의고사	실제 시험지 형태와 OMR 카드로 실전 훈련 모의고사		전 영역
	고난도 시크릿X 봉투모의고사	제대로 어려운 최고난도 모의고사		국/수/영
	수능 싱크로 100% 프리미엄 봉투모의고사	수능 직전에 만나는, 수능과 가장 가까운 고품격 프리미엄 모의고사		국/수/영

이 책의 **차례**

CONTENTS

실전편



실전 모의고사 1회

제한시간 100분 | 배점 100점

5지선다형

01 ▸ 23054-1001

$2^{\log_2 5}\times(\sqrt{5})^{-2}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

02 ▸ 23054-1002

함수 $f(x)=2x^3+4x^2-5x+1$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

03 ▸ 23054-1003

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

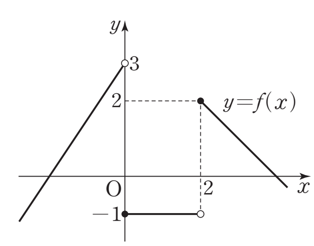
$a_1=3,\ a_5-a_2=12$

일 때, a_4의 값은? [3점]

① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

04 ▸ 23054-1004

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to 0-} f(x)+\lim_{x\to 2+}\{xf(x)\}$의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

05

▸ 23054-1005

다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$g(x)=xf(x)+2$

라 하자. $\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x-1}=3$일 때, $g'(1)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

06

▸ 23054-1006

$\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$인 θ에 대하여 $\tan\theta-\frac{4}{1+\tan\theta}=2$일 때, $\sin\theta+\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ② $-\frac{4\sqrt{10}}{15}$ ③ $-\frac{\sqrt{10}}{3}$
④ $-\frac{2\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $-\frac{7\sqrt{10}}{15}$

07

▸ 23054-1007

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t $(t\geq0)$에서의 속도를 각각 $v_1(t)$, $v_2(t)$라 할 때,

$v_1(t)=t^3-12t^2+36t$, $v_2(t)=t^2-6t$

이다. 두 점 P, Q가 시각 $t=0$일 때 원점을 출발한 후 시각 $t=a$에서 처음으로 속도가 같아진다고 한다. 시각 $t=\frac{a}{2}$에서 $t=a$까지 점 Q가 움직인 거리는? [3점]

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

08
▸ 23054-1008

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-x^3}{3x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{9x}=-1$$

을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$의 극댓값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

09
▸ 23054-1009

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} S_k=2n^3+4n^2+2n$$

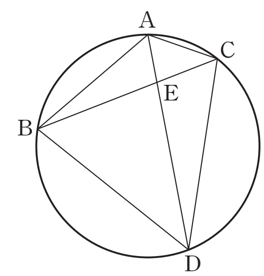
을 만족시킨다. a_3의 값은? [4점]

① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

10
▸ 23054-1010

그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{7}$인 원에 내접하고 $\angle\mathrm{BAC}=\frac{2}{3}\pi$인 삼각형 ABC가 있다. $\angle\mathrm{BAC}$를 이등분하는 직선과 점 A를 포함하지 않는 호 BC가 만나는 점을 D, 선분 AD와 선분 BC가 만나는 점을 E라 하자.

$\sin(\angle\mathrm{BDA})=\frac{\sqrt{21}}{7}$일 때, $\overline{\mathrm{BE}}^2+\overline{\mathrm{CE}}^2$의 값은? [4점]



① $\frac{35}{3}$ ② $\frac{38}{3}$ ③ $\frac{41}{3}$ ④ $\frac{44}{3}$ ⑤ $\frac{47}{3}$

11

▸ 23054-1011

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?
(단, a는 상수이다.) [4점]

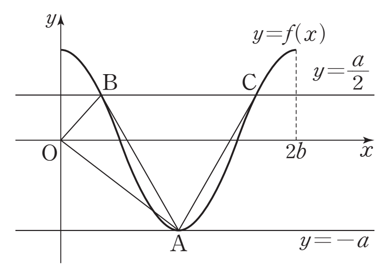
(가) $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{7}{4}$
(나) 모든 실수 x에 대하여
$f(x)=3x^2+ax-\int_0^1 (2x-1)f(t)\,dt$이다.

① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

12

▸ 23054-1012

그림과 같이 두 양수 a, b에 대하여 닫힌구간 $[0, 2b]$에서 정의된 함수 $f(x)=a\cos\frac{\pi x}{b}$가 있다. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=-a$가 만나는 점을 A, 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=\frac{a}{2}$가 만나는 두 점을 각각 B, C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}$일 때, 직선 OA의 기울기와 직선 OB의 기울기의 곱은?
(단, O는 원점이고, $\overline{\mathrm{OB}}<\overline{\mathrm{OC}}$이다.) [4점]



① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{13}{18}$ ③ $-\frac{7}{9}$
④ $-\frac{5}{6}$ ⑤ $-\frac{8}{9}$

13

▸ 23054-1013

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1=2$, $a_n a_{n+1}=(-1)^n$
(나) $a_n+b_n=n$

$\sum_{k=1}^{10}(b_{2k}+b_{2k+2})$의 값은? [4점]

① 200 ② 210 ③ 220 ④ 230 ⑤ 240

14

▸ 23054-1014

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)+xf'(x)=-4x^3+6x$$

를 만족시킨다. 실수 t에 대하여 구간 $(-\infty, t]$에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 $g(t)$라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. $f(-1)=-2$
ㄴ. 함수 $g(t)$는 $t=2$에서만 미분가능하지 않다.
ㄷ. 함수 $|f(t)-g(t)|$의 최댓값은 4이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15

▸ 23054-1015

첫째항이 2이고 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$의 각 항을 원소로 갖는 집합을 A라 하고, 첫째항이 1이고 공차가 2인 등차수열 $\{b_n\}$의 각 항을 원소로 갖는 집합을 B라 하자.
집합 $B-A$에 속하는 모든 원소를 작은 것부터 크기순으로 나열한 것을 c_1, c_2, c_3, $\cdots$이라 할 때, $\sum_{k=1}^{n} c_k > 140$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값은? [4점]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

단답형

16

▸ 23054-1016

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} a_k = 21$일 때, $\sum_{k=1}^{10} (k+2a_k)$의 값을 구하시오. [3점]

17

▸ 23054-1017

다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^2+2x+a$이고
$\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = 2$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오.
(단, a는 상수이다.) [3점]

18

▸ 23054-1018

두 양수 a, b가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

(가) $\log_8 a+\log_8 b=\log_2 12-\log_2 3$
(나) $\log_2 a\times\log_2 b=\log_3 16\times\log_2 9$

19

▸ 23054-1019

함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-ax^2+x+4$의 극값이 존재하지 않도록 하는 정수 a의 개수를 구하시오. [3점]

20

▸ 23054-1020

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=2x$는 서로 다른 두 점에서 만나고, 함수 $|f(x)-2x|$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-2x}{x^2}=16$
(다) $f(1)>15$

곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=2x+k$가 서로 다른 네 점에서 만나도록 하는 정수 k의 개수를 구하시오. [4점]

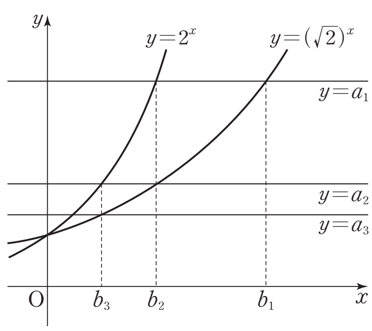
21

▸ 23054-1021

자연수 n에 대하여 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$을 다음과 같이 정의하자.
그림과 같이 직선 $y=a_1$ $(a_1>1)$이 곡선 $y=(\sqrt{2})^x$과 만나는 점의 x좌표를 b_1, 곡선 $y=2^x$과 만나는 점의 x좌표를 b_2라 하고 곡선 $y=(\sqrt{2})^x$ 위의 점 중 x좌표가 b_2인 점의 y좌표를 a_2라 하자. 또 직선 $y=a_2$가 곡선 $y=2^x$과 만나는 점의 x좌표를 b_3이라 하고 곡선 $y=(\sqrt{2})^x$ 위의 점 중 x좌표가 b_3인 점의 y좌표를 a_3이라 하자. 이와 같이 직선 $y=a_n$이 곡선 $y=(\sqrt{2})^x$과 만나는 점의 x좌표를 b_n, 곡선 $y=2^x$과 만나는 점의 x좌표를 b_{n+1}이라 하고 곡선 $y=(\sqrt{2})^x$ 위의 점 중 x좌표가 b_{n+1}인 점의 y좌표를 a_{n+1}이라 하자.

$a_1=4$일 때, $\sum_{n=1}^{5} \log_2 \frac{a_n}{b_n}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 두 자연수이다.) [4점]



22

▸ 23054-1022

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x)\times f'(x) & (x<1) \\ -f(x)\times f'(x) & (x\geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 실수 t에 대하여 방정식 $g(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$라 할 때, 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
(나) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
(다) $h(k)=2$이고 $\lim_{t\to k-} h(t)>\lim_{t\to k+} h(t)$를 만족시키는 실수 k가 존재한다.

$g(-1)=20$일 때, $g(0)\times g(3)$의 값을 구하시오. [4점]

5지선다형

확률과 통계

23

▸ 23054-1023

이산확률변수 X에 대하여 $\mathrm{E}(X)=3$, $\mathrm{E}(X^2)=12$일 때, $\mathrm{V}(X)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

24

▸ 23054-1024

숫자 2, 2, 3, 3, 5, 5를 모두 일렬로 나열하여 여섯 자리의 자연수를 만들 때, 십만의 자리의 수와 일의 자리의 수의 합이 5의 배수인 자연수의 개수는? [3점]

① 28 ② 30 ③ 32
④ 34 ⑤ 36

25

▸ 23054-1025

3 이상의 자연수 n에 대하여 다항식 $(1+x)^n$의 전개식에서 x, x^2, x^3의 계수가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, n의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

26

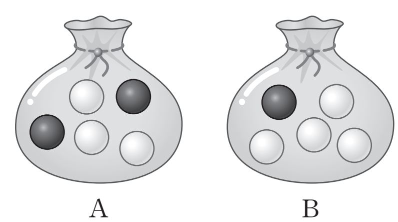
▸ 23054-1026

주머니 A에는 흰 공 3개와 검은 공 2개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 4개와 검은 공 1개가 들어 있다. 두 주머니 A, B를 사용하여 다음 규칙에 따른 시행을 한다.

> 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어
> 꺼낸 2개의 공이 같은 색이면
> 주머니 B에 흰 공 1개를 넣고,
> 꺼낸 2개의 공이 다른 색이면
> 주머니 B에 검은 공 1개를 넣는다.

이 시행을 한 번 한 후, 주머니 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 주머니 B에서 꺼낸 2개의 공이 모두 흰 공일 확률은? [3점]

① $\frac{12}{25}$ ② $\frac{38}{75}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{14}{25}$ ⑤ $\frac{44}{75}$



27

▸ 23054-1027

어느 매장에서 A 제품을 구입한 고객을 대상으로 추첨을 통해 사은품을 증정하는 이벤트를 실시한다. 이 매장에서 준비한 상자에는 검은 공과 흰 공이 $6:1$의 비율로 들어 있고, A 제품을 구입한 고객은 상자에서 하나의 공을 꺼내어 꺼낸 공이 흰 공이면 사은품을 받게 된다. A 제품을 구입한 294명의 고객이 이벤트에 한 번씩만 참여했을 때, 사은품을 받은 고객의 수가 30명 이상 60명 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 모든 고객은 A 제품을 1개 이하로 구입하고, 뽑은 공은 색깔을 확인한 후 다시 상자에 넣는다.) [3점]

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

① 0.8664 ② 0.9104 ③ 0.9319
④ 0.9544 ⑤ 0.9759

28

▸ 23054-1028

네 명의 학생 A, B, C, D에게 볼펜 16자루와 수정테이프 7개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는?
(단, 볼펜끼리는 서로 구별하지 않고, 수정테이프끼리도 서로 구별하지 않는다.) [4점]

(가) 각 학생은 볼펜을 1자루 이상 받고, 수정테이프를 받지 못한 학생이 있을 수 있다.
(나) 두 명의 학생 A, B는 각각 홀수 자루의 볼펜을 받고, 두 명의 학생 C, D는 각각 짝수 자루의 볼펜을 받는다.
(다) 학생 C가 받는 수정테이프의 개수는 학생 D가 받는 수정테이프의 개수보다 3이 더 크다.

① 448 ② 468 ③ 504
④ 540 ⑤ 560

단답형

29 ▸ 23054-1029

어느 공장에서 생산하는 제품 1개의 무게는 평균이 m, 표준편차가 20인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 제품 중에서 n개를 임의추출하여 얻은 제품 1개의 무게의 표본평균이 $\overline{x_1}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간이 $a \le m \le b$이다. 또 이 공장에서 생산한 제품 중에서 $4n$개를 임의추출하여 얻은 제품 1개의 무게의 표본평균이 $\overline{x_2}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간이 $600-c \le m \le 600+c$이다.
$\overline{x_2}=\overline{x_1}+2$, $-a+b-c=5.26$이고 신뢰구간 $a \le m \le b$에 포함된 자연수 m의 개수를 k라 할 때, $n+k$의 값을 구하시오.
(단, 무게의 단위는 g이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96)=0.95$, $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58)=0.99$로 계산한다.) [4점]

30 ▸ 23054-1030

숫자 1, 1, 1, 2, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 세 사람 A, B, C가 A, B, C의 순서로 다음 규칙에 따라 각각 공을 한 개씩 꺼낸다.

> 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후, 꺼낸 공은 주머니에 다시 넣지 않는다.

세 사람 A, B, C가 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 각각 a, b, c라 하자. $a \le b$이고 $c \le b$일 때, b가 홀수일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

5지선다형

01
▸ 23054-1031

$9^{\sqrt{2}} \times 3^{1-2\sqrt{2}}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1
④ 3 ⑤ 9

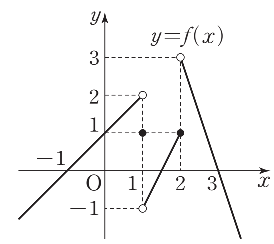
02
▸ 23054-1032

함수 $f(x)=(3x^2-2)(x^2+2x+5)$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① 51 ② 52 ③ 53
④ 54 ⑤ 55

03
▸ 23054-1033

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to 1-} f(x)+\lim_{x\to 2+} f(x)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

04
▸ 23054-1034

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_3=8$, $a_2+a_6=\frac{1}{2}a_{15}$일 때, $a_k>100$을 만족시키는 자연수 k의 최솟값은? [3점]

① 34 ② 35 ③ 36
④ 37 ⑤ 38

05

▸ 23054-1035

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(a_k+2b_k)=30,\ \sum_{k=1}^{10}\left(b_k-\frac{1}{2}\right)=\frac{11}{2}$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}a_k$의 값은? [3점]

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

06

▸ 23054-1036

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=2t^2+at+2$$

이다. 시각 $t=1$에서 $t=3$까지 점 P의 위치의 변화량이 $\frac{100}{3}$일 때, 상수 a의 값은? [3점]

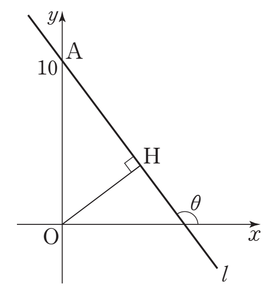
① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

07

▸ 23054-1037

그림과 같이 원점 O에서 점 A$(0,\ 10)$을 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{\mathrm{OH}}=6$이다. 직선 l이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, $\sin\theta+\cos\theta$의 값은?

$\left(단,\ \frac{\pi}{2}<\theta<\pi\right)$ [3점]



① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ 0
④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

08

▸ 23054-1038

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 $x=\frac{1}{3}$에서 극솟값을 갖는다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1, 3)$에서의 접선의 방정식이 $y=4x-1$일 때, 함수 $f(x)$의 극댓값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

09

▸ 23054-1039

최솟값이 4이고 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $\log_2 f(x)+\log_2 (x-3)^2=5$가 두 실근 $x=1$, $x=5$를 가질 때, $f(0)$의 값은? [4점]

① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 19

10

▸ 23054-1040

삼차함수 $f(x)$에 대하여

$$g(x)=\int_{-x}^{x} f(t)\,dt$$

이다. $f(0)=5$, $g(1)=12$일 때, $\int_{0}^{2} g(x)\,dx$의 값은? [4점]

① 22 ② 24 ③ 26
④ 28 ⑤ 30

11

▶ 23054-1041

함수 $f(x)=a\sin(b\pi x)+c$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$의 최댓값과 최솟값의 합이 6이다.

(나) 함수 $f(x)$의 주기와 함수 $g(x)=\left|\cos\left(3\pi x-\frac{1}{2}\right)\right|+1$ 의 주기는 서로 같다.

$f\left(\frac{1}{4}\right)=1$일 때, $f\left(\frac{1}{9}\right)$의 값은?

(단, a, b, c는 상수이고, $a>0$, $b>0$이다.) [4점]

① $-1+\sqrt{3}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $1+\sqrt{3}$
④ $2+\sqrt{3}$ ⑤ $3+\sqrt{3}$

12

▶ 23054-1042

함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x+2)$를 만족시키고

$f(x)=x-1$ $(0\le x<2)$

이다. **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. $\lim_{x\to 0-} f(x)+\lim_{x\to 2+} f(x)=0$

ㄴ. 함수 $|f(x)|$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

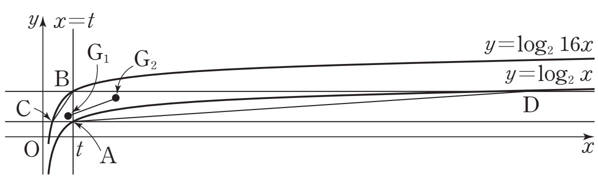
ㄷ. 함수 $f(x)f(x+1)$은 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13

▸ 23054-1043

그림과 같이 직선 $x=t$ $(t>0)$과 두 곡선 $y=\log_2 x$, $y=\log_2 16x$가 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x축과 평행한 직선이 곡선 $y=\log_2 16x$와 만나는 점을 C, 점 B를 지나고 x축과 평행한 직선이 곡선 $y=\log_2 x$와 만나는 점을 D라 할 때, 두 삼각형 ABC, ADB의 무게중심을 각각 G_1, G_2라 하자. 직선 G_1G_2의 기울기가 $\frac{16}{255}$일 때, 삼각형 ADB의 넓이는? [4점]



① 60 ② 75 ③ 90 ④ 105 ⑤ 120

14

▸ 23054-1044

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $f(x)-x=0$은 세 실근 0, 1, 2를 갖는다. 함수 $g(x)$가 $0\le x\le 2$에서 $g(x)=f(x)$이고 모든 실수 x에 대하여 $g(x+2)=g(x)+2$를 만족시킬 때, $\int_0^{2n} g(x)\,dx=72$를 만족시키는 자연수 n의 값은? [4점]

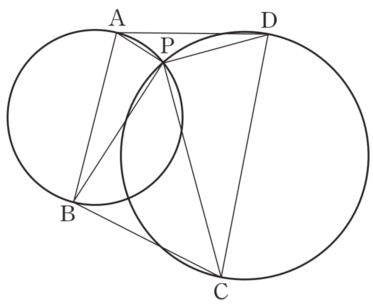
① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

15

▸ 23054-1045

그림과 같이 길이가 $\sqrt{10}$인 선분 AB를 지름으로 하는 원과 길이가 $2\sqrt{5}$인 선분 CD를 지름으로 하는 원이 서로 다른 두 점에서 만나고 선분 AB와 선분 CD가 서로 만나지 않을 때, 두 원이 만나는 점 중 점 A에 가까운 점을 P라 하자. $\overline{\mathrm{PA}}=1$, $\overline{\mathrm{PC}}=4$이고, 삼각형 APD의 넓이가 $\frac{\sqrt{5}}{3}$일 때, 선분 BC의 길이는?

(단, $\angle \mathrm{APD} > \angle \mathrm{BPC}$) [4점]



① $2\sqrt{2}$ ② 3 ③ $\sqrt{10}$
④ $\sqrt{11}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

단답형

16

▸ 23054-1046

함수 $f(x)=2x^3-x+1$에 대하여 x의 값이 -2에서 2까지 변할 때의 함수 $f(x)$의 평균변화율을 구하시오. [3점]

17

▸ 23054-1047

자연수 n에 대하여 $\log_2 \frac{128}{n}$의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 n의 값의 합을 구하시오. [3점]

18

▸ 23054-1048

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(2x)+3x^2}{x^2-1}=7,\ \lim_{x\to\infty}f\left(\frac{1}{x}\right)=4$$

를 만족시킨다. 함수 $f(x)$가 $x=-1$에서 최솟값을 가질 때, $f(10)$의 값을 구하시오. [3점]

19

▸ 23054-1049

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=x^2-2x+x\int_0^1 f(t)\,dt$$

를 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

20

▸ 23054-1050

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)>0$
(나) 방정식 $f(x)=0$은 실근을 가지며 모든 근은 10 이하의 자연수이다.
(다) 자연수 n에 대하여 $f(n)$의 $(n+2)$제곱근 중 서로 다른 실수의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10}a_n=10$이다.

$f(11)$의 최솟값과 최댓값의 합을 구하시오. [4점]

21

▸ 23054-1051

0이 아닌 두 정수 p, q에 대하여 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_1=40$
> (나) 모든 자연수 n에 대하여
> $$a_{n+1}=\begin{cases} a_n-p & (a_n\geq 0) \\ a_n+pq & (a_n<0) \end{cases}$$
> 이다.

$a_{21}=a_1$이 되도록 하는 두 정수 p, q의 순서쌍 $(p,\ q)$에 대하여 $p+q$의 최솟값을 구하시오. [4점]

22

▸ 23054-1052

두 상수 a, b와 실수 k에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^3-3x+a & (x<k) \\ -x^2+13x+b & (x\geq k) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
> (나) 실수 c에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=c$의 서로 다른 실근의 개수의 최댓값은 4이다.

x에 대한 방정식 $f(x)=c$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든 실수 c의 값의 합이 8일 때, x에 대한 방정식 $f(x)=d$의 서로 다른 실근의 개수가 1이 되도록 하는 실수 d의 값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

5지선다형

확률과 통계

23

▸ 23054-1053

$\left(x+\frac{2}{x}\right)^{10}$의 전개식에서 x^6의 계수는? [2점]

① 156　② 162　③ 168　④ 174　⑤ 180

24

▸ 23054-1054

이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	$a-\frac{1}{2}$	$2a-1$	1

$\mathrm{E}(8X+1)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

25

▸ 23054-1055

두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A\cap B^C)=\frac{1}{4},\ \mathrm{P}(A^C\cap B)=\frac{1}{8},\ \mathrm{P}(A\cup B)=\frac{11}{24}$$

일 때, $\mathrm{P}(A^C\cup B^C)$의 값은?

(단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{19}{24}$ ③ $\frac{5}{6}$
④ $\frac{7}{8}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

26

▸ 23054-1056

같은 종류의 젤리 2개와 같은 종류의 사탕 10개를 서로 다른 주머니 3개에 다음 조건을 만족시키도록 남김없이 넣는 경우의 수는? [3점]

(가) 각 주머니에는 적어도 하나의 사탕이 들어 있다.
(나) 젤리와 사탕이 함께 들어 있는 주머니는 사탕의 개수가 젤리의 개수보다 더 많다.

① 124 ② 126 ③ 128
④ 130 ⑤ 132

27

▸ 23054-1057

어느 밭에서 수확하는 메론의 무게는 평균이 m kg인 정규분포를 따른다고 한다. 이 밭에서 수확한 메론 중에서 임의추출한 64개의 무게를 조사하였더니 표본평균이 $\overline{x}$ kg, 표준편차가 1.2 kg이었다. 이 결과를 이용하여 이 밭에서 수확하는 메론의 무게의 평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간을 구하면 $a \le m \le 9.594$이다. $\overline{x}+a$의 값은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96)=0.95$로 계산한다.) [3점]

① 17.906 ② 18.106 ③ 18.306 ④ 18.506 ⑤ 18.706

28

▸ 23054-1058

집합 $\{1, 3, 5, 7\}$에서 집합 $\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$로의 함수 f 중에서 치역의 모든 원소의 합이 20인 함수 f의 개수는? [4점]

① 134 ② 138 ③ 142 ④ 146 ⑤ 150

단답형

29 ▸ 23054-1059

두 자연수 m, σ에 대하여 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르는 확률변수 X와 X의 확률밀도함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(20) < f(6) < f(12)$
(나) $\mathrm{P}(|X-m| \geq 3) \leq 0.1336$

$m+\sigma$의 최댓값과 최솟값의 합을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [4점]

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

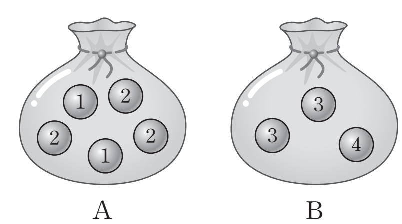
30 ▸ 23054-1060

숫자 1, 1, 2, 2, 2가 하나씩 적혀 있는 5개의 공이 들어 있는 주머니 A와 숫자 3, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있는 주머니 B가 있다. 주머니 A, B를 사용하여 다음의 시행을 한다.

주머니 A에서 임의로 2개의 공을 꺼내어 꺼낸 공에 적혀 있는 두 수의 합을 N이라 한다.
(i) N이 홀수이면 주머니 A에서 꺼낸 2개의 공 중에서 임의로 한 개의 공을 주머니 B에 넣은 후 주머니 B에서 임의로 2개의 공을 꺼낸다.
(ii) N이 짝수이면 주머니 A에서 꺼낸 2개의 공을 모두 주머니 B에 넣은 후 주머니 B에서 임의로 3개의 공을 꺼낸다.

주머니 B에서 꺼낸 모든 공에 적혀 있는 수의 합이 짝수일 때, 주머니 A에서 꺼낸 2개의 공에 적혀 있는 수의 합도 짝수였을 확률이 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



정답과 풀이 97쪽

실전 모의고사 3회

제한시간 100분 | 배점 100점

5지선다형

01

▸ 23054-1061

$8^{\frac{\sqrt{3}}{3}}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}+1}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ 1
④ 2　⑤ 4

02

▸ 23054-1062

함수 $f(x)=3x^3-6x^2+2$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① -5　② -4　③ -3
④ -2　⑤ -1

03

▸ 23054-1063

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$이

$a_3=4$, $a_4=4a_2$

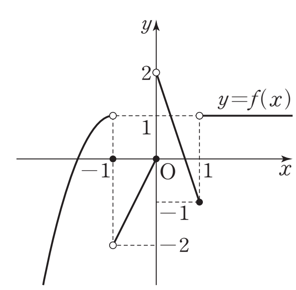
를 만족시킬 때, a_1의 값은? [3점]

① 1　② 2　③ 4
④ 8　⑤ 16

04

▸ 23054-1064

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to -1-}f(x)+\lim_{x\to 0+}f(x)+f(1)$의 값은? [3점]

① -2　② -1　③ 0
④ 1　⑤ 2

05

▸ 23054-1065

$0<\theta<\frac{\pi}{2}$인 θ에 대하여 $\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{3}$일 때, $\sin\theta+\cos\theta$의 값은? [3점]

① $\frac{\sqrt{13}}{3}$　② $\frac{\sqrt{14}}{3}$　③ $\frac{\sqrt{15}}{3}$
④ $\frac{4}{3}$　⑤ $\frac{\sqrt{17}}{3}$

06

▸ 23054-1066

두 곡선 $y=x^3-2x^2$과 $y=x^2-4$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① 6　② $\frac{25}{4}$　③ $\frac{13}{2}$
④ $\frac{27}{4}$　⑤ 7

07

▸ 23054-1067

x에 대한 방정식 $9^{x-1}-k\times3^x+9=0$이 오직 하나의 실근 α를 가질 때, $k+\alpha$의 값은? (단, k는 상수이다.) [3점]

① 3　② 4　③ 5
④ 6　⑤ 7

08

▸ 23054-1068

함수

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x\le a) \\ x-5 & (x>a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)\{f(x)+5\}$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은? [3점]

① -1　② $-\frac{1}{2}$　③ 0　④ $\frac{1}{2}$　⑤ 1

09

▸ 23054-1069

수열 $\{a_n\}$은 $a_3=\frac{1}{6}$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\frac{1}{4-8a_n}$$

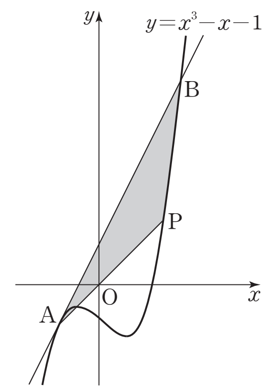
을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{25} a_n$의 값은? [4점]

① $\frac{31}{4}$　② 8　③ $\frac{33}{4}$　④ $\frac{17}{2}$　⑤ $\frac{35}{4}$

10

▸ 23054-1070

곡선 $y=x^3-x-1$ 위의 점 $\mathrm{A}(-1, -1)$에서의 접선이 이 곡선과 만나는 점 중에서 A가 아닌 점을 B라 하자. 곡선 $y=x^3-x-1$ $(-1<x<2)$ 위의 점 P에 대하여 삼각형 APB의 넓이의 최댓값은? [4점]



① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

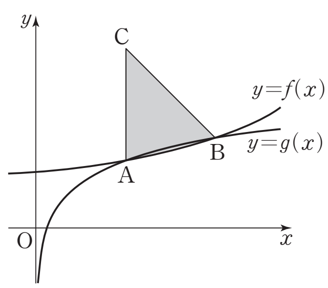
11

▸ 23054-1071

그림과 같이 두 함수 $f(x)=a^x+4$, $g(x)=\frac{1}{4}\log_a x$의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만난다. 두 점 중에서 x좌표가 작은 것부터 차례로 A, B라 하자. 점 B를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 C라 할 때, 점 C가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 OC의 기울기는 2이다.
(나) 직선 AC는 y축과 평행하다.

삼각형 ABC의 넓이는?
(단, a는 1보다 큰 상수이고, O는 원점이다.) [4점]



① 28 ② 32 ③ 36
④ 40 ⑤ 44

12

▸ 23054-1072

양수 k와 사차함수 $f(x)=x^4-\frac{4}{3}kx^3-4k^2x^2$에 대하여 두 실수 a, b가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=a$는 오직 한 점에서만 만난다.
(나) 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=b$는 서로 다른 세 점에서 만난다.

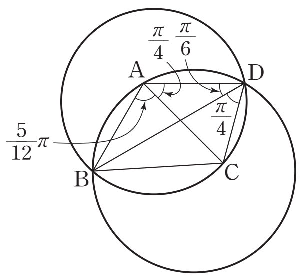
$b-a$의 모든 값의 합이 236이 되도록 하는 k에 대하여 k^4의 값은? [4점]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

13

▶ 23054-1073

그림과 같이 선분 AC와 선분 BD를 두 대각선으로 하는 사각형 ABCD에서 $\angle \mathrm{BAC}=\frac{5}{12}\pi$, $\angle \mathrm{CAD}=\frac{\pi}{4}$, $\angle \mathrm{BDA}=\frac{\pi}{6}$, $\angle \mathrm{CDB}=\frac{\pi}{4}$이다. 삼각형 ABD의 외접원의 반지름의 길이를 R_1, 삼각형 BCD의 외접원의 반지름의 길이를 R_2라 할 때, 다음은 R_1과 R_2의 비를 구하는 과정이다.



선분 AD의 길이를 k $(k>0)$이라 하자.
삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여

$\dfrac{k}{\sin(\angle \mathrm{ABD})}=2R_1$이므로

$R_1=k$

삼각형 ACD에서 사인법칙에 의하여

$\dfrac{\overline{\mathrm{AD}}}{\sin(\angle \mathrm{ACD})}=\dfrac{\overline{\mathrm{CD}}}{\sin(\angle \mathrm{CAD})}$이므로

$\overline{\mathrm{CD}}=\boxed{\text{(가)}}$

삼각형 BCD에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{\mathrm{BC}}=\boxed{\text{(나)}}$

삼각형 BCD에서 사인법칙에 의하여

$R_2=\boxed{\text{(다)}}$

이므로 $R_1 : R_2=k : \boxed{\text{(다)}}$이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$, $h(k)$라 할 때, $\dfrac{f(3)\times g(3)}{h(6)}$의 값은? [4점]

① 1　② $\sqrt{2}$　③ $\sqrt{3}$　④ 2　⑤ $\sqrt{5}$

14

▶ 23054-1074

함수 $f(x)=\begin{cases} -x^2+x & (x<0) \\ x^2-2x & (x\geq 0) \end{cases}$ 과 일차함수 $g(x)$에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

ㄱ. $g(0)=0$

ㄴ. $\int_{-1}^{0} f(x)\,dx=\int_{-1}^{0} f(x)g(x)\,dx$이면 $g(-1)=\frac{10}{7}$이다.

ㄷ. $\int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,dx=0$인 함수 $g(x)$가 존재한다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15
▸ 23054-1075

공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 두 집합

$A=\{n\,|\,a_na_{n+5}\le 0,\ n$은 자연수$\}$,

$B=\{n\,|\,S_nS_{n+5}\le 0,\ n$은 자연수$\}$

가

$n(A\cap B)=3,\ A-B\ne\varnothing$

을 만족시킨다. $S_m=a_m$을 만족시키는 짝수인 자연수 m이 존재할 때, $\dfrac{a_{m+10}}{a_m}$의 값은? [4점]

① $\frac{5}{2}$　② 3　③ $\frac{7}{2}$　④ 4　⑤ $\frac{9}{2}$

단답형

16
▸ 23054-1076

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t\ge 0)$에서의 속도 $v(t)$가 $v(t)=6t^2-6t$일 때, $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [3점]

17
▸ 23054-1077

좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(\log_2 a,\ -2)$, $\mathrm{B}\left(\log_2 \frac{2}{3},\ \log_5 b\right)$에 대하여 선분 AB의 중점의 좌표가 $(1,\ 0)$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 모두 양수이다.) [3점]

18

▸ 23054-1078

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{2}^{x}(t^3+2t-1)\,dt=ax^3+3x-f(x)$$

를 만족시킨다. $f'(2)=16$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

(단, a는 상수이다.) [3점]

19

▸ 23054-1079

$\sum_{k=1}^{5}(k+a)^2=50+\sum_{k=1}^{5}k(k+a)$일 때, 양수 a의 값을 구하시오.

[3점]

20

▸ 23054-1080

실수 k에 대하여 두 함수 $f(x)=|x|+|x-2|$, $g(x)=\frac{1}{2}x^2-x+k$의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $h(k)$라 하자. $h\left(\frac{5}{2}\right)+\lim_{k\to a+}h(k)=9$일 때, 실수 a의 최솟값은 p이다. $h(p)$의 값을 구하시오. [4점]

21

▸ 23054-1081

$0<a<\frac{\pi}{2}$인 상수 a에 대하여 $a\le x\le 4a$에서 방정식 $\sin x=k$가 오직 한 개의 실근을 갖도록 하는 실수 k의 값이 1뿐일 때, 다음 조건을 만족시키는 10 이하의 두 자연수 m, n $(m<n)$의 모든 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하시오. [4점]

> 닫힌구간 $[ma, na]$에서 함수 $y=\sin x$의 최댓값과 최솟값의 합은 0이다.

22

▸ 23054-1082

다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 모든 사차함수 $f(x)$에 대하여 $f(3)$의 최솟값과 최댓값의 합을 구하시오. [4점]

> (가) $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=6$
>
> (나) 모든 실수 x에 대하여 $|f(x)|\le|xg(x)|$, $g(0)=-6$인 연속함수 $g(x)$가 존재한다.

5지선다형

확률과 통계

23

▶ 23054-1083

두 사건 A와 B가 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{3},\ \mathrm{P}(A\cap B^C)=\frac{1}{4}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은? (단, B^C은 B의 여사건이다.) [2점]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$

④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

24

▶ 23054-1084

$\left(x^2+\frac{1}{2x}\right)^9$의 전개식에서 상수항은? [3점]

① $\frac{9}{16}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{15}{16}$

④ $\frac{9}{8}$ ⑤ $\frac{21}{16}$

25

▸ 23054-1085

같은 종류의 사탕 10개를 5명의 학생 A, B, C, D, E에게 남김없이 나누어 줄 때, A와 B가 받는 사탕의 개수의 합은 4이고, C는 적어도 한 개의 사탕을 받도록 나누어 주는 경우의 수는? (단, 사탕을 받지 못하는 학생이 있을 수 있고, 같은 종류의 사탕끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 100 ② 105 ③ 110 ④ 115 ⑤ 120

26

▸ 23054-1086

정규분포를 따르는 두 확률변수 X, Y의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자. 모든 실수 x에 대하여 $f(x+1)=g(x-1)$이고

$P(X\geq 12)=P(Y\leq 22)=0.9332$

일 때, $P(Y\leq 14)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0\leq Z\leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.1587 ④ 0.3085 ⑤ 0.3753

27

▸ 23054-1087

숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 중에서 서로 다른 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 네 자리의 자연수 중에서 임의로 하나의 수를 택할 때, 택한 수가 10과 서로소이거나 5000 이상일 확률은? [3점]

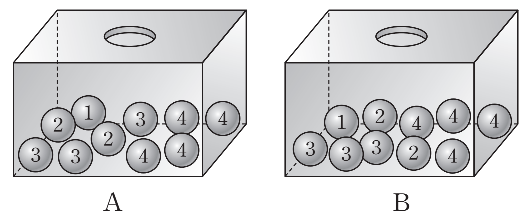
① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{17}{28}$ ③ $\frac{9}{14}$
④ $\frac{19}{28}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

28

▸ 23054-1088

두 상자 A, B에는 각각 1이 적힌 공이 1개, 2가 적힌 공이 2개, 3이 적힌 공이 3개, 4가 적힌 공이 4개씩 들어 있다. 이 두 상자에서 임의로 공을 각각 1개씩 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적힌 두 수의 차를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{E}(aX+3)=30$일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① 15 ② 20 ③ 25
④ 30 ⑤ 35



정답과 풀이 104쪽

단답형

29

▸ 23054-1089

집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에서 X로의 모든 일대일대응 중 임의로 선택한 하나의 함수를 f라 할 때, 함수 f가 다음 조건을 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(가) $f(1)f(2)$의 값이 4의 약수이거나 $f(2)f(5)$의 값이 6의 배수이다.

(나) $f(1)<f(5)$

30

▸ 23054-1090

숫자 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 2, 2가 적혀 있는 9장의 카드가 있다. 이 9장의 카드를 이웃한 두 장의 카드에 적힌 수의 곱이 모두 0 또는 2가 되도록 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하시오.

(단, 같은 숫자가 적힌 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

실전 모의고사 4회

제한시간 100분 | 배점 100점

5지선다형

01 ▸ 23054-1091

$2^{\sqrt{2}-1}\times\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ 1　④ 2　⑤ 4

02 ▸ 23054-1092

함수 $f(x)=(x+1)(x^2+2)$에 대하여 $f'(2)$의 값은? [2점]

① 12　② 14　③ 16　④ 18　⑤ 20

03 ▸ 23054-1093

모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

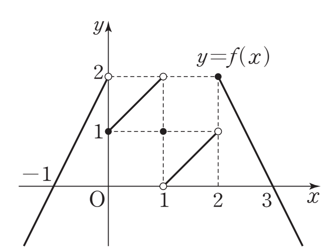
$$a_2=10,\ \frac{a_4}{a_1}=8$$

일 때, a_5의 값은? (단, $a_1\neq0$) [3점]

① 75　② 80　③ 85　④ 90　⑤ 95

04 ▸ 23054-1094

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to0+}f(x)+\lim_{x\to1-}f(x)\times\lim_{x\to2+}f(x)$의 값은? [3점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

05

▸ 23054-1095

$\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{2}$일 때, $|\sin\theta+\cos\theta|$의 값은? [3점]

① $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ② $\frac{5\sqrt{7}}{16}$ ③ $\frac{3\sqrt{7}}{8}$
④ $\frac{7\sqrt{7}}{16}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{2}$

06

▸ 23054-1096

두 함수 $f(x)=x^3+x^2+4$, $g(x)=x^2+3x+k$의 그래프가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 합은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

07

▸ 23054-1097

첫째항이 10인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

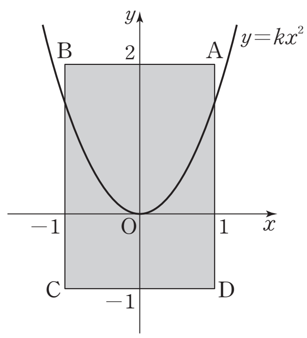
$$a_{n+1}=\begin{cases} \frac{1}{2}a_n & (a_n\text{이 짝수인 경우}) \\ a_n+1 & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \end{cases}$$

일 때, $a_k+a_{k+1}=3$을 만족시키는 자연수 k의 최솟값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

08
▸ 23054-1098

그림과 같이 네 점 $A(1,\ 2)$, $B(-1,\ 2)$, $C(-1,\ -1)$, $D(1,\ -1)$을 꼭짓점으로 하는 직사각형 ABCD의 넓이를 곡선 $y=kx^2\ (k>0)$이 이등분할 때, 상수 k의 값은? [3점]



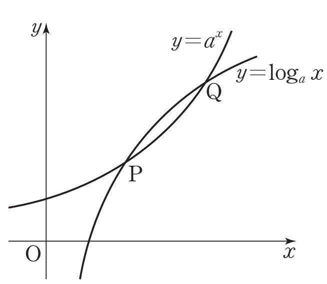
① $\frac{7}{6}$　　② $\frac{4}{3}$　　③ $\frac{3}{2}$
④ $\frac{5}{3}$　　⑤ $\frac{11}{6}$

09
▸ 23054-1099

그림과 같이 $a>1$인 상수 a에 대하여 두 곡선

$y=a^x$, $y=\log_a x$

가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. $\overline{OP}=\overline{PQ}$일 때, a의 값은? (단, 점 P의 x좌표는 점 Q의 x좌표보다 작고, O는 원점이다.) [4점]



① $\sqrt[8]{2}$　　② $\sqrt[8]{3}$　　③ $\sqrt[4]{2}$
④ $\sqrt[4]{3}$　　⑤ $\sqrt{2}$

10
▸ 23054-1100

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 두 점 $(1,\ f(1))$, $(2,\ f(2))$에서의 접선이 일치하고 그 접선의 방정식이 $y=2x+4$일 때, $f(3)$의 값은? [4점]

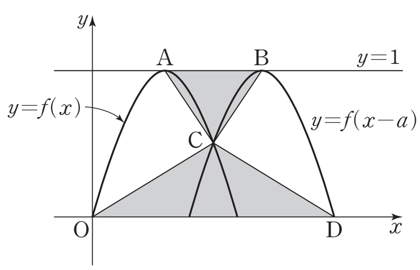
① 12　　② 14　　③ 16
④ 18　　⑤ 20

11

▸ 23054-1101

그림과 같이 함수 $f(x)=\sin \pi x\ (0\le x\le 1)$과 양수 $a\ (0<a<1)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=1$이 만나는 점을 A, 곡선 $y=f(x-a)$와 직선 $y=1$이 만나는 점을 B라 하고, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=f(x-a)$가 만나는 점을 C, 곡선 $y=f(x-a)$와 x축이 만나는 점 중 x좌표가 큰 점을 D라 하자.

삼각형 ACB의 넓이를 S_1, 삼각형 ODC의 넓이를 S_2라 할 때, $\dfrac{S_2}{S_1}=\dfrac{\overline{\mathrm{OD}}}{\overline{\mathrm{AB}}}$이다. a의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



① $\dfrac{7}{12}$ ② $\dfrac{2}{3}$ ③ $\dfrac{3}{4}$

④ $\dfrac{5}{6}$ ⑤ $\dfrac{11}{12}$

12

▸ 23054-1102

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=\dfrac{x^3+x+1}{f(x)}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim\limits_{x\to -1}|g(x)|=\infty$

(나) $\lim\limits_{x\to 3}g(x)=\infty$

$f(5)$의 값은? [4점]

① 24 ② 28 ③ 32

④ 36 ⑤ 40

13

▸ 23054-1103

자연수 n에 대하여 닫힌구간 $[t,\ t+n]$에서 함수 $f(x)=|2^x-1|$의 최댓값이 $f(t+n)$이 되도록 하는 실수 t의 최솟값을 $g(n)$이라 하자. $\frac{1}{2^{g(3)}}+\frac{1}{2^{g(4)}}+\frac{1}{2^{g(5)}}$의 값은? [4점]

① $\frac{59}{2}$ ② 30 ③ $\frac{61}{2}$

④ 31 ⑤ $\frac{63}{2}$

14

▸ 23054-1104

실수 $a\ (a\geq 0)$에 대하여 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=t(t-2)(t-a)$$

이다. 점 P의 시각 t에서의 위치를 $x(t)$라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. $a=0$이면 $x(1)<0$이다.

ㄴ. $x(2)=a$이면 $a=4$이다.

ㄷ. $a>0$이고 $x(a)=-a^2$이면 $\int_0^a |v(t)|\,dt=2\times x(2)+36$ 이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15

▸ 23054-1105

$0<t<2\pi$, $t\neq\frac{\pi}{2}$, $t\neq\pi$, $t\neq\frac{3}{2}\pi$인 실수 t에 대하여 $0<x<2\pi$에서 x에 대한 방정식

$$(\sin x-|\sin t|)(|\sin x|-\sin t)=0$$

의 실근 중 가장 작은 값을 $f(t)$, 가장 큰 값을 $g(t)$, 서로 다른 모든 실근의 합을 $h(t)$라 하자. t에 대한 방정식 $g(t)-f(t)=kh(t)$의 모든 실근의 합이 4π가 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 범위가 $\alpha<k<\beta$일 때, $\alpha\beta$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{16}$　② $\frac{1}{8}$　③ $\frac{3}{16}$　④ $\frac{1}{4}$　⑤ $\frac{5}{16}$

단답형

16

▸ 23054-1106

$\log_2 9\times\frac{1}{\log_8 3}$의 값을 구하시오. [3점]

17

▸ 23054-1107

함수 $f(x)$가 $f(x)=\int(3x^2+4x+1)\,dx$이고 $f(0)=4$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

18

▸ 23054-1108

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(a_k+b_k)=24,\ \sum_{k=1}^{10}(a_k+2)(b_k+2)=150$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}a_kb_k$의 값을 구하시오. [3점]

19

▸ 23054-1109

모든 실수 x에 대하여 $f(1+x)=f(1-x)$이고 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 서로 다른 두 점 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$, $\mathrm{B}(b,\ f(b))$와 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) x에 대한 방정식
$$f'(a)(x-a)+f(a)=f'(b)(x-b)+f(b)$$
의 근은 1이다.

(나) $\sqrt{(b-a)^2+\{f(b)-f(a)\}^2}=6$

$f'(a+2b)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 $a<b$인 상수이다.) [3점]

20

▸ 23054-1110

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_0^6 (x-6)f(x)\,dx=0$

(나) $\int_0^6 (2x+3)f(x)\,dx=90$

$f(10)$의 값을 구하시오. [4점]

21

▸ 23054-1111

첫째항이 $\frac{4}{3}$이고, 공차가 $\frac{1}{3}$인 등차수열 $\{a_n\}$과 6 이상의 자연수 m에 대하여 두 집합 A_m, B_m을

$A_m=\{a_2, a_4, a_6, \cdots, a_{2m}\}$,

$B_m=\{a_3, a_6, a_9, \cdots, a_{3m}\}$

이라 하자. 집합 $A_m \cap B_m$의 모든 원소 중 가장 큰 원소를 b_m이라 할 때, $\sum_{m=6}^{20} b_m$의 값을 구하시오. [4점]

22

▸ 23054-1112

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 그 도함수 $f'(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} xf(x) & (x \geq 2) \\ \dfrac{f'(x+2)-f'(x-2)}{x-2} & (x<2) \end{cases}$$

는 $x=2$에서 미분가능하다. $f(6)$의 값을 구하시오. [4점]

5지선다형

확률과 통계

23

▸ 23054-1113

4개의 문자 a, b, c, d에서 중복을 허락하여 2개를 택하는 경우의 수는? [2점]

① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

24

▸ 23054-1114

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{4}\right)$을 따르고 $\mathrm{E}(X^2)=19$일 때, 자연수 n의 값은? [3점]

① 8 ② 12 ③ 16
④ 20 ⑤ 24

25

▸ 23054-1115

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^6\left(x-\frac{1}{x}\right)^6$의 전개식에서 상수항은? [3점]

① -26 ② -24 ③ -22
④ -20 ⑤ -18

26

▸ 23054-1116

집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에서 집합 $Y=\{6, 7, 8, 9, 10\}$으로의 함수 $f: X \rightarrow Y$ 중에서 $\sum_{k=1}^{5}\{k \times f(k)\}$의 값이 홀수인 함수의 개수는? [3점]

① 1150 ② 1250 ③ 1350
④ 1450 ⑤ 1550

27

▸ 23054-1117

모평균이 m인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 n_1인 표본을 임의추출하여 얻은 표본평균이 $\overline{x_1}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 k %의 신뢰구간이 $a \le m \le b$이다. 같은 모집단에서 크기가 n_2인 표본을 임의추출하여 얻은 표본평균이 $\overline{x_2}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 k %의 신뢰구간이 $c \le m \le d$이다.

$b-a=\overline{x_2}-\overline{x_1}$이고 $b-c=\dfrac{\overline{x_2}-\overline{x_1}}{4}$일 때, $\dfrac{n_2}{n_1}$의 값은?

(단, k는 $0<k<100$인 상수이다.) [3점]

① $\dfrac{2}{9}$ ② $\dfrac{1}{3}$ ③ $\dfrac{4}{9}$ ④ $\dfrac{5}{9}$ ⑤ $\dfrac{2}{3}$

28

▸ 23054-1118

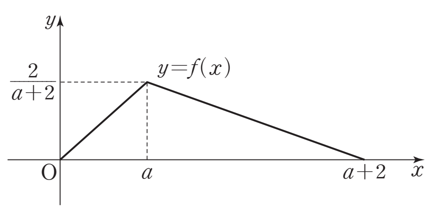
한 개의 동전을 한 번 던져서 앞면이 나오면 흰 돌을 하나 받고, 뒷면이 나오면 검은 돌을 하나 받는 시행을 한다. 10 이하의 자연수 n에 대하여, 시행을 n번 한 후 받은 흰 돌의 개수에서 받은 검은 돌의 개수를 뺀 값이 3이 될 확률을 P_n이라 하자. $\sum_{k=1}^{10} \mathrm{P}_k$의 값은? (단, 흰 돌과 검은 돌은 충분히 많다.) [4점]

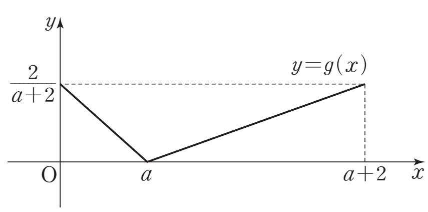
① $\dfrac{31}{64}$ ② $\dfrac{33}{64}$ ③ $\dfrac{35}{64}$ ④ $\dfrac{37}{64}$ ⑤ $\dfrac{39}{64}$

단답형

29 ▸ 23054-1119

$0<a<2$인 상수 a에 대하여 두 연속확률변수 X와 Y가 갖는 값의 범위는 $0\le X\le a+2$, $0\le Y\le a+2$이고, X와 Y의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$, $g(x)$이다. 두 확률밀도함수 $f(x)$, $g(x)$의 그래프는 그림과 같다.





$0<k\le a+2$에서 정의된 함수 $h(k)$를

$$h(k)=|\mathrm{P}(0\le X\le k)-\mathrm{P}(0\le Y\le k)|$$

라 하자. 함수 $h(k)$의 최댓값이 $\frac{5}{14}$일 때, $a=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30 ▸ 23054-1120

좌표평면의 원점에 점 P가 있다. 한 개의 주사위를 한 번 던져서 3의 배수의 눈이 나오면 점 P를 x축의 양의 방향으로 1만큼, 3의 배수의 눈이 나오지 않으면 점 P를 x축의 음의 방향으로 2만큼 평행이동시키는 시행을 한다. 이 시행을 6번 반복할 때, n번의 시행 후 점 P의 x좌표를 x_n이라 하자. $x_6\ne0$일 때, $x_3\ne0$일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

5지선다형

01

▸ 23054-1121

$4^{\frac{1}{2}}+27^{\frac{2}{3}}$의 값은? [2점]

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

02

▸ 23054-1122

함수 $f(x)=2x^3-5x^2+3x$에 대하여 $\lim_{h \to 0}\frac{f(1+h)}{h}$의 값은? [2점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

03

▸ 23054-1123

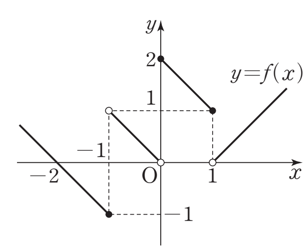
등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{99} a_k=297$일 때, $\sum_{k=1}^{50} a_{2k-1}$의 값은? [3점]

① 144 ② 146 ③ 148 ④ 150 ⑤ 152

04

▸ 23054-1124

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to -1+} f(x)+\lim_{x \to 0-} f(x+1)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

05

▸ 23054-1125

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{2n-1}=2^n,\ a_{2n}=3^n$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10}\log_6 a_n$의 값은? [3점]

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

06

▸ 23054-1126

두 함수

$$f(x)=x^2+ax+b,\ g(x)=\begin{cases} 2x-1 & (x\le -1) \\ -x & (-1<x\le 1) \\ x+1 & (x>1) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(2)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

07

▸ 23054-1127

$0\le x<2\pi$에서 함수

$$y=\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos x-2$$

의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

08

▸ 23054-1128

부등식 $2\times3^{x}+a\times3^{-x}\le1$의 실수인 해가 존재하도록 하는 실수 a의 최댓값은? [3점]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

09

▸ 23054-1129

점 $(1,\ a)$에서 곡선 $y=-x^3-3x^2+6$에 그을 수 있는 접선의 개수가 3이 되도록 하는 정수 a의 개수는? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

10

▸ 23054-1130

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$2\int_{p}^{x} f(t)\,dt-\int_{p}^{x}\{f'(t)\}^2dt=2-3x$$

를 만족시킨다. $f'(1)=-2$일 때, $p+f(2)$의 값은?
(단, p는 상수이다.) [4점]

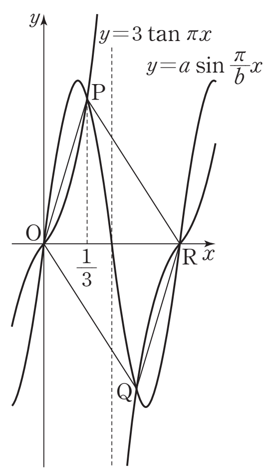
① -1 ② $-\frac{5}{6}$ ③ $-\frac{2}{3}$
④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

11

▸ 23054-1131

그림과 같이 $0<x\le 1$에서 두 함수 $y=3\tan \pi x$와 $y=a\sin\frac{\pi}{b}x$의 그래프가 세 점에서 만난다. 만나는 점 중 x좌표가 작은 것부터 차례로 P, Q, R라 하면 점 P의 x좌표는 $\frac{1}{3}$이고, 점 R의 y좌표는 0이다. 원점 O에 대하여 사각형 OQRP의 넓이를 S라 할 때, abS의 값은?

(단, a, b는 $a>0$, $b>0$인 상수이다.) [4점]



① $3\sqrt{3}$ ② $6\sqrt{3}$ ③ $9\sqrt{3}$ ④ $12\sqrt{3}$ ⑤ $15\sqrt{3}$

12

▸ 23054-1132

두 곡선 $C_1 : y=x^3-4x$, $C_2 : y=x^2+ax$가 점 P에서 만나고, 두 곡선 C_1, C_2 위의 점 P에서의 접선이 일치하도록 하는 실수 a의 값을 각각 a_1, a_2 $(a_1>a_2)$라 하자. $a=a_1$일 때 두 곡선 C_1, C_2로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, $a=a_2$일 때 두 곡선 C_1, C_2로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. $\frac{S_1}{S_2}$의 값은?

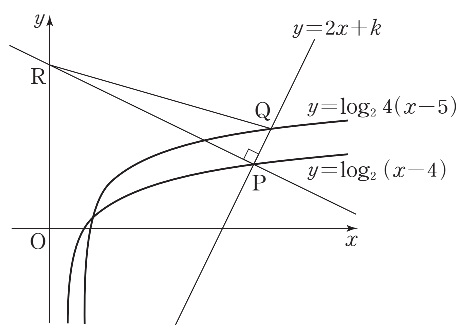
(단, a는 상수이다.) [4점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

13

▸ 23054-1133

그림과 같이 직선 $y=2x+k$가 두 함수 $y=\log_2(x-4)$, $y=\log_2 4(x-5)$의 그래프와 제1사분면에서 각각 한 점에서 만나며 그 점을 각각 P, Q라 하자. 점 P를 지나고 직선 $y=2x+k$에 수직인 직선이 y축과 만나는 점을 R라 할 때, 삼각형 PQR의 넓이가 15이다. 상수 k의 값은? $\left(\text{단, } k<-\frac{21}{2}\right)$ [4점]



① -21　② -22　③ -23　④ -24　⑤ -25

14

▸ 23054-1134

두 실수 a, b $(a>1)$에 대하여 x에 대한 삼차방정식 $x^3-3a^2x+b=0$이 $\alpha<1<\beta<\gamma$를 만족시키는 세 수 α, β, γ를 근으로 갖도록 하는 실수 b의 집합은 두 다항함수 $f(a)$, $g(a)$에 대하여 $\{b \mid f(a)<b<g(a)\}$이다. $f(3)+g(2)$의 값은? [4점]

① 38　② 40　③ 42　④ 44　⑤ 46

15

▸ 23054-1135

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1=1$

(나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}=a_n+n\times\sin\frac{n\pi}{2}$이다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. $a_1+a_2+a_3+a_4=4$

ㄴ. 자연수 k에 대하여 $a_{4k}=-2k+1$

ㄷ. $\sum_{k=1}^{50} a_k=51$

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16

▸ 23054-1136

$\int_{-3}^{3}(6x^2+5x+1)\,dx$의 값을 구하시오. [3점]

17

▸ 23054-1137

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_3a_5=2a_7,\ a_8+a_9=6a_7$

일 때, a_3의 값을 구하시오. [3점]

18
▸ 23054-1138

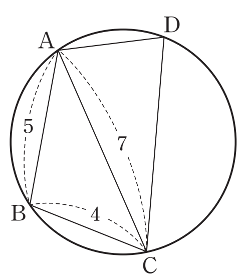
함수 $f(x)=x^3+2ax^2+3ax-1$의 역함수가 존재하도록 하는 실수 a의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $36(M+m)$의 값을 구하시오. [3점]

19
▸ 23054-1139

그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

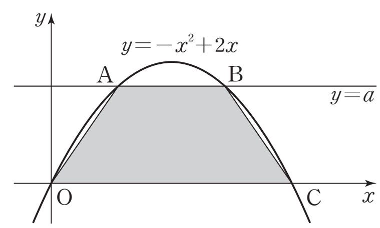
(가) $\overline{\mathrm{AB}}=5$, $\overline{\mathrm{BC}}=4$, $\overline{\mathrm{AC}}=7$
(나) $2\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{CD}}$

삼각형 ACD의 넓이가 $\frac{q}{p}\sqrt{6}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]



20
▸ 23054-1140

곡선 $y=-x^2+2x$와 직선 $y=a$ $(0<a<1)$이 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=-x^2+2x$가 x축과 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 C라 하자. 사각형 OCBA의 넓이의 최댓값을 S라 할 때, $27S$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 점 A의 x좌표가 점 B의 x좌표보다 작다.) [4점]



21

▶ 23054-1141

집합 $A=\{0, 1\}$과 자연수 n에 대하여 집합 S_n을

$$S_n=\left\{\sum_{k=1}^{n}(-2)^{k-1}a_k \middle| a_k\in A\right\}$$

라 하자. 예를 들어 $S_1=\{0, 1\}$, $S_2=\{-2, -1, 0, 1\}$이다. 집합 S_3의 원소의 개수를 p, 5453이 집합 S_n의 원소가 되는 n의 최솟값을 q라 하자. $p+q$의 값을 구하시오. [4점]

22

▶ 23054-1142

$t>0$인 실수 t에 대하여 닫힌구간 $[-1, 2]$에서 함수 $f(x)=x^3+3x^2-3(t^2-1)x+2t^3-3t^2+1$의 최댓값을 $g(t)$, 최솟값을 $h(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$는 $t=a$ $(a>0)$에서 미분가능하지 않다. $g(2a)+h(3a)=pa+q$일 때, 두 유리수 p, q에 대하여 $p-q$의 값을 구하시오. [4점]

5지선다형

확률과 통계

23

▸ 23054-1143

${}_{2}\Pi_{3}\times{}_{2}\mathrm{H}_{3}$의 값은? [2점]

① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

24

▸ 23054-1144

두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{3},\ \mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(A^{C})\mathrm{P}(B)$$

일 때, $\mathrm{P}(A^{C}|B)$의 값은?

(단, A^{C}은 A의 여사건이고, $\mathrm{P}(B)\neq 0$이다.) [3점]

① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

25

▸ 23054-1145

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(10,\ p)$를 따르고,

$$\mathrm{P}(X=2)=\frac{45}{4}\mathrm{P}(X=0)$$

일 때, $\mathrm{V}(X)$의 값은? (단, $0<p<1$) [3점]

① $\frac{4}{3}$　② $\frac{14}{9}$　③ $\frac{16}{9}$　④ 2　⑤ $\frac{20}{9}$

26

▸ 23054-1146

6명의 학생 A, B, C, D, E, F 중 임의로 택한 5명이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 임의로 모두 둘러앉을 때, 두 학생 A, B가 서로 이웃하게 앉을 확률은?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① $\frac{1}{6}$　② $\frac{1}{4}$　③ $\frac{1}{3}$　④ $\frac{5}{12}$　⑤ $\frac{1}{2}$

27

▸ 23054-1147

모평균이 m, 모표준편차가 σ인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 $\mathrm{P}(|\overline{X}-m|\geq 2)$의 값이 0.0456이다. 이 모집단에서 크기가 64인 표본을 임의추출하여 구한 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간이 $a\leq m\leq b$일 때, $b-a$의 값은?
(단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z|\leq 1.96)=0.95$로 계산한다.) [3점]

z	$\mathrm{P}(0\leq Z\leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.49 ② 0.98 ③ 1.47 ④ 1.96 ⑤ 2.45

28

▸ 23054-1148

두 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $Y=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow Y$의 개수는? [4점]

(가) $f(6)=5$이고, 집합 X의 모든 원소 x에 대하여 $f(x)\leq x$이다.
(나) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1<x_2$이면 $f(x_1)\leq f(x_2)$이다.

① 42 ② 43 ③ 44 ④ 45 ⑤ 46

단답형

29

▸ 23054-1149

확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(10,\ 2^2)$을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(10,\ \sigma^2)$을 따른다. 두 확률변수 X, Y가 다음 조건을 만족시킬 때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 $a\times\sigma$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [4점]

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
0.25	0.0987
0.50	0.1915
1.00	0.3413
1.50	0.4332

(가) $\mathrm{P}(9\le X\le 11)-\mathrm{P}(9\le Y\le 11)=0.1856$

(나) $\mathrm{P}(12\le Y\le a)=0.2417$

30

▸ 23054-1150

5 이상의 자연수 n에 대하여 주머니 안에 1부터 $2n$까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 $2n$개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 2회 반복하였을 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 차례로 a, b라 하자. 두 수 a, b가 다음 조건을 만족시킬 확률이 $\left(\frac{3}{13}\right)^2$일 때, n의 값을 구하시오.

(단, 꺼낸 공은 주머니에 다시 넣는다.) [4점]

(가) $a\ge 5$

(나) $\frac{3a+4b}{6}$의 값은 n 이하의 자연수이다.

EBS 수능완성 수학영역

한눈에 보는 정답

유형편

01 지수함수와 로그함수

정답 본문 6~15쪽

필수 유형 ❶	①	01 ④	02 ③	03 ④
		04 5		
필수 유형 ❷	①	05 ①	06 ④	07 16
		08 48		
필수 유형 ❸	2	09 ①	10 ②	11 5
		12 ③		
필수 유형 ❹	①	13 ①	14 ④	15 37
필수 유형 ❺	②	16 ②	17 8	18 ⑤
필수 유형 ❻	⑤	19 ③	20 ④	21 ③
필수 유형 ❼	③	22 ③	23 ②	24 7
필수 유형 ❽	15	25 4	26 ①	27 6
필수 유형 ❾	192	28 ⑤	29 ①	30 22
필수 유형 ❿	④	31 ①	32 ②	33 23

02 삼각함수

정답 본문 18~25쪽

필수 유형 ❶	③	01 ②	02 ④	03 11
필수 유형 ❷	④	04 ⑤	05 ⑤	06 ①
		07 ⑤		
필수 유형 ❸	③	08 24	09 ⑤	
필수 유형 ❹	⑤	10 ①	11 ③	12 ④
필수 유형 ❺	③	13 ④	14 ③	15 64
필수 유형 ❻	②	16 ①	17 ③	18 ②
		19 185		
필수 유형 ❼	21	20 ④	21 ②	22 39
필수 유형 ❽	①	23 9	24 135	

03 수열

정답 본문 28~39쪽

필수 유형 ❶	①	01 ①	02 ②	03 42
필수 유형 ❷	7	04 ③	05 ①	06 ⑤
		07 8		
필수 유형 ❸	36	08 ④	09 ①	10 ④
필수 유형 ❹	64	11 ①	12 ③	13 ④
필수 유형 ❺	③	14 ③	15 ②	16 ③
필수 유형 ❻	9	17 ④	18 ③	19 ②
필수 유형 ❼	22	20 ⑤	21 ①	22 ④
필수 유형 ❽	91	23 ③	24 29	25 ⑤
		26 ②		
필수 유형 ❾	④	27 ②	28 ④	29 ①
필수 유형 ❿	④	30 16	31 ④	32 99
필수 유형 ⓫	⑤	33 ⑤	34 ④	35 ③
필수 유형 ⓬	④	36 ②		

04 함수의 극한과 연속

정답 본문 42~49쪽

필수 유형 ❶	②	01 ②	02 ②	03 ④
필수 유형 ❷	②	04 ④	05 ③	06 ④
		07 ②		
필수 유형 ❸	30	08 ④	09 ①	10 4
		11 12		
필수 유형 ❹	②	12 ④	13 14	14 ⑤
필수 유형 ❺	②	15 ⑤	16 ②	17 ③
		18 ④	19 18	
필수 유형 ❻	⑤	20 ④	21 ②	22 ③
		23 11	24 ③	
필수 유형 ❼	④	25 ④	26 ④	27 38

05 다항함수의 미분법

정답 본문 52~63쪽

필수 유형 ❶ 11	01 ①	02 ③	03 ④
필수 유형 ❷ ⑤	04 ⑤	05 ①	06 ④
필수 유형 ❸ ③	07 ④	08 ④	09 ②
필수 유형 ❹ ③	10 ④	11 ⑤	12 20
필수 유형 ❺ 6	13 ③	14 51	15 ②
필수 유형 ❻ 2	16 ③	17 ⑤	18 ①
필수 유형 ❼ ③	19 ⑤	20 ①	21 ③
필수 유형 ❽ ⑤	22 ③	23 ③	24 ②
	25 ②		
필수 유형 ❾ ③	26 ①	27 ②	28 ④
	29 ⑤	30 ③	
필수 유형 ❿ ⑤	31 ③	32 ④	33 ④
필수 유형 ⓫ 22	34 ⑤	35 ⑤	36 13

06 다항함수의 적분법

정답 본문 66~75쪽

필수 유형 ❶ 4	01 ③	02 ③	03 ②
	04 ②	05 ②	
필수 유형 ❷ ①	06 ①	07 ①	08 ⑤
	09 ②	10 80	11 ③
필수 유형 ❸ 14	12 ③	13 ①	14 32
필수 유형 ❹ ①	15 ⑤	16 14	17 ①
	18 27	19 ③	20 ②
필수 유형 ❺ 5	21 ④	22 ③	23 ④
필수 유형 ❻ 36	24 8	25 ②	26 ③
	27 ③	28 ④	29 40
필수 유형 ❼ ②	30 ④	31 12	
필수 유형 ❽ ③	32 ②	33 ⑤	34 63

07 경우의 수

정답 본문 78~85쪽

필수 유형 ❶ ①	01 ②	02 ④	03 144
필수 유형 ❷ ③	04 200	05 ⑤	06 ④
필수 유형 ❸ ③	07 ②	08 18	09 ⑤
필수 유형 ❹ ⑤	10 30	11 ③	12 ①
필수 유형 ❺ ③	13 ③	14 ②	15 ⑤
필수 유형 ❻ ①	16 ③	17 ②	18 ⑤
필수 유형 ❼ ④	19 ④	20 ④	21 114
필수 유형 ❽ 682	22 ④	23 8	24 ③

08 확률

정답 본문 88~97쪽

필수 유형 ❶ ①	01 ③	02 ⑤	03 ②
필수 유형 ❷ ③	04 ①	05 ①	06 ②
	07 ④	08 ①	09 ④
	10 ③		
필수 유형 ❸ ②	11 ①	12 ④	13 ③
필수 유형 ❹ ③	14 ②	15 ④	16 ③
필수 유형 ❺ ③	17 ②	18 ⑤	19 ②
필수 유형 ❻ ⑤	20 ②	21 ②	22 521
필수 유형 ❼ ②	23 ①	24 ⑤	25 ①
	26 ④	27 ④	
필수 유형 ❽ ①	28 ③	29 ③	30 ②
	31 325	32 ⑤	

09 통계

정답 본문 100~111쪽

필수 유형 ❶ ④	01 29	02 ①	03 ②
필수 유형 ❷ 78	04 ③	05 ④	06 ⑤
	07 ①	08 ③	
필수 유형 ❸ 121	09 ③	10 ①	11 ④
필수 유형 ❹ 47	12 ④	13 ①	14 29
필수 유형 ❺ 31	15 ①	16 ③	17 ④
필수 유형 ❻ ④	18 134	19 ②	20 ①
	21 ②	22 ④	
필수 유형 ❼ ⑤	23 ①	24 217	25 ③
필수 유형 ❽ ③	26 ③	27 ①	28 ②
필수 유형 ❾ ②	29 ①	30 ④	31 4
필수 유형 ❿ ⑤	32 ④	33 ③	34 58
필수 유형 ⓫ 10	35 256	36 ③	37 36

실전편

실전 모의고사 1회
본문 114~125쪽

01 ①	02 ②	03 ④	04 ⑤	05 ③
06 ④	07 ④	08 ①	09 ④	10 ①
11 ②	12 ⑤	13 ⑤	14 ⑤	15 ①
16 97	17 16	18 20	19 3	20 15
21 39	22 320	23 ③	24 ②	25 ④
26 ②	27 ⑤	28 ③	29 107	30 38

실전 모의고사 4회
본문 150~161쪽

01 ①	02 ④	03 ②	04 ⑤	05 ⑤
06 ③	07 ④	08 ③	09 ⑤	10 ②
11 ②	12 ①	13 ①	14 ⑤	15 ②
16 6	17 8	18 62	19 10	20 54
21 135	22 52	23 ③	24 ③	25 ④
26 ⑤	27 ③	28 ⑤	29 9	30 404

실전 모의고사 2회
본문 126~137쪽

01 ④	02 ②	03 ⑤	04 ①	05 ②
06 ③	07 ④	08 ③	09 ②	10 ④
11 ⑤	12 ⑤	13 ⑤	14 ①	15 ②
16 7	17 127	18 124	19 581	20 42
21 14	22 109	23 ⑤	24 ①	25 ⑤
26 ②	27 ③	28 ④	29 25	30 61

실전 모의고사 5회
본문 162~173쪽

01 ①	02 ②	03 ④	04 ⑤	05 ③
06 ③	07 ⑤	08 ①	09 ②	10 ⑤
11 ③	12 ③	13 ①	14 ③	15 ⑤
16 114	17 8	18 81	19 17	20 32
21 21	22 426	23 ②	24 ④	25 ⑤
26 ③	27 ④	28 ①	29 64	30 39

실전 모의고사 3회
본문 138~149쪽

01 ②	02 ③	03 ①	04 ⑤	05 ⑤
06 ④	07 ②	08 ②	09 ⑤	10 ③
11 ④	12 ②	13 ③	14 ②	15 ③
16 6	17 31	18 22	19 2	20 4
21 8	22 45	23 ⑤	24 ⑤	25 ②
26 ④	27 ④	28 ③	29 37	30 130